



הטכניון – מכון טכנולוגי לישראל
Technion – Israel Institute of Technology

ספריות הטכניון

The Technion Libraries

בית הספר ללימודי מוסמכים ע"ש ארווין וויאן ג'ייקובס

Irwin and Joan Jacobs Graduate School

©

All rights reserved

*This work, in whole or in part, may not be copied (in any media), printed, translated, stored in a retrieval system, transmitted via the internet or other electronic means, except for "fair use" of brief quotations for academic instruction, criticism, or research purposes only.
Commercial use of this material is completely prohibited.*

©

כל הזכויות שמורות

אין להעתיק (במדיה כלשהי), להדפיס, לתרגם, לאחסן במאגר מידע, להפיצו באינטרנט, חיבור זה או כל חלק ממנו, למעט "שימוש הוגן" בקטעים קצרים מן החיבור למטרות לימוד, הוראה, ביקורת או מחקר. שימוש מסחרי בחומר הכלול בחיבור זה אסור בהחלט.

шибויון ערוצי תקשורת סיורית עם מסנני קלמן.

עבודת אמר

לשם מילוי חלק של הדרישות לקבלת התואר

מגיסטר למדעים

בהנדסה חשמל

מאת

מייכאל טמקין



הוגש לסנאי לטכניון - מסנן טכנולוגי לישראל

ספטמבר 1976

חיפה

אלול תשע"ו

עבודת האמר נעשתה בהנחיית ד"ר דוד מלאר בפקולטה להנדסת חשמל.

הוצאת תוויה

הנני להביע את תודהי והוקרתי לד"ר דוד מלאר על הנסייתו ועוזתו הרבה

במישר ביצוע עבודה האמר.

תוכן הענייניםעמוד

1	תקציר
4	רשימת סמלים וקיצורים
6	מבוא.
8	פרק 1 : הפרעה בין-סימנית.
15	פרק 2 : השיווイון ושיטותיו השונות.
24	פרק 3 : המנסן של קלמן.
	פרק 4 : שיוויאון בעזרת המנסן של קלמן לפי : -
33	Lawrence-Kaufman
39	פרק 5 : שיוויאון בעזרת המנסן של קלמן לפי Godard.
	פרק 6 : הצעת שיטות שיוויאון ערוציות בעזרת המנסן של
47	קלמן , המשלבota את השיטות הקודמות.
53	פרק 7 : תוצאות.
97	פרק 8 : סיכומים ומסקנות
100	נספח א' : שיוויאון אוטומטי לתקורת סיפרתית לפי Lucky.
107	נספח ב' : מכנית המחשב.
118	מקורות ספרות.
	תקציר באנגלית .

המפתחות התקשרות הספרטנית בשנים האחרונות מקדמת משומת הלב לביעיות הכרוכות בשדרור נתוניים ספרטניים בקצביהם גבויים על קווים מוגבלים סרטן. המגבלה העיקרית לשדרור בקצביהם גבויים היא הפזר שועור האות המשדר. פזר זה גורם לחפיפה של אותות עוקבים, תופעה הידועה בשם הבין-סימנית (Intersymbol Interference).

ההפרעה הבין-סימנית בגרמת בעיקר עקב העבודה שעוקם התגובה של הקו במישור התדר איננו אידאלי. מרכיבים שונים של האות המשדר מושגים וモונחותים במידה שרובה זה מזה, ועקב כך עוברים האותות המשודרים בקו עותמי אפליטודה ופאזה, האורמים להפרעה הבין-סימנית. השיטה השובנות המנסות לתקן ככל האפשר את תוצאות ההפרעה הבין-סימנית נקראות שיטות שוויון (Equalization).

מרכיב בסיסי בכל משווין הוא מסנן טרנסורסלי, המורכב מקו השהיה בעל אלמנטי השהיה שוויים. לכל אלמנט השהיה מחובר מגבר משתנה. יציאת המסנן הטרנסורסלי היא סכום יציאות המగברים השונים. שיטת השוויון השובנות נבדלות זו מזו בדרכים בהן נקבעים אותן ההגברים, המכפילים את יציאות אלמנטי קו ההשאה.

ברוב שיטות השוויון נקבעים הגברי המסנן הטרנסורסלי על פי עקרון הקטנת עוזות השיא (Peak Distortion), או הקטנת ממוצע השגיאה הרבועית. הבחנה אחרת היא בין סוגים שונים אוטומטיים, לבין שונים אדפטיביים. במשווניים האוטומטיים, הרי שלאחר התהילה בו הובאו הגברי המסנן הטרנסורסלי למצב הקרוב לאופטימי הם נשארים ללא שינוי נוספת, עד תחילת התהילה מחדש. משווין מסווג זה איננו עוקב אחר שינויים באופין הקו. לעומתו, במשווין האדפטיבי משתנים ההגברים בהתאם לשינויים החלים בקו.

אחת השיטות בשוויון האוטומטי, הנגדרת מושיטת ממוצע השגיאה הרבועית, היא זו המתבססת על מסנן של קלמן כאלגוריתם לקביעה ההגברים.

קיימות שתי איסות עיקריות המשתמש במסנן של קלמן לשוויון. באחת נעשה כל זמן הפעולה חישוב מתמיד של וקטור מצב, אחד ממשתיו הוא יציאת הקו המשוערכת. זהו למעשה מסנן ממש, ולא משווין. בשיטה זו אין שימוש במסנן טרנסורסלי בעל ההגברים משתנים, והוא מחייבת ידיעה של תגובת הקו לדגם ייחידה. השיטה הוצעה ע"י Lawrence Kaufman ו-

שיטת שנייה אכן משתמשת בנוסחאות מסווגן קלמן כאלגוריתם לחישוב האברי המסכן הטרנסורסיאלי. שיטה זו, שהוצעה ע"י Godard ב- 1974 אינה מחייבת אמונה ידיעה של תגובת הקו ליחידה, אך היא דורשת שדרה סדרה ידועה בקו, עד המכنسות האלגוריתם.

יתרונו של השימוש המשמשת במסנן של קלמן לשויין - המכנסות מהירה של האלגוריתם, והאפשרות להתחילה בשדרה נתונים בקו תוך זמן קצר ביותר.

בעבודה זו נבחנו השיטות המשמשות במסנן של קלמן לשויין, וכן הוצעו ונבדקו מספר שיטות נוספות, הנגזרות מהשיטות שהוצעו קודם לכן. נבדקה האפשרות לשלב את שתי השיטות, כאשר היציאה המתקבלת בשיטת Kaufman ו-Lawrence תשמש במקום סדרת המבחן הידועה, בהנחה שאחד השגיאות ביציאה הוא נמוך. ע"י כך נמנע מן הצורך להפסיק את שדרה הנתונים בקו לצורך שדרה סדרת המבחן. שיטה זו מונעת אם חשוב תמיד של היציאה - כפי שדרשת שיטת Kaufman ו-Lawrence, ומבלית את הצורך בעסקת מחשב כל זמן השדרה.

שיטה משולבת זו דורשת ידיעה של תגובת הקו לדגם ייחידה. אפשרות אחת להשגת מידע זה היא ע"י הפקת השדרה מפעם לפעם ושדרה פולט מבחן לקביעת תגובת הקו. כדי להמנע מכך נבדקה האפשרות לקבוע את תגובת הקו לדגם ייחידה ע"י קיטוסקורלציה בין הכנישה לבין היצאה ממנה, בהנחה שהכנישה היא אקרואית, במקום הכנישה, שאינה ידועה, נלקחת יציאת המסנן הטרנסורסיאלי.

נבדקו שתי שיטות לשויין אחרות המשמשות במסנן קלמן. הראשונה משתמשת בשיטה שהוצעה ע"י Godard. המכנסות הראשונית מושגת באמצעות סדרת מבחן ידועה, אולם לאחר מכן משמשת יציאת המסנן הטרנסורסיאלי במקום סדרת המבחן. ע"י כך מאפשר שדרה ללא הפסקה, תוך עקיבה אחר שנויי קו איטייהם.

בשיטה השנייה נעשו ניסיון להשיג המכנסות ראשונית בעזרה שיטת Godard ולאחר מכן לעבור לשויין בעזרה השיטה המקובלת יותר - שיטת הארדיניינט, שאפשר עקיבה רצופה אחר שנויים בקו.

ההשוואה בין השיטות השונות העלתה כי התוצאות הטובות ביותר ביותר מבחינות אחדות, שגיאה נמוכים והמכנסות מהירה הושגו בשיטת Lawrence ו-Kaufman.

חרוננה, כאמור - הצורך בחשבון מתמיד של היציאה, ככלומר - העסקת מחשב כל זמן השדרה. חישוב תגובה התקו לדגם ייחידה בעזרת קרוסקורולציה בין יציאת התקו ליציאת המערכת כולה מאפשר לשימוש בשיטה זו גם בשווין אדפטיבי.

שיטת Godard הוכיחה יעילותה בהתקנות מהירה וב喉咙 שגיאות נמוך, ביחסו אותן לרעש אבויים, אם כי תוצאותיה טובות פחות מלה שהושגו בשיטת Kaufman ו-Lawrence. חרוננה לצורך לשדר סדרת מבחן ידועה לקבלת ההתקנות, והפסקת שדר הנזוניים התקו עקב אחר.

השיטה שהוצעה בעבודה זו, משלבת את שתי השיטות הניל הוכיחה עצמה אם היא כיעילה ביותר בהתקנות מהירה, וב喉咙 שגיאות נמוך. היא מאפשרת גם עקיבה אחר שנויים באופין התקו, מבעלת את הצורך בשדר סדרת מבחן ידועה ומאפשרת עבודה רובה זמן השדרה ללא העסקת מחשב.

ambil שניים השיטות הנוספות שנבדקו בעבודה זו, הושגו תוצאות טובות, ביחס אותן לרעש גבואה של db 30, בשיטה המתבססת על שיטת Godard להתקנות ראשונית בעדרת סדרת מבחן, ולאחר מכן משתמש ביציאת המסגר הטרנטורסלי במקומה. בשיטה השנייה, המשלבת את שיטת Godard ושיטת הארדיג'נט הושגו המואחות הפחות טובות מבין כל השיטות שנתקשו.

רשימת סמלים וקיצורים

- a_n - אות משודר בקוו.
- $y(t)$ - המתח ביציאת הקו.
- $x(t)$ - תగובה ליחידה של קו, במאמרו של Lucky.
- $v(t)$ - רעש אoso.
- \sum - סכום - ללא איבר האפס.
- D - מקדם העוזות.
- I - מקדם פתיחת העין.
- a_n - תגובה קו לדגם ייחידה.
- c_k - וקטור הגברי המسانן הטרנספורטלי לאחר k צעדי התוכנות.
- α_k - גודל הצעדים, בשיטת הגרדיננט, לאחר k צעדי התוכנות.
- Σ_n - סכום רבווי השגיאות ביציאת המשוון.
- e_k - השגיאה ביציאת המשוון.
- E - תוחלת מתמטית.
- u_k - וקטור הכניזות להגברי המسانן הטרנספורטלי.
- $E(u_k u_k^T)$ - A
- A^T - שוקוף של המטריצה A.
- δ_{ij} - הדلتא של Kronecker.
- x_k - וקטור משתני המצב באלאגוריתם קלמן.
- \hat{x}_k - שערור של x_k .
- $\Phi_{k,k-1}$ - מטריצת המעבר במודל מסנן קלמן.
- u_k - וקטור הבקרה במודל מסנן קלמן.
- f_k - וקטור האילוץ במודל מסנן קלמן.
- G - מטריצת הקשר בין כניזות הבקרה ווקטור המצב, במודל מסנן קלמן.
- w_k - וקטור של סדרה אקראית, במודל מסנן קלמן.

z_k - תוצאות המדידה בצעד ה- k.

$E(v_k v_j^T)$ - R_k

K_k - האבר קלמן, בצעד ה- k.

x_k - חיזוי של x_k .

.Lawrence - 1 Kaufman F - מטריצת המעבר, במודל המערכת, לפי

.Lawrence - 1 Kaufman C - וקטור-tagובת הקו לדגם ייחידה, לפי

P - מטריצת קווריאנס השגיאה.

c_{opt} - האבר הטענן הטרנספורטלי במצב האופטימלי.

ϵ_k^2 - ממוצע השגיאה הריבועית.

ϵ^2 - ממוצע השגיאה הריבועית האופטימלי.

$(c_k - c_{opt})^T A (c_k - c_{opt}) + \epsilon_{opt}^2$ - ממוצע העותות הריבועי.

h_n - Tagובה לדגם ייחידה של המערכת הכוללת קו טענן טרנספורטלי.

[3] - ציון מקור.

מ ב ד א

(Intersymbol Interference)

מהוותה גורם לשגיאות רבות בשדרות נמננים פפרטיים בקצביהם גבוהים בערוצי תקשורת. פרק 1 סוקר את הסיבות להפרעה הבין-סימנית ואת הקרייטריוונים למדידת מידת ההפרעה.

הדרך בה מקטינים ככל האפשר את תוצאות ההפרעה הבין-סימנית נקראת שוויזון (Equalization), והאמצעי להשגת הקטנה זו נקרא משובן (Equalizer). פרק 2 מתאר את המשובן הבסיסי, המבוסס על המנגנון הטרנסורסאלי שהוצע ע"י Lucky , , וכן סוקר סוגים שונים כפויים שהופיעו בספרות. תאור מוחרב של אמרו של Lucky , בו הצביע ותאר לראשונה את מבנה המשובן הבסיסי, מובא בנפח א'.

עובדת זו מרכזת בשיטות שוויזון המשמשות במנגנון קלמן, ושיתרונות על השיטות האחרות הוא בהתבססות מהירה. בפרק 3 מובאת טקירה התאוריה של מנגנון קלמן, ופרק 4 ו- 5 מתארים שתי שיטות שונות המשמשות במנגנון קלמן לשוויזון. הראשונה מוצעת ע"י Lawrence ו- Kaufman (פרק 4), ועיקרא שמוס במנגן קלמן לחשב תמיד של וקטור מצב אחד משתניו הוא היציאה המבוקשת. השיטה השנייה מוצעת ע"י Godard . עיקרה - שדר שדרת מבחן ידועה, ובעזרתה הפעלת האלגוריתם של מנגנון קלמן להתכנסות מהירה של הגברי המנגנון הטרנסורסאלי למצב עובדה קרוב ככל האפשר לאופטימלי.

בפרק 6 מוצעות שיטות שוויזון נזיפות. השיטה הראשונה משלבת את שתי השיטות שתוארו בפרק 4 ו- 5, ועיקרא - שימוש במנגנון קלמן להשגת התכנסות מהירה של הגברי המנגנון הטרנסורסאלי ללא הצורך בשדר שדרת מבחן ידועה, והפסקת שדר הנטוניים בקו לצורך זה. כמו כן אין שיטה זו מצריכה חישוב תמיד של וקטור מצב, וכן אין בה צורך בשימוש מתחם במחשב.

שיטה שנייה המתוארת בפרק 6 משתמש בשיטת Godard לעקיבה אחר שינויים איטיים בקו ללא הצורך בשדר שדרת מבחן, לאחר השגת ההתכנסות הראשונית.

שיטה שלישית המתוארת בפרק 6 בודקת אפשרות לשלב את שיטת השוויזון של Godard - הנעדרת באלגוריתם של קלמן עם השיטה המקובלת יותר, שיטת האגדינט.

פרק 7 מביא את תוצאות הסימולציות השונות שנערכו לבדיקת שיטות השווין המתוירות בעבודה זו. פרק 8 מכם, משווה ומתיק מסקנות לגבי יעילות שיטות שונות אלה.

נספח א' מתאר, כאמור, את מאמרו של Lucky . בנספח ב' מתוארת תכנית המחשב ששימשה לביצוע הסימולציות.

(Intersymbol Interference

פרק 1. הפרעה בין-סימנית ()

1.1. הסבות להפרעה בין-סימנית.

העברת נתונים ספרטיים על קווים מלאוּת בתופעה הידועה בשם "הפרעה בין-סימנית", שבוטיה - הפרעה בין אותות סמוכים, עקב חפיפתו (overlapping) של אותן אוחד על אלה הסמוכים לו. זהו מחותם המונע שידור בקצבים אבויים על קו תמסורת נתונים. צייר 1.1. מראה דוגמה להפרעה בין-סימנית.

ההפרעה הבין-סימנית נגרמת עקב אי-האידאליות של הקווים. בקו טלפון נמדד פונקציית המעבר של קו במונחים של ניחות והשתיה כתלות בזמן. הפרש הזמן בו מגיעים ליציאת הקו מרכיבים של אותן הרכבת השונות זה מזה בזמן נקרא "השתיה המעטפת". כיוון שהנichות והשתיה אינן קבועות בזמן, גורם לאות עוצמת בעברו דרך הקו. כתוצאה ספרטיים מתבטא העוצמת בחפיפה של אותן עוצמות.

سلوك מוחלט של ההפרעה הבין-סימנית אינו אפשרי, אולם אפשרות הפחתה ניכרת של השפעתה. הדרך בה מושגת הפחתה זו נקראת שוויזון (Equalization).

1.2. מקדם העוצמות ועקומת העין (Eye Pattern)

נכיח כי המתח הנמדד ביציאת קו הוא

$$y(t) = \sum_n a_n x(t-nT) + v(t) \quad (1.1)$$

כאשר a_n - האות המשודר.

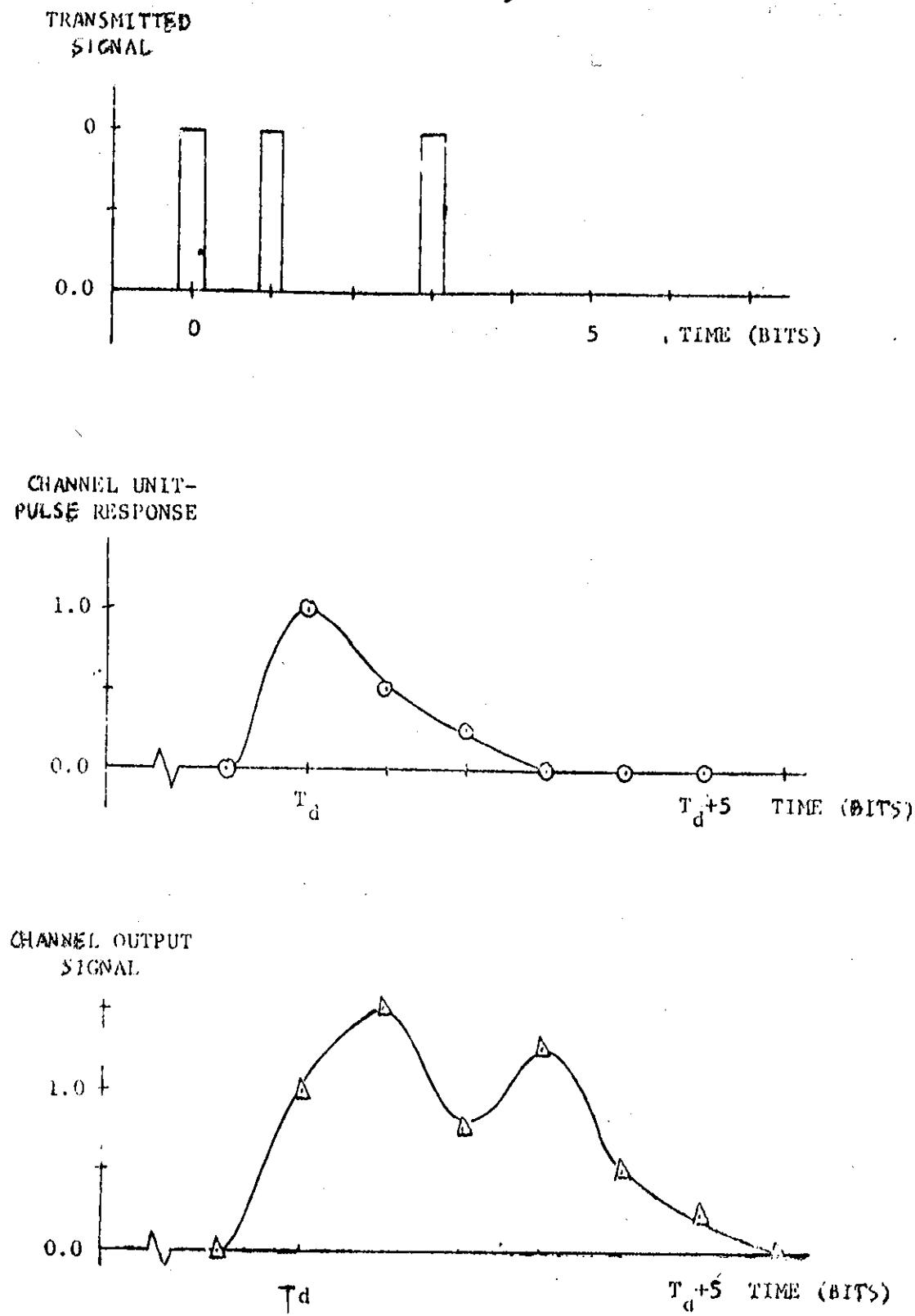
$x(t)$ - התגובה יחידה של הקו.

$v(t)$ - רעש אונטי.

המתח ברגע הדגימה t_0+KT יכול להכתב בצורה הבא 1 :

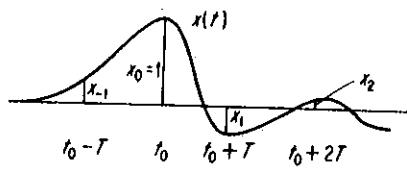
$$y_k = x_0 (a_k + \frac{1}{x_0} \sum_{n=0}^{k-1} a_n x_{k-n} + \sum_{n=k+1}^{\infty} a_n x_{k-n}) \quad (1.2)$$

האיבר האמצעי בביטוי (1.2) הוא זה המבטא את ההפרעה הבין-סימנית, כלומר את השפעתם של פולטים שונים על דגימה ברגע מסוים. אם נתיחס לדוגמת המאגובה לדגם ייחידה שבצייר 1.2 נראה שעקב התהוויה במסטר דרך הקו תהיה ההפרעה לפולס מסוים (בזמן t_0) מרכיבת הן מתרומות פולטים קודמים לו והן מכאה שנשלחו אחריו.



איור 1.1. הפרעה בין-סימנית עקב פיזור בזמן של האותות המשודרים.

Fig. 1.1. Intersymbol Interference due to time dispersion.



ציור 1.2 דוגמה לתגובה לדגם ייחידה של קו.

Fig 1.2 Example of unit response.

נדון באות בינרי בעל אמפליטודה 1 $a_k^+ = 1$. בהנichen 1 x_0
והעדר רעש, נקבל:

$$y_0 = a_0 + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n x_{-n} \quad (1.3)$$

(הסמן \sum יציין סיכום ללא האיבר 0=0).
במקרה הכללי תהיה ההפרעה המכטימלית

$$\text{max interference} = \frac{a_{\max}}{x_0} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x_n| \quad (1.4)$$

בנסיבות הקודמות ($a_{\max} = 1$, $x_0 = 1$), נקבל את העורות
המשמעות ב- D ותומוגדר:

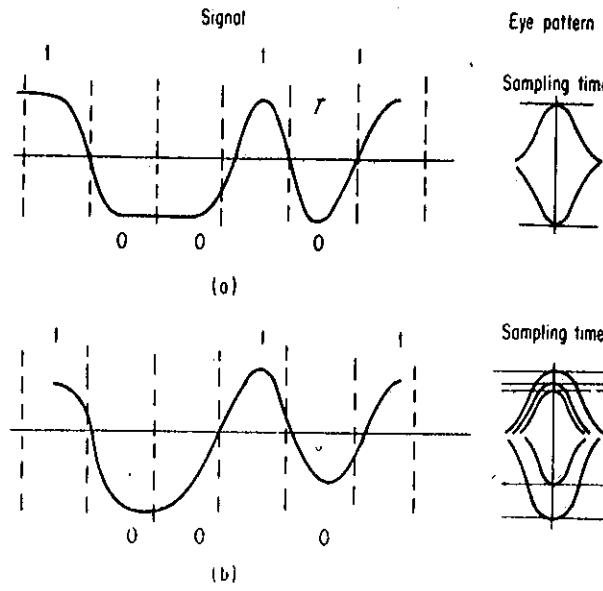
$$D = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x_n| \quad (1.5)$$

נaddir את המונח פתיחה העין עבור מערכת בת L רמות סימניות אפשריות:

$$I = 1 - (L-1) D \quad (1.6)$$

כאשר I - פתיחה העין.

במקרה על גבי מסך אוטילוסקופ, נוכל לקבל את מידת הפרעה חビין - סימנית עיינית הנקשת מתח הייציאה (t) י. כאשר קצב הסריקה האופקי הוא $\frac{1}{T}$. העקומה המתקבלת ידועה בעקבות העין עקב דמיונה לצורת עין אנוש. בציור 1.3 אנו רואים דוגמה לעקומותعين המתתקבלות עבורו אותן שאינן מעוותות ועבורו אותן מעוותות. האותות הם בינהם.



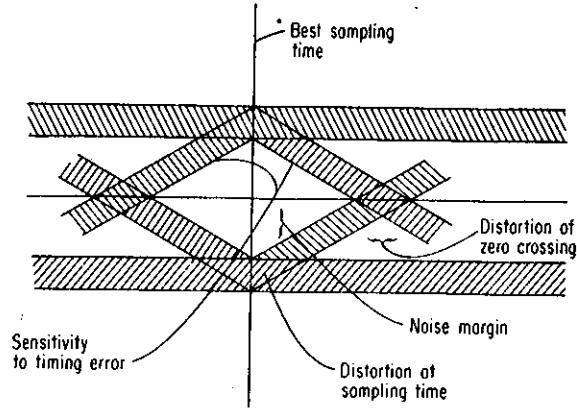
ציור 1.3אותות בינהם ועיקומות העין המתאימות עבורו: a : אותן לא מעוותות. b : אותן מעוותות.

Fig. 1.3. Binary signals and corresponding eye patterns for:
a. Undistorted and b. Distorted signals.

אם נשים את כל הקטעים הנדרקים ברגע T האחד על גבי השני נקבל את "עקומת העין". כאשר האות העובר בקו אינו מתכוון תotel עיקומת העין הפתרחה. קו אובי שיועבר דרך מרכז העקומה יראה את ערכי הדגימות המתתקבלות. כל הערכים יהיו אז $1+$ או $1-$.

בציור 1.3 האות מעוות עקב הפרעה בין סימנית ורעש. הערכים שיתקבלו ברגעי הדגימה לא יהיה $1+$ או $1-$ בלבד, אלא ערכים נוספים בין שני ערכים אלה. תוצאה הנקראת "פגירת העין".

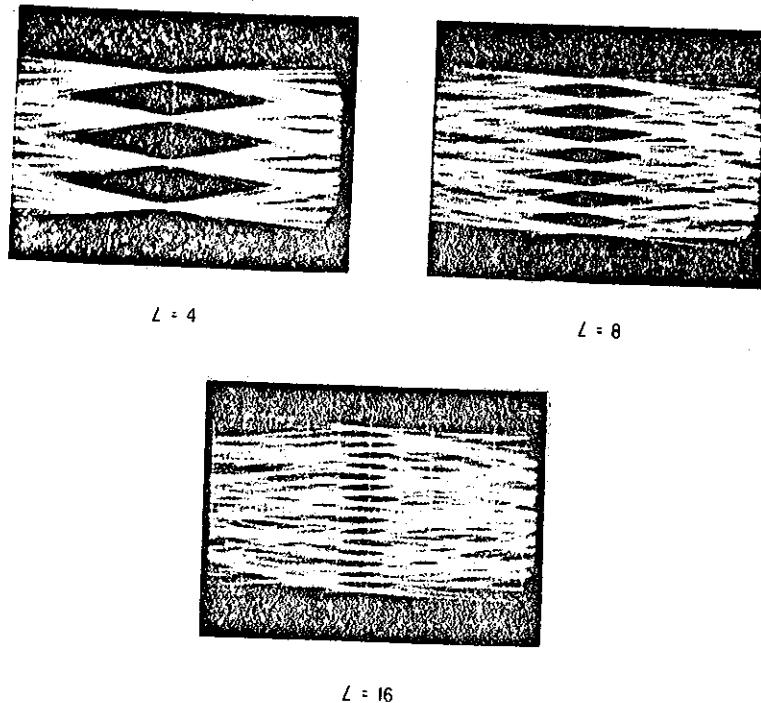
עקומת העין ניתן להוציא מידע משמעותי על המערכת בה מועברים הנתונים. נניח שהרעש אינו גדול ונוכל להווכח אז, ציור 1.4, בדברים הבאים:



ציור 1.4. תכונות חשובות של עקומת העין.
Fig. 1.4. Important characteristics of an eye pattern.

1. זמן הדגימה הטוב ביותר בו היא בפתחה המכטימלית של העין.
2. רגישות המערכת לשגיאות זמן (Timing errors) מתגלית בקצב סגירת העין כאשר זמן הדגימה משתנה.
3. העוות המכטימי יחסית לעובי שמי ענפי העקומה ברגע הדגימה.
4. המרווח המינימלי שבוטר כנגד שגיאת רעש נקבע ע"י המרחק בין קצה העקומה הקרוב, לבין מתח הסף ברגע הדגימה.
5. לאבי מערכות בהן נקבע זמן הדגימה ע"י מיצוע חציית האפס (Zero crossing) יש חשיבות למידת העוות ברגע חציית האפס. כמו כן חשוב במערכות אלה שהפתחה הטובה ביותר של עקומת העין תהיה במרכז העקומה.

במערכות בהן אות המשודר יכול לקבל מספר רמות גדול מ-2 יתבצע ניתוח עקומת העין بصورة דומה. צייר 1.5 מראה דוגמת עקומת עין למערכות רבות רמות.



ציור 1.5 עקומה עין בעלת מספר רמות.
Fig. 1.5. Multilevel eye pattern.

ניתן לאלוות תכונות לא לינאריות של עroz התמסורת ע"י אלורי או סימטריות בעקומות השונות. במערכת לינארית לחולוטין חייבות כל פתיחות העין של המערכת רבת הרמות להיות זהות.

כבהיר עתה את המונח "סגירת העין המכטימלית": (Peak eye closure)

סגירת העין המכטימלית ברגע דגימה מסוים מוגדרת כמידת הפרעה הבין סימנית המכטימלית הנגרמת לאות בעל רמה נתונה, כאשר מחלוקת במרקח שבין רמה זו לרמת סף החלטה הקרויה ביותר. ננתה את המקרה של מערכת בה יש לאות L רמות אפשריות.

כפי שראינו מנוסחה 1.3, הרי שבraud רוש תנן דגימה של אות נקלט ע"י

$$y = a_0 x_0 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n x_{n-1}$$

הגודל המכטימי בסכום זה יתקבל כאשר משודר סדרה $\{a_n\}$ שבה קיבל כל אות a_n את רמתו המכטימלית, בסימן זהה של $x - x_0$. גודל זה יהיה

$$a_0 x_0 + (L-1)d \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x_n|,$$

כאשר $d = \text{מחצית המרחק בין הרכות},$

ההפרעה המכטימלית הנגרמת היא לכן

$$(1.7) \quad |x_n| \sum_{n=-\infty}^{\infty} d(L-1)$$

כיוון שהמרחב מהרמה הבקלת לרמת סף הוחלטה הקרובות ביותר הוא $p_0 x_0$ נוכל לנתר גודל זה ולקבל את סגירת העין המכטימלית.

$$(1.8) \quad D = \text{סגירת העין המכטימלית}$$

כאשר

$$(1.9) \quad D = \frac{1}{x_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x_n|$$

D הוא העוזת המכטימי, שהוגדר ב- (1.5) עבור מקרה בו $x_0 = 1$.
פתיחה העין המכטימלית, כפי שהוזכר ב- (1.6), היא $D = (L-1)$.

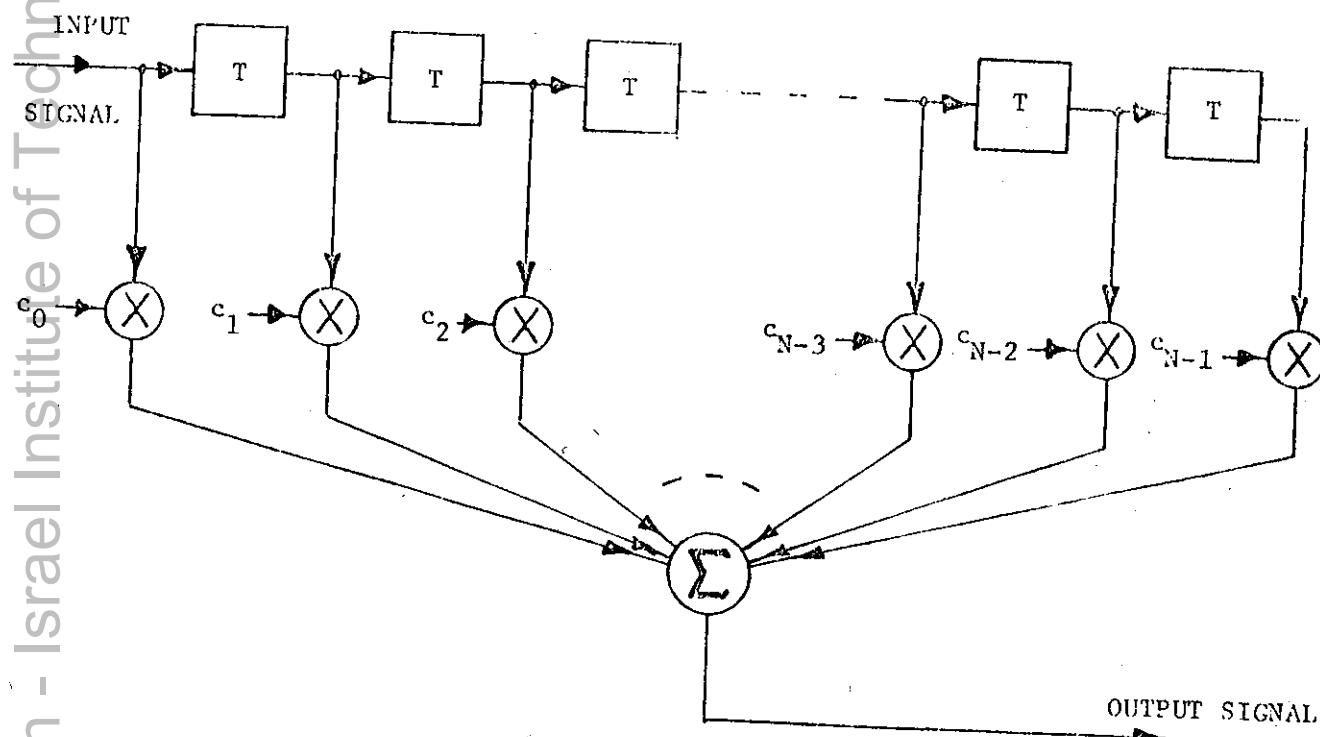
משמעות פתיחת העין היא - תמרות המיליגמלי שנוצר במערכת לשגיאות רעש.
לכל סדרה שהיא [1].

פרק 2. השוויזון ושיתותו השוננו.

2.1 המשוון הבסיסי.

השימוש בשוויזון החל לפני זמן רב ב��ויים אנלוגיים, לשיפור האופין של אמפליטודת תגובה התדר של הקו. משובנים אלה היו ברובם בעלי אופי קבוע. לא יוחסה חשיבות רבה לתלות הפאזה בתדרות באופין הקו, כיון שהוא האדם אינו רגיש לעוצתי השהיה. רק עם גדור השימוש בקויים להעברת נתוניים ספרתיים, הטעור הצורר בהקטנת ההפרעה הבין-סימנית.

אמצעי עיקרי בנסיונות להפחית את השפעת ההפרעה הבין-סימנית הוא המבנה הטרנסורסלי. מכאן זה מרכיב מקו השהיה המחולק ליחידות בעלות השטייה דלה, (Tapped delay line). יציאת כל קטע בקו ההשניה מוכפל במכפל אנלוגי שהగבו ניתן לווסות (tap gain). יציאת המבנה היא סכום יציאות המכפלים. כאשר מחובר מבחן זה ביציאת קו יש ביכולתו לבדוק את תגובה המערכת (קו+מבחן) לייחידה. דוגמה למבחן טרנסורסלי נוכל לראות בציור 2.1.



ציור 2.1. מבנה טרנסורסלי.

Fig. 2.1., Transveral Filter

באופן מעשי לא נוכל למנווע לחלווטין הפרעה בין-סימנית בעדרת מסנן טרנסורסלי. נתרכז בכך במציאות התנאים להשתת עוזת מינימלי.

מן הרואי להציג כי המסנן הטרנסורסלי מהוות ייחידה בסיטית במשובנים השונים שפומחו מרוצת השנים. השוני ביןיהם הוא בשיטת השונות בהן נקבעים האברי יציאות קו ההשאה.

2.2. המשرون של Lucky

בין חשובי מניחי היסודות לתורת השווויון היה [2] Lucky ב-1965. במאמרו שפורסם אז הוגדר המונח עוזת השיא כמודד לשגיאת הנגרמת ע"י ההפרעה הבין-סימנית, ונקבעו התנאים בהם יושג עוזת מינימלי במערכת קו ומסנן טרנסורסלי, ע"י קביעה אופטימלית של האברי המסנן. לשם כך היה צורך בשדרה סדרות פולטים מבודדים זה מזה לפני תחילת העברת הנתונים בקו. Lucky השתמש בשיטת ה- [20] steepest descent gradient להתקנות האלגוריתם, כאשר לצורך חישוב הגרדיאנט נעשה שימוש באינפורמציה הקטיבית של המשתנים בלבד. מושך המשוון המאפשר בכך באמצעות דיאגיטליים פשוטים יחסית.

Lucky הוכיח את המשפט הבא: יהיו D העות, כפי שהוגדר ב-
 (1) , ונניח $1 = h_0$. העות המתקיים לקרוא עוזת המחלתי, ויסמן ב- D_0 נסמן כמו כן את התגובה ליחידה של המערכת הכוללת את הקו והמסנן הטרנסורסלי ב-. h באופן שעוזת המערכת יהיה

$$D = \frac{1}{h_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |h_n|$$

אם העות המחלתי D_0 יהיה קטן מ-1 יושג מינימום עוזת באמ האברי המסנן הטרנסורסלי. יקבעו כך שיגרמו $0 = h$ עבור כל ה- α -ים, כאשר $0 \neq h$, $h \in K$, כאשר K - קבוצת המספרים המציגות את מיקום התגברים. אלגוריתם זה נקרא Zero forcing והוא ניתן למימוש פשוט.

Lucky הוכיח כמו כן שאם האבר היחס במסנן הטרנסורסלי יקבע כך שיקיים $1 = h_0$, יהיה D , עוזת המערכת, פונקציה קבועה של יתר האברים. חישבות עובדה זו בכך שהיא מבטיחה קיום מינימום אחד בלבד במערכת.

חרוון שיטתו של Lucky בכך שאין היא מבטיחה התכונות עבורה $D_0 > 1$, ואין היא מביאה בחשבון את הרש במערכת. תאור מפורט של מאמרו של Lucky מובא בנספח א'.

2.3 סקירה ספרותית בנושא שירות שוויזון.

[3] המשיך לפתח את הרעיון שהעליה במאמרו הקודם. Lucky משווין שחציע במאמרו הראשון קרא משווין אוטומטי, ובעוד-[3] מתאר הוא משווין אדפטי המסוגל לעקוב אחר שנויי הקו ואינו מצריך שידור פולטי מבחן, אלא משתמש במקומות נמנוניים המשודרים בקו. ההנחה היא שיציאת הקו שווה לפולט הנשלח. גם במאמר זה משמשת אינפורמציה סימנית המשתלבת לקביעת שנויי הגברים, שנוי הטענה בגדים דיסקרטיים קבועים. ההנחה היסוד בשיטה זו היא:

1. פילוג הרש הוא אוטמי.

2. אין קוורציה בין אותות הכנישה.

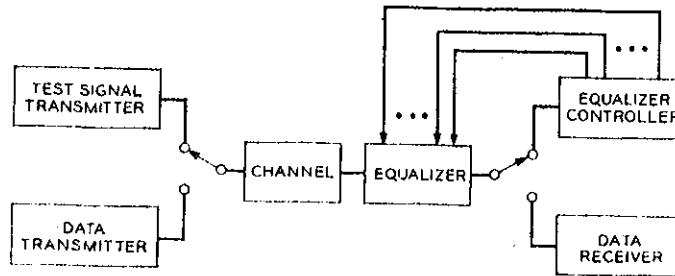
3. הסטברות השגיאה קטנה, כך שבאופן מעשי סדרת הכנישה ניתנת להשגה ביציאת המערכת.

4. דגימות תגוכת הקו קבועות במשך זמן הת��לות.

Lucky קובע כי תנאי מס' 2 הוא הבסיסי בין תנאים אלה, כי בדרך כלל רבות הסדרות הרצופות של 0 או 1, והסדרה אינה אקראית. במקרה זה על המשווין לחתין לדירה אקראית. בשני מאמריו אלה השתמש Lucky בשיטת ההבאה למינימום של עוזות השיא, ובשני המקרים היה זמן התוכנות ארוך.

הצעד הבא בפתחו משווינים נעשה עלי Widrow [4]. הוא הציע מנגנון טרנסורסלי בו נשית האופטימייזציה בשיטת מומוצע השגיאה הריבונאית.

Lucky Rudin [5] השתמשו גם הם בשיטה זו. לפי הצעתם השווין ייבו נעשה תוך כדי מהלך השידור הרגיל אלא עלי מערכת נפרדת, שאינה קשורה עם המקלט ועם הדרור הרגילים. בניית המערכת בציור 2.2.2 המשווין אינו יכול לתקן עוצותיים חנובעים מהשדר או המקלט, אבל יתרונו בכך שאינו תלוי במערכת אינפורמציה מסוימת אלא מתאים למערכת כלשהי. שימושו שאין הוא תלוי במערכת אינפורמציה מסוימת אלא מתאים למערכת כלשהי. שימושו בעיקר מערכות העברת נתוניים של צרכנים שונים מנומבות למקום אחד.



. [5] . Rudin Lucky ו - ציור 2.2. מבנה המשווון לפי הצעת

Fig.2.2. The structure of the equalizer suggested by Lucky and Rudin.

שיטה מוצעת השגיאה הרבוועית הוצאה גם ע"י [6] . במאמרו Gersho מובא ניתוח מתמטי מפורט על מכונות התוכניות של האלגוריתם שהוצע, המציג את ממוצע רביעי ההפרעה הבין-סימנית. האלגוריתם המוצע על ידו מבטיח התוכניות גם בעותמי אמפליטודה ופזה חריפים. נסקרה השפעת הרעש על התוצאות המתתקבלות. סר Gersho מראה כי בשיטה המוצעת על ידו מתכנס רצף הממוצע של ההగברים לערך הקרוב לאופטימלי. השיטה הרבוועית של ההגברים השונים מהערך האופטימלי מוגבלת לגודל אותו ניתן לקבוע כרצוננו, ע"י הקטנת מהירות התוכניות.

. Gersho הציע ב- 1970 [7] מושך דיגיטלי לשימושו של Lender

Hirsh ו - Wolf [8] בדקו אפשרויות שימוש של אלגוריתמים שונים ובחירה הצלול שבהם. במשוון שמיימו עבור מעבדות Bell השתמשו בمعالגים משולבים וברנץיטורי אפקט שדה כמכפלים במוגרים. בין האלגוריתמים שבדקו כללו הפעולות בשיטת ה- Zero forcing וכalgo הפעולות בשיטת ממוצע השגיאה הרבוועית. השיטה שנבחרה על ידם כונתה Modified zero forcing מביאה למינימום את הבטווי שיטת ה- Zero forcing והיא גרסה של שיטת ה- Zero forcing.

$$\hat{h}_j = \sum_{i=1}^N \text{sgn}(e_i) \text{sgn}(y_{i-j})$$

כאשר \hat{y} - יצאם המשוון לפני החלטה לגבי האות שמודר. \hat{e} - ההפרש בין \hat{y} לבין יצאם המשוון לאחר ההחלטה. $Lucky$ הראה ב- [2], כי כאשר הכניטה אקראית ועוקמת העין פטוחה הרי ש- \hat{h} הרוא שערור של \hat{y} - תגوبת המערכת לדגם ייחידה לאחר השינויוון. כיוון מגברי המבנן הטרנסורסלי געשה עיי שינוי המגבר ה- \hat{y} vr שבל ה- \hat{h} , פרט ל- \hat{h} , יתאפשר.

שיטת ה- $Modified zero forcing$ משתמשת בכניטה לשווון במקום ביציאה ממנה. עייvr מושגת התכונות מהירות יותר, והיא אפשרית גם במקרים בהם שיטת ה- $Zero forcing$ לא יכולה להתכנסות כלל.

בעיות ממוש המשוונים רצוי יותר ויוטר את תשומת לבם של העוסקים בינם. Gitlin, Mazo ו- Tailor [9] דנו בהשפעת הקוונטייזציה במוש דיגיטלי של אלגוריתם הארדיבינט, משווון העובד בשיטת ממוצע השגיאה הרובעת. המאמר מראה שהתופעות הנגרמות עקב הישום הדיגיטלי שונות בצורה משמעותית מלה שימוש אנלוגי. ההבדל העיקרי הוא בגודל עד הארדיבינט (step size). בעוד שימוש האנלוגי הצעד הולך וקטן ככל שגדל מספר האיטרציות, הרי שימוש הדיגיטלי נוצרת שגיאת שארית, שכדי להקטינה יש להגדיל דוקא את גודל הצעד. כיוון שיש פה סתייה בין שגיאת השגיאה האנלוגית, המוקטנת דוקא עייvr הקטנת גודל הצעד, תתקבל התוצאה האופטימלית עייvr אודל בינוים המהווה פשרה בין שתי דרישות מנוגדות אלה.

המאמר משווה גם בין התכונות בצד משנה לבין התכונות בצד קבוע. מסקנתו היא שבמימוש דיגיטלי שגיאת השגיאה קטנה יותר מוקטנת בצד קבוע.

השפעת הקוונטייזציה של האות עצמה, השגיאה, ושתיהן גם יחד נידונות בשני מאמריהם מאת Macleod, Ciapala ו- Jelonek [10], [11]. ב- 1975. מסקנתם היא כי עבור הנוחות שבמוש מערכות בהן מתבצעת קוונטייזציה, ובעור יציבות המערכת שהיא מבטיחה, משלמים באידול ממוצע השגיאה הרובעת ובקטנת מהירות ההתכנסות.

בנוספ' לאישות המתבססת על מבנן טרנסורסלי ליניארי מוזכרות בספרות אישות אחרות. באחת מהן מציע Proakis [12] מבנן מסרק (Comb Filter) המחבר בטoor למערך של מסננים מקבילים

буלי שני קטבים כל אחד. לטענתו מתאים מערך זה לשמש כמשוון, בעיקר כאשר אותן הבדיקה מורכבת מסינוסואידות שהגדיר שלהן מתאים לקטבי המנסננים הדור-קטביים. כל מנגנון כזה מתוכון באופן בלתי תלוי באחריתם. דרך שווין נוספת, המשמשת באlgorigithm של Magnee [15] הווצה ע"י Viterbi ו- [14] Proakis.

שיטת המכנות הדינמי שמשה את Schwartz [15] ו- Richman לקביעה גודל הצעד, כאשר קרייטריוון התכונות הוא ממוצע השגיאה הרובעת. הצעד משתנה בזמן התהילך. בשיטה זו תושגה התכונות מתייה יחסית לאודול צעד קבוע, אך המערכת דרשה כושך חישוב אודול יותר.

אחד הקרייטרוניים החשובים ביותר בבדיקה יעילות משוון הוא מהירות המכנותו, כאמור, הזמן הדרוש לאפשר שדרוג נתוניים בקו. אחת השיטות, [16], הציעה אלגוריתם המשתמש בגרדיינט מסדר שני, מהצורה

$$c_{k+1} = c_k - \frac{1}{2} \Delta_k \epsilon + \beta_k (c_k - c_{k-1}) \quad (2.1)$$

כאשר הבטווי

הוא מסדר ראשון, ובו c_k - וקטור מקדמי התגבר. ϵ - סכום רבועי השגיאות ביציאת המשוון. Δ_k - הגרדיינט, בהתייחס ל- c_k . α_k - גודל צעד הגרדיינט. β_k - מקדם משתנה בבטוי מסדר שני.

בהגבלת הערכים העצמיים של מעריצת הקורלציה בין האות והרעש, פותח אלגוריתם מן המסדר השני שהתכנס מהר יותר מאlgorigithm מסדר ראשון, בעיקר בהפרעות בין-סימניות חזקות. האlgorigithm מאפשר גם מעקב מהיר אחר שנויים באופני הקו. בני מחברים אלה בחנו גם בצוויי אלגוריתם בעל גודל עד משתנה יחסית לאודול צעד קבוע. [17].

$$c_{(j)k+1} = c_{(j)k} - \alpha_k \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_j} \right)$$

α_k - גודל הצעד המשתנה.
 ϵ_j - הגבר האלמנט ה- j במנון הטרנסורטלי.

$$\epsilon = \sum_{k=-\infty}^{\infty} e_k^2 = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (y_k - a_k)^2 \quad (2.2)$$

כאשר e_k - השגיאה ביציאת המשוון, כלומר - ההפרש בין יציאת המשוון, y_k , לבין היציאה המבוקשת, a_k . מסקנת המחברים כי אלגוריתם זה מתכנס מהר יותר מאשר זה בעל גודל הצעד הקבוע, בעיקר בהפרעה בין-סימנית חזקה.

Chang הציע, ב- 1971 [18], משוזן המבוסס על מערכ של מסכנים טרנסורסאליים. הוא מראה שם אופין האמפלייטודה - תדירות של הקו ידוע בדיקות רבות, יש צורך באיתרציה אחת בלבד של האלגוריתם המוצע על ידי להשגת שגיאה מינימלית. אפשרות נוספת היא להעריך את התקוות מטרך מערכת ידועה של אופיניות קו חלקיות. Chang חוקר את המטריצה A, המוגדרת ע"י

$$A = E[u_k u_k^T]$$

כאשר E - ממון תוחלת.

u_k - וקטור הכניסות למגבריו המנסן הטרנסורסאלי, ראה [6].

u_k^T - השיקוף של u_k .

במאמר מוכח כי כאשר הערכים העצמיים של המטריצה A הם בעלי גודל דומה, כל צעד המכניות מקטין את השגיאה בטדרי גודל ניכרים. (100, למשל). כמו כן מראה Chang שהמכניות מהירה אינה אפשרית כאשר הערכים העצמיים נבדלים זה מזה בצורה ניכרת. מתחום נתוניים אלה שואב Chang את הרעיון שהקטנת ההבדלים בין הערכים העצמיים מגדיל את קצב החתכנות. המאמר מוכח כי אבריו המטריצה A הם בעצם הקרווקולציה בין הכניסות למגברים שונים במנסן הטרנסורסאלי. האיבר z_{ij} , למשל, שבמטריצה זו הוא הקרווקולציה בין הכניסות למגברים ה- i ו- j. אם תהיינה הכניסות למגברים אורתונורמליות תהיה Matriatz A מטריצת היחידה, והערכים העצמיים ישוו זה לזה. לעומת זאת אם תהייה קורולציה בין הכניסות למגברים שונים יהיה הערכים העצמיים שונים זה מזה.

המסקנה מכל האמור לעיל היא שיש לנסתה ולתכנן משווון כזה שבו הכניסות למגברים שונים תהיינה אורתונורמליות. עייןvr נקבל ערכיהם עצמיים שונים במטריצה A והמכניות מהירה יותר. (תווך צעד אחד, אפילו). להשגת מטרה זו מציין Chang מבנה משווון כמפורט בצייר 2.3. כניסת המשוון, $(t)x$, מחוברת למערך מסכנים, ויציאת המנסן ה- z- מחוברת דרך מגבר משתנה, c , למסכם.

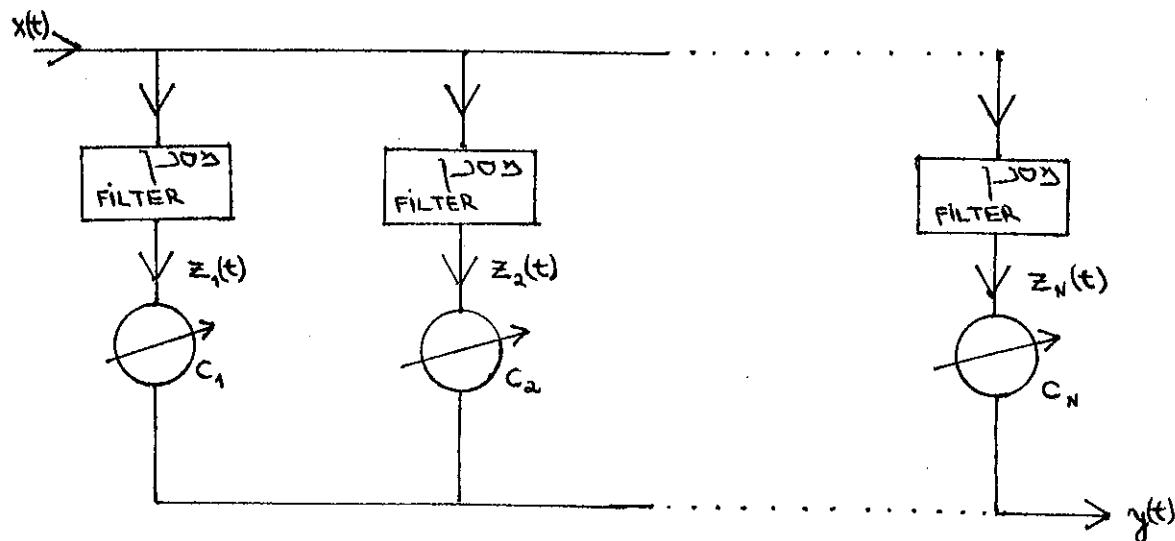
$$y(t) = \sum_{i=1}^N c_i z_i(t)$$

יציאת המנגן היא

כאשר $c_i z_i(t)$ הייתה הכניסה למגבר c_i
אוותה $z_i(t)$ היו אורתוגונורמלים כאשר $i=1, \dots, N$

$$\sum_{i=1}^N c_i z_i(t) = \sum_{i=1}^N z_i(t) C_i$$

מראה במאמרו שעבור כל עroz ניתן לתangen את המנגנים בצורה שתקיים משווה זו, והתכונות מסווגת אז תור צעד אחד בלבד.



3.2 מבנה המשוון לפי Chang

Fig.2.3. The equalizer according to Chang.

בעבודה זו נחרכז בשיטת שווין נוספות המבוססות על המנגן של קלמן.

Kaufman הראשונים שניסו להשתמש באלגוריתם של מנגן קלמן לשווין היו Lawrence ב-1971. [13] מאמרם הוא אחד משני המאמרים בהם מרכזת עבודה זו. המאמר השני הוא מאמר של Godard, [26] תאור וניתוח מפורטים של מאמריהם אלה מובאים בפרק 4 ו-5.

Markثار ב-1973 [19] מתקן המשמש במנגן של קלמן לשערור תగובה הקו לדגם ייחידה, לאחר ידיעת ראשונית של תגובה זו. המערכת אינה לינארית

[20] Cunningham ו- Lee ו- QPSK משתמשים גם הם בשיטה זו לשורוינן מערכת (Quadrature Phase Shift Keying).

ומראים ששיעורם מאפשרת עבודה גם כשהקו משתנה באיכות.

Benedetto Biglieri ו- [21] 1974 מערכת המבוצעת גם היא שורוינן בעזרת מסנן קלמן. המאמר מתרכז בין היתר ביציבות המערכת ובהשווות ביצועיה עם מערכות קונבנציונליות. המערכת דורשת ידיעה של תגובהה הקו ליחידה.

Luvison ו- Pirani הציעו גם הם, ב- 1975 [22] שיטה לשערוך היציאה בקו בעזרת מסנן קלמן. האבר קלמן חושב בזמן אמיתי עיינ אלגוריתם רקורסיבי, כשימוש השיטה-במקלטים אדפטיביים, השיטה מחזיקה קביעה ראשונית של תגובהה הקו לדגם ייחידה.

פרק 3. המבנה של קלמן3.1 הקדמה

המבנה של קלמן הוא למעשה גירסה מודרנית של תורה ממוצע השגיאה הרביעית, mean square error, שהוצאה במקורה ע"י או. תורה ממוצע השגיאה הרביעית גורמת כי מצב אופטימלי של מערכת יושג ע"י שאייפה מתמדת להקטנת ממוצע השגיאה הרביעית במערכת. כך למשל, אם נקבל ביציאת מערכת שעורור של הכניסה שנמננו ב- \hat{x}_k , בעוד שה כניסה עצמה הייתה x_k , תהיה השגיאה

$$e_k = x_k - \hat{x}_k$$

וממוצע השגיאה הרביעית - יוגדר כ-

$$E |e_k|^2 = E |x_k - \hat{x}_k|^2 \quad (3.1)$$

כאשר E - מסמן את המתוחלה.

כפי שנזכר בהמשך, חומר פתוות המבנה של קלמן להשתתפות מינימום של ממוצע השגיאה הרביעית, ולכך שידן גם הוא לסוג זה של אלגוריתמים.

הרחבת התאוריה של האלגוריתמים העוסקים במינימום ממוצע השגיאה הרביעית ניתן למצוא במקורות [25], [26].

3.2 הצגת המודל והבעיה: [23]

נזהר לעצמנו מערכת דינמית, שניתן לתאר את מצבה בזורה וקטורית ע"י המשוואת הלינארית הבאה:

$$x_k = \phi_{k,k-1} x_{k-1} + \Gamma_{k,k-1} u_{k-1} + f_{k-1} + w_{k-1} \quad (3.2)$$

משוואת זו מתרת את מצב המערכת בזמן t_k , כאשר:

x_k - וקטור המצב ה- N ממדי,

u_{k-1} - וקטור הבקעה (P ממדי) בקטע $[t_{k-1}, t_k]$.

f_{k-1} - וקטור האילוץ של פונקציה ידועה בזמן.

w_{k-1} - וקטור של סדרה אקראית, בעל טופיסטיות ידועה:

$$\cdot E [w_k] = 0 \quad \text{לכל } k \quad (3.3)$$

$$E [w_k w_j^T] = Q_k \delta_{kj} \quad (3.4)$$

כאשר δ_{kj} - הדلتה של Kronecker. Q_k - אי-שליליות מוגדרת. $\Phi_{k,k-1}$ היא מטריצה המעביר בעלת התכונות הבאות:

$$\Phi_{k,k} = I \quad \text{לכל } k \quad (\text{מטריצה היחידה}). \quad (3.5)$$

$$\Phi_{kj} \Phi_{ji} = \Phi_{ki} \quad (3.6)$$

$$\Phi_{kj}^{-1} = \Phi_{jk} \quad \text{ולכן (3.6)}$$

$\Gamma_{k,k-1}$ היא מטריצה ידועה, שטמדיה P_N , המחברת בין כבישות הבקרה ווקטור המצב.

$$\cdot t_0 \leq t_1 \leq t_N \quad \text{זמן } t \text{ יכול לקבל ערכים כלשהם}$$

וקטור המצב ברגע האפס, x_0 , הוא משתנה אקראי בעל סטטיסטיקה ידועה:

$$E [x_0] = 0 \quad (3.8)$$

$$E [x_0 x_0^T] = M_0 \quad (3.9)$$

$$E [w_k x_0^T] = 0 \quad \text{לכל } k \quad (3.10)$$

נניח כמו כן שבכל רגע t_k יש ברשותנו m מדידות, z_k , הקשורות לינארית לוקטור המצב, ושלهن מתווסף רעש.

$$z_k = H_k x_k + v_k \quad (3.11)$$

H_k היא מטריצה ידועה, שטמדיה $N \times m$.

v_k סדרה אקראייה, בעלת סטטיסטיקה ידועה:

$$E [v_k] = 0 \quad \text{לכל } k \quad (3.12)$$

$$E [v_k v_j^T] = R_k \delta_{kj} \quad (3.13)$$

R_k - אי שליליות מוגדרת.

נניח שאין קוורלציה בין התהליכיים האקראיים x_k ו- x_{k-1} . שני תהליכיים אלה - יהיו סדרות רעש לבן.

$$E \left[v_k w_j^T \right] = 0 \quad \text{לכל } j, k. \quad (3.14)$$

$$E \left[v_k x_0^T \right] = 0 \quad \text{לכל } k. \quad (3.15)$$

בהתיחס למודל הנתון, יש למצאו שערור x_k של המצב ברגע t_k , המהווה צרוף לינארי של השערור ברגע t_{k-1} , ושל תוצאה המדידה, z_k . על השערור להיות "הטוב ביותר" במובן זה, שמשמעותו סכום רביעי השגיאות בשערור הוא מינימלי. כלומר - ש- x_k יבחר בצורה שבטוחה

$$E \left[(\hat{x}_k - x_k)^T (\hat{x}_k - x_k) \right] = \text{minimum.} \quad (3.16)$$

3.3 מערכת ללא אילוצים:

נניח בתחילת מודל פשוט של מערכת ללא אילוצים חיצוניים.

המערכת מתוארת ע"י המשוואת הבאה:

$$x_k = \phi_{k,k-1} x_{k-1} \quad (3.17)$$

כיוון שכך, ניתן לחזות את השערור ברגע t_k :

$$\hat{x}_k = \phi_{k,k-1} \hat{x}_{k-1} \quad (3.18)$$

ובניתן לחזות כי תוצאה המדידה ברגע t_k תהיה z_k^H . שגיאה בהערכתה תנתן אוטומטית בשגיאה בין תוצאה המדידה בפועל, לבין התוצאה המשוערת:

$$e_k = z_k - H_k \phi_{k,k-1} \hat{x}_{k-1} \quad (3.19)$$

מתוך הגדרת הבעיה, על ההערכה להיות פונקציה לינארית של המדידה החדשה, נגידיר מטריצה בלתי ידועה, K_k , באופן שההערכה \hat{x}_k תנתן ע"י

$$\hat{x}_k = \phi_{k,k-1} \hat{x}_{k-1} + K_k (z_k - H_k \phi_{k,k-1} \hat{x}_{k-1}) \quad (3.20)$$

המטריצה K_k תבחר כך - שmbיא לミニימום את הגודל

$$E \left[(\hat{x}_k - x_k)^T (\hat{x}_k - x_k) \right]$$

המטריצה K_k נקראת מטריצת ההגבר.

$$\tilde{x}_k \triangleq \hat{x}_k - x_k$$

נגידיר: (3.21)

ולכן:

$$E \left[(\hat{x}_k - x_k)^T (\hat{x}_k - x_k) \right] = E \left[\tilde{x}_k^T \tilde{x}_k \right]$$

ניתן לכתוב זאת בצורה הבאה:

$$E \left[\tilde{x}_k^T \tilde{x}_k \right] = \text{trace } E \left[\tilde{x}_k \tilde{x}_k^T \right]$$

(3.23)

כasher ה- trace מוגדר כסכום האברים האלכסוניים של המטריצה.

נגידיר מטריצת P_k :

$$P_k \triangleq E \left[\tilde{x}_k \tilde{x}_k^T \right]$$

(3.24)

ומתווך הגדרת \tilde{x}_k , נקבל:

$$\begin{aligned} \tilde{x}_k &= \left[\phi_{k,k-1} \hat{x}_{k-1} + K_k (z_k - H_k \phi_{k,k-1} \hat{x}_{k-1}) \right] - \phi_{k,k-1} x_{k-1} = \\ &= \phi_{k,k-1} \hat{x}_{k-1} - K_k H_k \phi_{k,k-1} \hat{x}_{k-1} + K_k (H_k x_k + v_k) = \end{aligned} \quad (3.25)$$

$$(I - K_k H_k) \phi_{k,k-1} \hat{x}_{k-1} + K_k v_k$$

נוכל לייצר עתה את המטריצה P_k

$$\begin{aligned} P_k &= E \left\{ \left[(I - K_k H_k) \phi_{k,k-1} \hat{x}_{k-1} + K_k v_k \right] \left[(I - K_k H_k) \phi_{k,k-1} \hat{x}_{k-1} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + K_k v_k \right]^T \right\} = \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$= (I - K_k H_k) \phi_{k,k-1} E \left[\hat{x}_{k-1} \hat{x}_{k-1}^T \right] \phi_{k,k-1}^T (I - K_k^T H_k^T) +$$

$$+ K_k E \left[v_k \tilde{x}_{k-1}^T \right] \phi_{k,k-1}^T (I - H_k^T K_k^T) +$$

$$+ (I - K_k H_k) \phi_{k,k-1} E \left[\tilde{x}_{k-1} v_k^T \right] K_k^T + K_k E \left[v_k v_k^T \right] K_k^T$$

$$E \left[\tilde{x}_{k-1} \tilde{x}_{k-1}^T \right] = P_{k-1}$$

מתוך הגדה -

$$E \left[v_k v_k^T \right] = R_k$$

$$E \left[v_k v_{k-1}^T \right] = 0$$

$$E \left[v_k x_0^T \right] = 0$$

-1

$$E \left[v_k \tilde{x}_{k-1}^T \right] = 0 = E \left[\tilde{x}_{k-1} v_k^T \right]$$

נובע גם ש-

ולכן - ניתן לכתוב את P_k בצורה הבאה:

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^* (I - K_k H_k)^T + K_k R_k K_k^T \quad (3.27)$$

$$P_k^* \triangleq \phi_{k,k-1} P_{k-1} \phi_{k,k-1}^T \quad (3.28)$$

ומתוך (3.28) נקבע - עyi פתיית הסוגרים

$$P_k = P_k^* - K_k H_k P_k^* - P_k^* H_k^T K_k^T + K_k (H_k P_k^* H_k^T + R_k) K_k^T \quad (3.29)$$

המטריצה P_k^* אינה תלולה בבחירה K_k

המטריצה $(H_k P_k^* H_k^T + R_k)$ היא סימטרית ואי - שלילית מוגדרת. ולכן היא ניתנת להכתב כמכפלת מטריצה - S_k - וחשיקוף (Transpose) שלו.

$$S_k S_k^T \triangleq H_k P_k^* H_k^T + R_k \quad (3.30)$$

נבחן כי ל-3 האברים האחרוןים ב- (3.29) צורת פולינום מטריצי ממולה שנייה, בפועל K_k . נשתמש במטריצה S_k שהוגדרה להלן, ונניחס קיום מטריצה A_k בצורה הבאה:

$$P_k = P_k^* + (K_k S_k - A_k)(K_k S_k - A_k)^T - A_k A_k^T \quad (3.31)$$

תהליך זה אקוויולנטי להשלמה לרבעו של הפולינום הרבוני.

מתוך ההנחה ש- $S_k S_k^T$ היא חיובית מוגדרת, נובע ישירות

$$A_k = P_k^* H_k^T (S_k^{-1})^T \quad (3.32)$$

רק אייר המכפלת ב- (3.31) כולל את מטריצת ההגבר K_k .

מכפלת מטריצה ויחסיקוף שלה היא אי שלילית מוגדרת ולכון ה- trace של P_k מקבל ערך מינימלי עייני הבחירה:

$$K_k S_k = P_k^* H_k^T (S_k^{-1})^T \quad (3.33)$$

ולכון מטריצת ההגבר האופטימלי היא:

$$K_k = P_k^* H_k^T (H_k P_k^* H_k^T + R_k)^{-1} \quad (3.34)$$

ומטריצת K_k מקבלת הצורה:

$$P_k = P_k^* - K_k H_k P_k^* \quad (3.35)$$

3.4 הרחבה למערכת בעלת אילוצים אקראיים:

נרחיב את המודל הקודם, כך שיכיל אילוצים אקראיים:

$$\hat{x}_k = \phi_{k,k-1} x_{k-1} + f_{k-1} + w_{k-1} \quad (3.36)$$

ניתן להגify לשערור של \hat{x}_k - תור בסוס על השערור בזמן t_{k-1} , כלומר - ללא מדידות הנערכות בזמן t_k . וקטורי הרעש, w_k , אינם תלויים במצב ברגע t_k הוא בעל ממוצע אפס, ולכון לא ישפייע על השערור בזמן t_k . כמו כן f_{k-1} הוא וקטור ידוע הפועל על המרווה $[t_{k-1}, t_k]$, וכך השערור יכול להנתן עייני:

$$\hat{x}_k = \phi_{k,k-1} \hat{x}_{k-1} + f_{k-1} \quad (3.37)$$

למשוואה זו בסוס נוסף, ולשם כך מוכחת [19] הטענה הבאה:
אם יש לשערור וקטור משתנה אקראית x מתוך משתנים ידועים z_1, z_2, \dots, z_q

וכאשר ל- x ול- z יש צפיפות הסתברות משותפת, השערור \hat{x} יבחר כך ש-

$$E \left[(\hat{x} - x)^T (\hat{x} - x) \right] = \text{minimum}$$

הרי שעורוך הממוצע הרבוני המינימלי של x , כאשר נתונים z_1, z_2, \dots, z_q , יהיה

$$\hat{x} = E \left[x \mid z_1, z_2, \dots, z_q \right] \quad (3.38)$$

אם נ不良信息 הוכחה זו לקרה של פנינו, הרי שהשערור הטוב ביותר ביחס ל- \hat{x} , כאשר נתונות המדידות z_1, z_2, \dots, z_{k-1} , יהיה:

$$\begin{aligned} \hat{x}' &= E \left[x_k \mid z_1, z_2, \dots, z_{k-1} \right] = \\ &= E \left[(\phi_{k,k-1} x_{k-1} + f_{k-1} + w_{k-1}) \mid z_1, z_2, \dots, z_{k-1} \right] = \\ &= \phi_{k,k-1} E \left[x_{k-1} \mid z_1, \dots, z_{k-1} \right] + E \left[f_{k-1} \mid z_1, \dots, z_{k-1} \right] + \\ &+ E \left[w_{k-1} \mid z_1, \dots, z_{k-1} \right] \end{aligned} \quad (3.39)$$

האיבר הראשון נמצא מתוך ההגדרה:

$$E \left[x_{k-1} \mid z_1, \dots, z_{k-1} \right] = \hat{x}_{k-1} \quad (3.40)$$

f_{k-1} אינו וקטור אקרוי, לכן:

$$E \left[f_{k-1} \mid z_1, \dots, z_{k-1} \right] = f_{k-1} \quad (3.41)$$

הרעש w_{k-1} אינו תלוי במצב בכל הזמניות הקודמים ל- t_k וכן אינו תלוי ברעש המדידה, לכן

$$E \left[w_{k-1} \mid z_1, \dots, z_{k-1} \right] = E \left[w_{k-1} \right] = 0 \quad (3.42)$$

והשערור הטוב ביותר של x_k , בהתבסס על השערור ב- t_{k-1} , יהיה

$$\hat{x}'_k = \phi_{k,k-1} \hat{x}_{k-1} + f_{k-1} \quad (3.43)$$

נניח עתה שלרשונו עומדת גם מדידה ברגע t_k . השערור החדש קיבל עתה את הצורה:

$$\hat{x}_k = \hat{x}'_k + K_k(z_k - H_k \hat{x}'_k) \quad (3.44)$$

כאשר K_k - מטריצה ההגבר, שאינה ידועה.

ביצור את \tilde{x}_k :

$$\begin{aligned} \tilde{x}_k &= \hat{x}_k - x_k = \\ &= [\phi_{k,k-1} \hat{x}_{k-1} + f_{k-1} + K_k(z_k - H_k \hat{x}'_k)] - \phi_{k,k-1} x_{k-1} - \\ &- f_{k-1} - w_{k-1} = \\ &= \phi_{k,k-1} \tilde{x}_{k-1} - K_k H_k \phi_{k,k-1} \tilde{x}_{k-1} + K_k H_k w_{k-1} - w_{k-1} + K_k v_k = \\ &= (I - K_k H_k)(\phi_{k,k-1} \tilde{x}_{k-1} - w_{k-1}) + K_k v_k \end{aligned} \quad (3.45)$$

ביצור את המטריצה P_k :

$$P_k = E \left\{ \begin{bmatrix} (I - K_k H_k)(\phi_{k,k-1} \tilde{x}_{k-1} - w_{k-1}) + K_k v_k \\ (I - K_k H_k)(\phi_{k,k-1} \tilde{x}_{k-1} - w_{k-1}) + K_k v_k \end{bmatrix}^T \right\} \quad (3.46)$$

וביקוון שמתוך התוכנות הסטטיסטיות של w_{k-1} נובע ש-

$$\begin{aligned} E \left\{ \begin{bmatrix} \phi_{k,k-1} \tilde{x}_{k-1} - w_{k-1} \\ \phi_{k,k-1} \tilde{x}_{k-1} - w_{k-1} \end{bmatrix}^T \right\} &= \\ &= \phi_{k,k-1} P_{k-1} \phi_{k,k-1}^T + Q_{k-1} \end{aligned} \quad (3.47)$$

נайдיר את P_k באופק הבא:

$$P'_k \triangleq \phi_{k,k-1} P_{k-1} \phi_{k,k-1}^T + Q_{k-1} \quad (3.48)$$

ונוכל אז לכתוב את P_k בצורה

$$P_k = (I - K_k H_k) P'_k (I - K_k H_k)^T + K_k R_k K_k^T \quad (3.49)$$

ובנוסחה זו זהה לבוסחה עבור P_k שקיבלנו במקרה המצוומם יותר. (3.27)
וגם K_k ניתן לכך עיי' הגוזל שהתקבל קודם לכן. (3.34).

נוכל לראות כי השפעת הרעש האקריאי a_{k-1} על המערכת הדינמית, היא בהגדלת
אי הזרדות של השערור, עקב הופיעו בגורם נוסף, בהגדלה i_k .

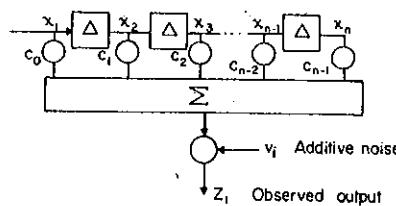
פרק 4: שוויזון בעזרת המבנה של קלמן - לפי[27] Kaufman - Lawrence4.1 מבוא

מאמר זה הוא הראשון משני המאמרים עליהם מתבסשת עבודה זו. במאמר זה מתוים מחבריו הצעה לשימוש במבנה של קלמן לשוויזון, בכו נבו מועברים בתונאים ספרטניים ושיש בו הפרעה בין סימנית ורעש. בנגוד לרוב המשווגנים שנסקרו קודם לכן, אין פה מסנן טרנסורסלי שייציאותיו עוברות דרך מגברים בעלי הגבר משתנה, וכיון שכזאת אין האלגוריתם מיועד לקביעת הרכיבים האופטימליים של הגברים השונים. האלגוריתם בהצעה זו מופעל למעשה כל הזמן, לשערוך הכנות לכו.

הקו לעומת זאת, מופיע כמסנן טרנסורסלי, שייציאותיו מוכפלות בדgesיות המתוגבה לדגם ייחידה של הקו, כפי שנראה בהמשך. במודל זה מניחים שתగובה הקו לדגם ייחידה ידועה, אם כי המחברים מתיחסים גם לאפשרות שאין ידיעה מדויקת של הקו.

4.2 הגדרת הבעה והצגהה:

ציור 4.1 מראה את המודל שבחר עבור הקו. זהו קו השהיה סופי, בעל חיציות. הוכישה לכו היא סדרה של אותות ביבג'יסט, והיציאה - סכום משוקלל של הכנות.



. Lawrence - Kaufman מודל הקו לפי
Fig. 4.1 The channel model according to Kaufman - Lawrence.

משוואות המצביעות המתארות את המערכת הן:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}_{i+1} = F \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}_i + G u_{i+1} \quad (4.1)$$

או - בצורה וקטוריית

$$x_{i+1} = Fx_i + Gu_{i+1}$$

כאשר

$$F = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ 10 & \dots & 0 \\ 010 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 010 \end{bmatrix}; \quad G = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

אברי וקטור המצביע ברגע i , x_{2i}, x_{i+1} הם, בהתאם, הכווניות לקו, \underline{x}_i , והיציאות העוקבות של קו ההשניה, כפי שמתאר ציור (4.1).

יציאת הקו ברגע i נתנת ע"י המשוואה

$$z_i = cx_i + v_i \quad (4.3)$$

כאשר z - היציאה הנמדדת, ו- c - וקטור שורה ($n \times 1$) של מקדמי הקו. $(c_1, c_2, c_3 \dots c_n)$. v_i הוא רעש לבן, אוטוי, עם ממוצע אפס ושונות R_i .

כנית הקו, \underline{x}_{i+1} מורכבת מאותות בינריים, ונניתן להמייחס אליה כל רוש לבן בעל ממוצע קושוכות zd.

$$pr = p(1-p) \quad (4.4)$$

הכניתה תהיה בלתי תלולה ברוש המתווסף, v .

לසכום, הביעה שלפנינו היא: נתון קו במודל המתואר, ואות כניתה ורוש מתווסף בעלי סטטיסטיקה ידועה. יש בראזוננו ליצור משובן שיפעל תור כדי

העברת הנתונים בקו, ושיתן לנו שערור טוב של אותן הכנסיות \hat{x}_n , תוך השהיה D כאשר $1-i \leq 0$.

3.4. שווין תור שימוש בסבב הדיסקרטית של קלמן.

הסבב הדיסקרטית של קלמן מספק לנו אלגוריתם לשערור בזמן אמיתי של וקטור המצביע \hat{x} , תור שהוא מביא למינימום את ממוצע השגיאה הריבועית, כלומר את

$$E \left[\hat{x}_i^T - z_i \right]^2$$

כאשר \hat{x} הוא השערור של x .

הבא לדוגמה יכולת לבצע באופן בלתי תלוי, עבור $i = 1, 2, \dots, j$, הבהה למינימום יכולה להיעשות באמצעות לינארית, כיוון שהיא נובעת בכל רגע דגימה i . הבהה למינימום זו היא לינארית, כיוון שהיא נובעת מהדרישה שהשערור יהיה תואמת פעולות לינאריות על המדידות. [28]. צורה נוחה במיוחד של האלגוריתם היא צורתו הרקורסיבית.

$$\hat{x}_i = x_i + K_i (z_i - \hat{z}_i)$$

כאשר \hat{x} הוא השערור החזויה, המתקיים עלי הצבת השערור בזמן $i-1$ וממוצע הכנסייה k בשימושה (4.1).

$$x_i = F \hat{x}_{i-1} + G_p \quad (4.6)$$

המדידה החזויה, z , מקבלת עלי הצבת השערור החזויה וממוצע הרעש (שהוא אפס) בשימושה (4.3).

$$z_i = C x_i \quad (4.7)$$

K_i הוא הגבר קלמן (וקטור $(1 \times n)$), הניתן עלי:

$$K_i = P_{i,i-1} C^T (C P_{i,i-1} C^T + R_i)^{-1} \quad (4.8)$$

$$P_{i,i-1} = F P_{i-1} F^T + G Q G^T \quad (4.9)$$

$$P_i = (I - K_i C) P_{i,i-1} \quad (4.10)$$

כאשר P היא מטריצת קוריאנס השגיאה, בזמן i .

$$P_i = E \left[(x_i - \hat{x}_i) (x_i - \hat{x}_i)^T \right] \quad (4.11)$$

מטריצת קווריאנס השגיאה החזותית, כפי שchnosba ברגע i :

מוצע האות המשודר : p

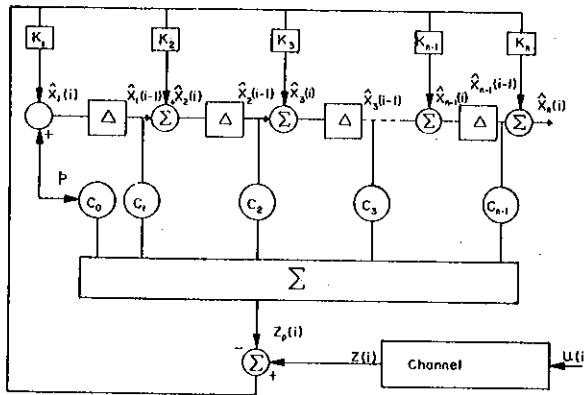
$$r = 1-p.$$

$$Q = p r I. \quad (I - \text{מטריצת היחידה}).$$

$$R = E(v^2)$$

שוננות רעש המדידה:

בציור (4.2) אנו רואים את דיאגרמת המלבנים של המערכת, כפי שהיא מיושמת לקו תקשורת.



.Lawrence - Kaufman 4.2 דיאגרמת המלבנים של מערכת

Fig. 4.2 Block diagram of Kaufman and Lawrence system .

המשגן של קלמן מורכב ממספר יחידות השהיה זהה לזה של מודל הקו. ישום מערכת זו דורשת:

1. 1-ח אלמנטי השהיה.
2. הכפלת כל אחד מאלמנטי ההשאה בהגבר המתאים.
3. סיכום ח מידי של מכפלות אלה.
4. החסירה - ליצירת הפרש $\sum z_i - z$.
5. הכפלת תוצאות הבניינים עיי' כל אחד מ - ח האגררי קלמן.
6. הוספה כל אחת מכפלות אלה ליצירת קו ההשאה.

בzieין כי עלינו לקבוע את מצב התחלה, \hat{x}_0 ו- P_0 א' אפשרות אחת לכך
היא קביעה הערך הממוצע של \hat{x} , x_0 , ואט הקוריאנס המתאים - P_0 . בהעדר
אינפורמציה זו נקבע ערכיהם אבויים ל- P_0 , עקב אי הוודאות שבקביעת \hat{x}_0 .

אם הגבר קלמן, K , ניתן לחשב מראש, או מוקדם כדי פועלה, בהתאם ליחידה
הזכרו שברשותנו.

מתוך השعروר של וקטור המצב שהתקבל, יש להחליט מהו האות ששורר. בניות
למשל כי בקו שודרו אותות 1 או 0, כשהשדר נעשה ברגע D-i. D - ההשניה
בין זמן השידור לבין הזמן בו מבוצעת ההחלטה.

ההחלטה מעשה עי' העברת שعروר היציאה ה- $i(1+D) \hat{x}$, ככלומר, שعروר יציאת אלמנט
ההשניה ה- D, דרך אלמנט החלטה. נבחר את ממוצע אות הכניסה k,
כמתוך ספ', וההחלטה מה היה האות ששורר - $D_i = k$ - תהיה כדלהלן:

$$\begin{aligned} u_{i-D} &= 1 & ; & \hat{x}_{(1+D)i} \geq p \\ u_{i-D} &= 0 & ; & \hat{x}_{(1+D)i} < p \end{aligned} \quad (4.12)$$

4.4 תוצאות המחברים בסימולציה על מחשב:

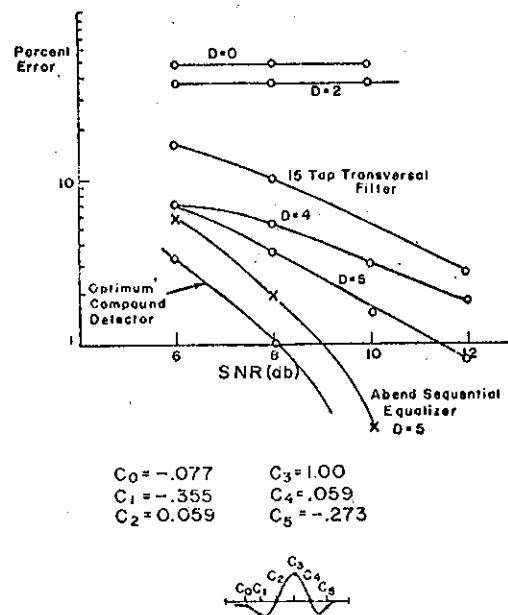
הקו שנבחר לביצוע הסימולציה במאמר זה - נלקח מתוך מקור [29], ונמדד
במעבדות Bell. קו זה מוגדר עי' התגובה ליחידה הבאה:

$$c_0 = -0.077, \quad c_1 = -0.355, \quad c_2 = 0.059, \quad c_3 = 1.000;$$

$$c_4 = 0.059, \quad c_5 = -0.273.$$

בערכה השוואת בין התוצאות המושגות בשוויזון עי' מסנן קלמן, כפי שהוצע
במאמר זה, לבין התוצאות שהושגו במקור [29], בשיטת ה- Optimum Sequential Detector.

נרככו סימולציות לקביעת תלות אחוז השגיאה ביחס האות לרעש, ובבשורה,
D. תוצאות הסימולציות מובאות בציור 4.3, תנאי ההחלה שנקבעו היו $P_0 = 0$, $\hat{x}_0 = 0$.



. Lawrence - Kaufman ציור 4.3 תוצאות סימולציה השווון, לפי

Fig. 4.3 Results of simulation achieved by Kaufman and Lawrence.

מתוצאות אלה נוכל להסיק כי עבור $D \geq 4$, השיג המשוון המتبسط על המ██ן של קלמן תוצאות טובות מלאה של משוון המتبسط על מסנן טרנסורטלי, ושבו בעשיות הבאה למיניהם של ערות השיא ברגעי הדגימה, אולם התוצאות היו פחות טובות מלה שהושגו ע"י Fritchman [29] ו- Abend [4].

נבדקה אם מהירות המכנסות של האלגוריתם לפי קלמן ונמצא שקצב השגיאות המכнес לערך אחד תוך כ- 25 צעדים.

4.5 עבودת אופטימית של המערכת.

המחברים מתייחסים גם לאפשרות שתగובת הקו לדגם ייחידה אינה ידועה. הם מציעים למצוא תגובה זו ע"י הרחבה של וקטור המצב של המערכת באופן שיכלול גם את מקדמי הקו הבלתי ידועים. משוואת המצב תהיה אז לזו מופיעה ב- (4.1). כלומר:

$$x_{i+1} = F_1 x_i + G u_i \quad (4.13)$$

אלא שפעם

$$F_1 = \begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

F_1 היא מטריצה שסדייה $2n \times 2n$. וקטור באורך $2n$ הוא וקטור המצב ברגע i , באורך $2n$ או אברייו הראשונים הם האותות האחרונות ששודרו בקו, ו- \mathbf{c} אברייו האחרונים הם מקדמי הקו הבלתי ידועים. אי הלינאריות שב식ת זו מופיעה במשוואת המדידה:

$$z_i = c x_i + v_i \quad \text{כאשר} \quad (4.15)$$

$$c x_i = \sum_{j=1}^n [x_{ji} x_{(j+n)i}]$$

x_{j+n} הוא מרכיב תגובה הקו לדגם ייחידה המתאים לכיניטה j .

כיוון שהנסן של קלמן הוא לינארי, הרי שלא ניתן לטפל בו במערכת משוואות לינאריות. המחברים משתמשים בטכניקות של קוاسي-لينאריזציה. הם מגדירים מדידה חדשה:

$$z = z_i - z_i^0 = c x_i - c x_i^0 + v_i \quad (4.16)$$

כאשר x_i^0 הוא שיעורו גומינלי של וקטור המצב. אם x_i קרוב מפסיק x_i^0 אז

$$z \approx (\text{grad } c)^T (x_i - x_i^0) + v_i \quad (4.17)$$

אם נסמן את השיעור של x_i ברגע 1 - ז' ב-

ואם $\hat{x}_{(i-1,i)} = x_i^0$ אז ניתן להראות כי המערכת המשוואות שתוכנבל במקרה זה יש צורה זהה לזו שבסוואות (4.11) - (4.6) כאשר הפעם x, F, G ו- z מוגדרים

ע"י (4.13) - (4.15), ובמשוואות (4.8) ו- (4.10) יופיע במקומות וקטור מוקדי תגובת תקו ליחידה C - הוקטור

$$\text{grad}^T c(x_i) \mid_{\hat{x}_{n(i-1)} \dots \hat{x}_1} = \hat{c}_{n(i-1)} \dots \hat{c}_1 \hat{x}_{i-1},$$

בשתי סימולציות שערך המחברים מתקבלות תוצאות שאינן רוחקות מאיilo שהתקבלו כאשר תקו ידוע.

פרק 6 מתראר את שיטות האדפטציה המוצעות בעבודה זו, שבניגוד לשיטה המתוארת כאן הן לבאריות, ואינן מצריכות שיעורן מתמיד של וקטור המצב.

פרק 5: שוויזון בעזרת המסנן של קלמן - לפי Godard. [30]

5.1 מבוא

מאמר זה הוא המאמר השני עליו מתבסשת עבודת זו. מבנה המערכת המוצעת - כולל מסנן טרנסורסאלי כיחידה השוואיון הבסיסית, המסנן של קלמן משמש כאן כאלגוריתם לקביעת האגברים במסנן טרנסורסאלי, תוך הבטחת התוכניות מהירה והשגת מינימום של מושג השגיאה הרבועית, בתנאי ריש בוקו. מספר הצעדים עד לה恬נסות נקבע אך ורק ע"י מספר היחידות במסנן טרנסורסאלי, לא ידיעה כלשהי על העורוץ עצמו. בתהליך恬נסות נשלחת בערז טדרה ידועה, ולאחר恬נסות אין האגברים משתנים יותר עד להפעלה של האלגוריתם פעם נוספת.

5.2 המודל והנחהות היסוד:

יהי x_k וקטור N מדי, ברגע הדגימה ה- $k+1$, של N משתני המצב של המערכת המתוארת ע"י משוואות המצב הבאות:

$$x_k = \phi_{k,k-1} x_{k-1} + w_k \quad (5.1)$$

$$z_k = H_k x_k + v_k \quad (5.2)$$

כאשר $\phi_{k,k-1}$ היא מטריצת המעבר, $(N \times N)$,

z_k - וקטור המדידה (M מדי),

H_k - מטריצת המדידה. $(N \times M)$.

w_k ו- v_k - וקטורי N ו- M מדדים, בהתאם, של תהליכי רעש לבן, בעלי ממוצע אפס. מאוחר יותר נשתמש במטריצות הקוריאנס Q_k ו- R_k של w_k ו- v_k .
בנitch, כמו כן, שתהליכי הרעש w ו- v אינם תלויים, כלומר -

$$E \begin{bmatrix} w_k & v_j^T \end{bmatrix} = 0 \quad (5.3)$$

המודל שלפנינו זהה לזה שפותח בפרק 3. ולכן נקבל, כמו קודם,

$$K_k = P_{k,k-1} H_k^T (H_k P_{k,k-1} H_k^T + R_k)^{-1} \quad (5.4)$$

$$P_k = P_{k,k-1} - K_k H_k P_{k,k-1} \quad (5.5)$$

$$P_{k,k-1} = \Phi_{k,k-1} P_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + Q_k \quad (5.6)$$

המשמעות של קלמן מביא למינימום את ה trace של מטריצת קורוריינס השגיאה.
באופן כללי אם A היא מטריצה חיובית מוגדרת, מושג מינימום של המכפלה

$$(x_k - \hat{x}_k)^T A (x_k - \hat{x}_k) \quad (5.7)$$

כאשר \hat{x}_k - שערור, בדגםת ה- k , של x .

5.3 ישות המסנן של קלמן לשווין,

נגביל עצמנו למערכת של Pulse Amplitude Mod. (PAM).
כפי שציגנו, המשוון מורכב מסנן טרנסורסלי ובו קו השהיה של N יחידות.
אות הכניסה למשוון במערכת PAM הוא

$$u(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k q(t - kT) + v(t) \quad (5.8)$$

כאשר a_k - סדרת הפולסים המשודרים.

$q(t)$ - מגובת הקו ליחידה.

T - הזמן בין האותות המשודרים.

$v(t)$ - הרעש.

יהי c_k וקטור היציאות של קו השהיה, ויהי c וקטור ההאגברים של המשוון,
שניהם ברגע הדגםת ה- k . שני הוקטורים N ממדים.
אות היציאה של המשוון יהיה:

$$s_k = u_k^T c_k \quad (5.9)$$

נגדיר את השגיאה:

$$e_k = a_k - s_k \quad (5.10)$$

וחקירתוון, לפיו בנסה למצוא את המצב האופטימלי של האברי קו השהיה
ובאה - יהיה - הבאה למינימום של ממוצע השגיאה הרבועית. (tap gains)

$$\hat{e}^2 = E \left[e_k^2 \right] \quad (5.11)$$

או - $e(t)$ - הם סטציונריים, ולכן \hat{e}^2 אינו תלוי ב- k עבור סדר

הగברים נתחז.

ניתן להראות [6], כי המצב האופטימלי של ההגברים נמתן ע"י

$$c_{opt} = A^{-1} b \quad (5.12)$$

כאשר A - מטריצה סימטרית, חיובית מוגדרת, וננתונה ע"י

$$A = E \begin{bmatrix} u_k & u_k^T \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

ו- b - וקטור באורך N הנקבע ע"י

$$b = E \begin{bmatrix} a_k u_k \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

כאשר c_k קיבל את הערך c_{opt} כיהיה ממוצע השגיאה הריבועית בערכו המבינימלי c_{opt} . ערך זה לא יתאים, אם בהדר רוש, עקב המספר הסופי של היחידות במשוון. מהי e_{kopt} השגיאה, כאשר ההגברים הם במצבם האופטימלי, קיבל אזי:

$$a_k = u_k^T c_{opt} + e_{kopt} \quad (5.15)$$

$$\epsilon_{opt}^2 = E \begin{bmatrix} e_{kopt}^2 \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

תוך כדי תחליק השווון, תהיה השגיאה הריבועית ברגע הדגימה ה- k

$$\epsilon_k^2 = E \left[\left\{ u_k^T (c_{opt} - c_k) + e_{kopt} \right\}^2 \right] \quad (5.17)$$

$$E \begin{bmatrix} e_{kopt} u_k \end{bmatrix} = 0 \quad (5.18)$$

, $e_{kopt} = 1 - u_k^T (c_{opt} - c_k)$ המשתנים (ולכן נוכל לכתוב

$$\epsilon_k^2 = E \left[(c_{opt} - c_k)^T u_k u_k^T (c_{opt} - c_k) \right] + \epsilon_{opt}^2 \quad (5.19)$$

בנitch שניתן להזניח את תפלות בין u_k ל- c_k , נסמן את מטריצת הקוריאנס ב- P_k .

$$P_k = E \left[(c_{opt} - c_k) (c_{opt} - c_k)^T \right] \quad (5.20)$$

וכפועל יוצא מכל אלה, ממוצע השגיאה הרביעית הצפוי בדגםת ה- k יתגיה

$$\bar{\epsilon}_k^2 = \text{trace } P_k A + \bar{\epsilon}_{\text{opt}}^2 \quad (5.21)$$

כיוון שהמטריצה A היא חיובית מוגדרת, ישג מגנים של $\bar{\epsilon}_k^2$ עיי' האלגוריתם, אם נבחר את הגברים כמשתני המצב.

כדי לפשט את התאוריה - נניח שאופין הקו אינו משתנה במשך תהליך קביעה המצב האופטימלי של הגברים. כיוון שמשך תהליך זה הוא קצר ביחס (מספר מילישניות), אין זו הנחה בלתי סבירה.

נגידר את הבעה לאור הנתונים שבידנו: מציאת המשוון האופטימלי, המואופין עיי' c_{opt} , בידנו שאות הייצאה $c_k^T u$ מקיימת

$$a_k^T c_{\text{opt}} + e_{k\text{opt}} = a_k^T c_{\text{opt}} + e_{k\text{opt}} \quad (5.22)$$

אם נתיחס למשוואות המצב הכלליות שבמחלוקת פרק זה, נראה כי מטריצת המעבר מקבלת כאן את ערך מטריצת היחידה, ומשווה (5.22) אינה אלא משווהה המדידה, כשל $e_{k\text{opt}}$ מופיע כרעש הנמדד. כיוון שהסדרה $\{e_k\}$ והרעש (t) הם בעלי ממוצע אפס, הרי ש- $e_{k\text{opt}}$ הוא משתנה אקראי בעל ממוצע אפס.

כדי ליחס את תאורית המשנן של קלמן למקרה של פונקציית האינטגרל, נתייחס ל- $e_{k\text{opt}}$ כמתוך רעש לבן, בעל ממוצע אפס ושותות $\bar{\epsilon}_{\text{opt}}^2$. הנחה זו היא האיזונית, כי ממוצע השגיאה הרביעית האופטימלי הוא קטן, בכלל זה ההפרעה הבין - סימנית הקיימת עדין ביציאת המשוון האופטימלי. כך ניתנת הקורלציה בין דגימות טמכות של רעש להדשה. בכל מקרה אין להנחה זו השפעה על התכנסות האלגוריתם.

נניח כי ידוע לנו, ברגע הדגםת ה- $k-1$, שערור c_{k-1} של וקטור המצב, וכן ידועה מטריצת קוורייננס השגיאה, P_{k-1} . כיוון שמטריצת המעבר היא אכן מטריצת היחידה, יהיה וקטור המצב החזוי, $c_{k,k-1}$, שווה ל- c_{k-1} , ומהמטריצה החזוייה, $P_{k,k-1}$, שווה ל- P_{k-1} . נקבע לבן, שהמדידה החזוייה היא:

$$\hat{s}_k = u_k^T c_{k-1} \quad (5.23)$$

והשערור החדש, c_k , ניתן עיינ:

$$c_k = c_{k-1} + K_k (a_k - \hat{s}_k) \quad (5.24)$$

$$\text{כאשר: } (5.25) \quad K_k = P_{k-1} u_k (u_k^T P_{k-1} u_k + \epsilon_{opt}^2)^{-1}$$

$$\text{ו- } (5.26) \quad P_k = P_{k-1} - K_k u_k^T P_{k-1}$$

чисוב הגבר של קלמן, K_k , הופיע פה לוקטור N ממדיו, דורש רק היפיכה של גודל סקלרי, אולם דורש ידיעה מוקדמת של מוצע השגיאה הרבועית האופטימלית ϵ_{opt}^2 . כמובן שאיין אנו יכולים לדעת גודל זה מראש, אולם כיוון שאנו מניחים שלאחר השוויה ניחס אותן לרעש ביציאת המשוון הוא db 30 - 20, בוכל להניח, לצורך חישוב הגבר קלמן, גודל של ϵ_{opt}^2 הנע בין $0.001 \sim 0.01$. מאוחר יותר נוכיח כי לערך המשוער של ϵ_{opt}^2 איין השפעה על קצב התכנסות ההגברית לערכם האופטימלי. כתנאי המחללה נבחר: $0 = c_0$. אם נניח שבערכם האופטימלי מחולקים ההגברים במנגנון הטרנסוריאלי באופן אחיד בין 1.5^+ הרי שנוכל להניח שמטריצת הקורורייננס ההתחלתית, P_0 , תהיה המטריצה הבאה -

$$P_0(ij) = 0.75 \delta_{ij} \quad i, j = 1 \dots N \quad (5.27)$$

ו- δ_{ij} - הדلتא של Kronecker. הערכיות שמחוץ לאיכסון הראשי במטריצה זו הם אפס, עקב אי התלות הסטטיסטי בין ההערכות ההתחלתיות.

5.4 מהירות ההתכנסות

אם משווהם הגבר קלמן ניתן לכתוב בצורה הבאה:

$$(I - K_k u_k^T) P_{k-1} u_k = K_k \epsilon_{opt}^2 \quad (5.28)$$

כאשר I - מטריצת היחידה.

נכפיל את המשווהה $P_k = P_{k-1} - K_k u_k^T P_{k-1}$ ב- u_k מימין, ותור שמשוש ב- (5.28) נקבל:

$$P_k u_k = K_k \epsilon_{opt}^2 \quad (5.29)$$

$$K_k = P_k u_k / \epsilon_{opt}^2$$

ובוכל נקבל:

$$P_k = P_{k-1} - P_k u_k u_k^T P_{k-1} / \epsilon_{opt}^2 \quad (5.30)$$

המטריצה P_k , בהיותה מטrixת קוריאנס, היא חיובית מוגדרת, ויש לה מטריצה הופכית. נכפיל את (5.30) משמאל עיגי P_k^{-1} ומימין עיגי P_{k-1} ונקבל:

$$P_k^{-1} = P_{k-1}^{-1} + u_k u_k^T / \epsilon_{opt}^2 \quad (5.31)$$

ומכאן נקבל: $P_k = \epsilon_{opt}^2 (\epsilon_{opt}^2 P_0^{-1} + \sum_{i=1}^k u_i u_i^T)^{-1} \quad (5.32)$

כיוון ש ϵ_{opt}^2 קטן בדרך כלל מ- 0.01, נוכל להזניח, לאחר מספר איטרציות את המטריצה P_0^{-1} ב- (5.32) ונקבל לנו:

$$P_k = \epsilon_{opt}^2 \left(\sum_{i=1}^k u_i u_i^T \right)^{-1} \quad (5.33)$$

$$K_k = \left(\sum_{i=1}^k u_i u_i^T \right)^{-1} u_k \quad (5.34)$$

ומכאן נוכל להסיק, כי היחס בין הגבר קלמן לביג ϵ_{opt}^2 ניתנת להזנהה עבור ערכיהם רגילים של ϵ_{opt}^2 .

המטריצה $\left(\sum_{i=1}^k u_i u_i^T \right)^{-1}$ מכוננת למטריצה A עבור k שואף לאין סוף. נוכל להטיק, בכל אופן, כי לאחר כ- 40 - 50 איטרציות ניתן לכתוב

$$\text{trace } P_k^A \approx \epsilon_{opt}^2 N k^{-1} \quad (5.35)$$

ולכן, מטור (5.21), ואם ממוצע השגיאה הרבועית האופטימלית ידוע מראש, נקבל:

$$\epsilon_k^2 \approx \epsilon_{opt}^2 (1 + N k^{-1}) \quad (5.36)$$

כלומר - שתווג המכניות תוך פחות מ- N^2 פעמים.

5.5 תוצאות סימולציה על מחשב המופיעות במאמר:

במאמר מובאות תוצאות סימולציה על מחשב, להוכחת טענת המכניות (5.36), הניתנת עיגי $\epsilon_{opt}^2 (1 + N k^{-1}) \approx \epsilon_k^2$.

מובאות כמו כן השוואת עם מהירות התוכניות של אלגוריתם בשיטת ה-
[31] בו ניתן שערוך ההגרירים עייג

$$c_{k+1} = c_k + \alpha e_k u_k \quad (5.37)$$

כasher כ- ∞ , גודל הצעד, נבחר הגודל האופטימלי שהוצע עייג
[32] (5.38) $\langle u^2 \rangle N / 1 = \infty$,
ונ- $\langle u^2 \rangle$, היא האנרגיה באות לפני השיוויון.
נבדקה כמו כן, השפעת הגודל המוערך, c_{opt} , על מהירות התוכניות.

הבדיקות נעשו ב- 3 קווים. הראשון בעל עוצמי אמפליטודה ופזה ביןוניים,
בשני עוצמי אמפליטודה חריפים, ללא עוצמי פaza, ו בשלישי - עוצמי
אמפליטודה ופaza חריפים. הונח שהאותות המשודרים הם בייפולריים, ($1 \pm i$),
וכן הונח יחס אותן לרעש של dB 30 בכניטה לשונו. בכל רגע דגימה חושב

$$\text{ממוצע העוצמות הרבועי מתור } \langle e_k^2 \rangle = (c_k - c_{opt})^T A (c_k - c_{opt}) + \sum_{opt}^2 \quad \text{התוצאות מובאות בצייר (5.1).}$$

המסקנות שניתן להסיק מהתוצאות אלה הן:

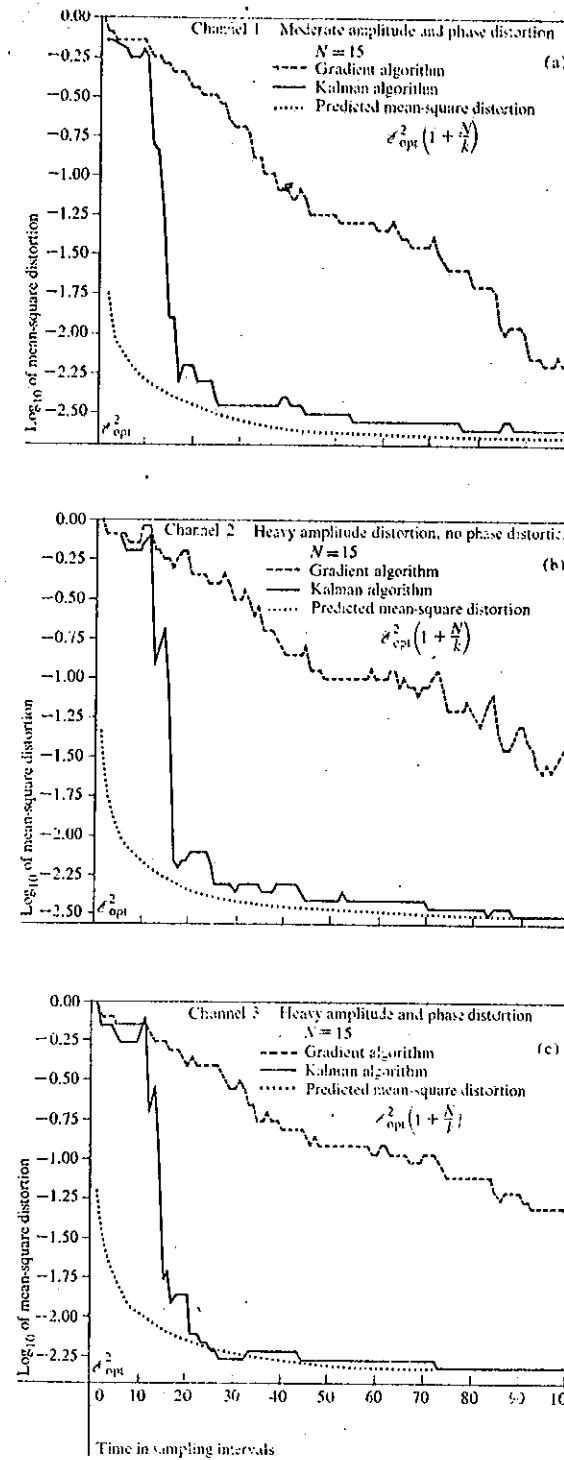
1. מהירות התוכניות $\langle e_k^2 \rangle$ אינה תלולה בבחירה c_{opt} , אם
בחירה היתה קטנה, באופן סביר. עברו

$$\sum_{opt}^2 = 0.1, 0.001, 0.0001$$

רושגה מהירות התוכניות זהה.

2. אין מהירות התוכניות תלולה באופןן הקרו.

3. התאמה עם הבדיקה כי התוכניות אכן מושגת מזור כ- N^2 צעדים.
בSIMOLCZIKOT אכן הושגה התוכניות ל- $\sum_{opt}^2 + 3db$ מזור מספר צעדים
זה, לאחר מספר צעדים זה ניתן להתחיל להעביר נתונים דרך הקרו.
אם נניח, $N = 15$, והשדרה נעשה בקצב bauds 2400, יהיה זמן
התוכניות של המשוון ms 12.



ציור 5.1 תוצאות סימולציה של 3 קווים: a : עותי פאזה
ומפליטודה מתוגנים, b : עותי אמפליטודה חריפים,
לא עותי פאזה. c : עותי אמפליטודה ופאזה
חריפים.

Fig. 5.1 Computer simulation of the Godard algorithm:
 a. Moderate amplitude and phase distortion.
 b. Heavy amplitude distortion, no phase distortion.
 c. Heavy amplitude and phase distortion.

5.6. התאמת השיטה ל��ויים המשתנים באיכות.

Godard מנסה להרחיב את שיטתו גם במקרה בו הקו משתנה תוך כדי השידור. כיוון שהגבר קלמן, K , והמטריצה, P , מוכנסים לאפס עבור מספר צעדי התוכנות גדול, אין האלגוריתם מסוגל לעקוב אחר שינוי בתגובה הקו. במאמר מועלם מספר רעיונות כיצד להשתמש בכל זאת בשיטה בצורה אדפטיבית:

- להבוח כי הערכות האופטימליות של הגברי המטען הטרנסורטאלி משתנים אקראית טיבב ערך מסוים. עי' כך נקבע משווה מצב

$$c_{kopt} = c_{(k-1)opt} + \Delta c_k$$

כאשר מניחים ש- Δc_k אקראי. יהיה צורך בחישוב המטריצה

$$Q = E \begin{bmatrix} \Delta c_k \Delta c_k^T \end{bmatrix}$$

ובכל צעד, נציב במשווה (5.6)

$$P_{k,k-1} = P_{k-1} + Q.$$

- אפשרות שנייה - להקפיא את המטריצה P_k לאחר כ- N 5 צעדים, ועל ידי כך יישאר הגבר קלמן גדול ממספר בכדי לאפשר עקבתו אחר שינויים בקו.

- השיטה השלישית היא למעשה שילוב של השיטה המוצעת בפרק זה עם שיטת הגרדיינט, שתוארה בסעיף 2.3, שיטה זו נבדקה גם במהלך עבודה זו ותוצאותיה מובאות מאוחר יותר בפרק 7.

במאמר אין מובאות תוצאות לגבי שיטות האדפטציה המוצעות בו.

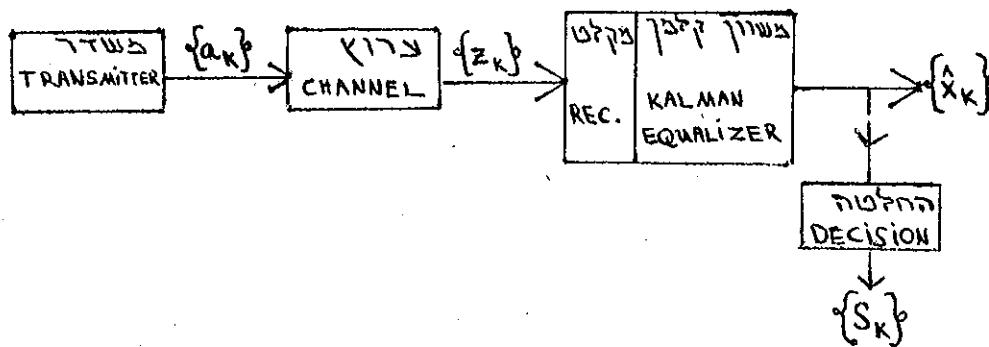
**פרק 6. הצעת שיטת שווויון ערוצים בעדרת המסבן של קלמן המשלבות את
שיטת הקודמות.**

6.1 מבוא

בפרק זה נציג שיטת שווויון ערוצים בעדרת המסבן של קלמן המשלבות את שמי השיטה שנסקרו בפרק 4 ו-5, וכן הרחבות של השיטה הללו, המאפשרות להשתמש בהן בשווויון אדפטיבי.

6.2 השיטה המשולבת

שיטתם של Lawrence ו-Kaufman [27] שנסקרה בפרק 4, יכולה להיות מתוארת ע"י המערך הבא: (ציור 6.1).



צייר 6.1 המערכת המוצעת לפי Lawrence ו-Kaufman
Fig. 6.1 The system suggested by Kaufman and Lawrence.

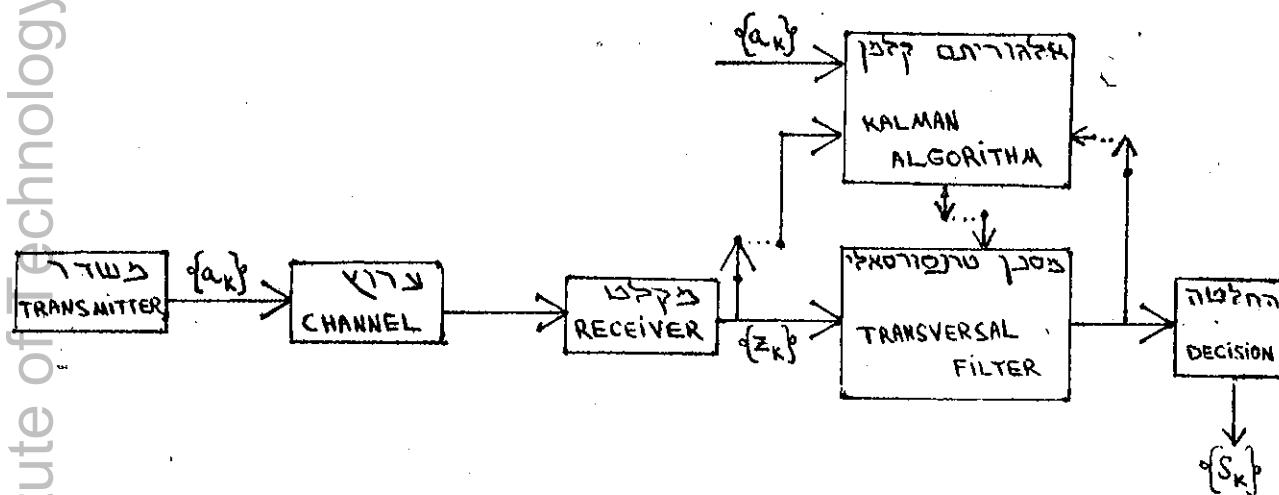
כאשר \hat{x}_k הוא האות המשוער, כפי שנקבע ע"י המשוון, ו- a_{k-D} הוא אות שושדר ברגע $k-D$. D - השהית הקו.

כפי שראינו בפרק 4, פועלות מערכות זו תוך כדי שדור גטונים ממשיכים בקורס. אין צורך בשדרור סדרת מבחנים ידועה מראש, ולא צריך לכך להפסיק את שדרור הנזונים האחרים בקורס. זהה יתרונה של שיטה זו, המאפשרת עובודה רצופה בקורס, וביצולו הייעיל.

חסרונבה העיקרי של שיטה זו נערץ בעובדה שעורוך הכניטה בעדרת האלגוריתם של קמן חייב להבצע במשך כל זמן הפעולה. אין זה תהליך המסתהים לאחר הבאת המערכת למצב אופטימלי, אלא תהליך שנמשך כל זמן שימושם נמננים בכו. כיוון שהשערור דרוש כושר חישובי ניכר, עקב היותו מורכב ממחינה מתמטית, הרי שעליינו להעסיק כושר חישוב זה באופן מתמיד.

חסרונו נוסף של שיטה זו נערץ בדרישה לדיעה מדויקת של תగותה הקו ליחידה.

השיטה שהוצעה ע"י [30] ושהובאה בפרק 5, מתוארת ע"י ציור 6.2:



ציור 6.2 המערכת המוצעת ע"י Godard .

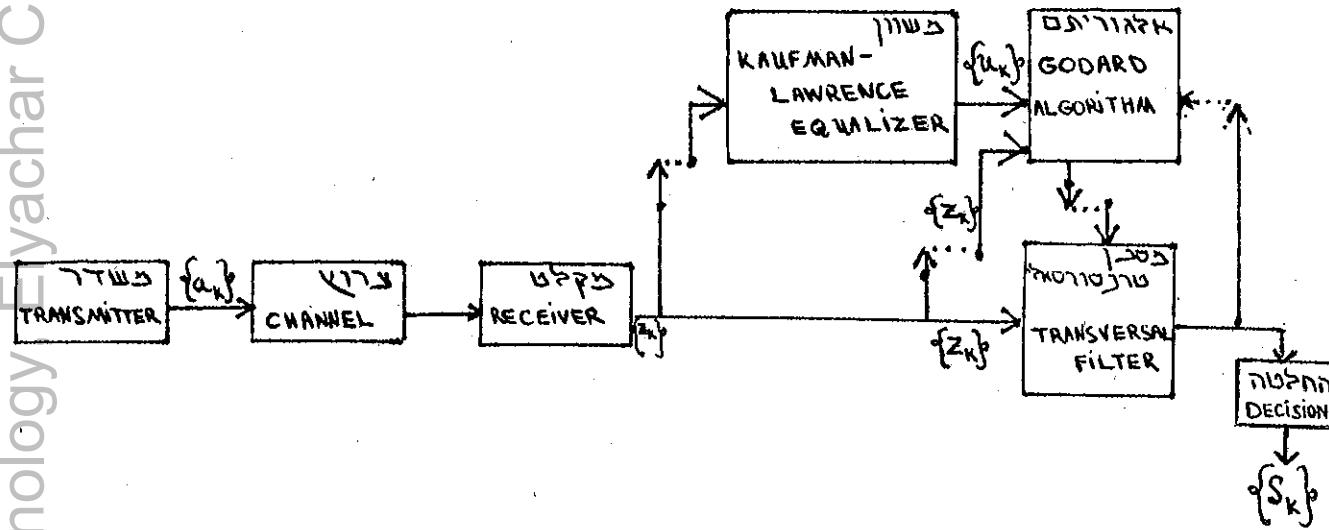
Fig. 6.2 The system suggested by Godard .

שדרור הנתונים בعروץ מופסק מיידי פעם, ומשודרת בו סדרה ידועה, $\{a_k\}$, החלק המבצע את האלגוריתם של מסנן קלמן ממחבר אז למערכת, כאשר לו שתי כניסה: הסדרה הידועה, $\{a_k\}$, והסדרה $\{z_k\}$, שהיא היציאה מן הקו והכניתה למסנן הטרנסורסאלי. המسانן הטרנסורסאלי משנה אז את הגברי יציאותיו בהתאם לאלגוריתם של קלמן, כפי שהסביר במאמר הבניל. לאחר המכניות המערכת (טור כ- N2 צעדים, כאשר N מספר האלמנטים במסנן הטרנסורסאלי), שוב מתבתק החלק המבצע את האלגוריתם של מסנן קלמן מהמערכת, והאות היוצאת מהקו עובר דרך המسانן הטרנסורסאלי בלבד. יציאת המערכת יכולה להיות S_k . בשיטה זו אין העסקה של כושר החישוב (מחשב) שברשותנו כל זמן הפעולה, אלא רק בפרק הדובון, וב ذاتה יתרונה של שיטה זו על קודמתה. אין בה גם צורך במידעה של תగובהה הערוץ לייחידה. יתרונה - לצורך בהפקת שדרור הנתונים בعروץ מפעם לפעם, כדי לעדכן את הגברים במסנן הטרנסורסאלי.

השיטה שבה רוכז עיקרי המאמץ בעבודה זו משלבת את שתי השיטות הקודמות. יתרונה בכך שהיא מצריכה העסקה מחשב לפרק זמן קארים בלבד, ולא ברציפות, כפי שהזכיר שיטת Lawrence Kaufman ו- Godard. בשיטה זו, שתואר להלן, הפסוקות השידור קצרות מאשר בשיטת Godard. נבדקה כמו כן האפשרות לבטל מוחלט של הצורך בהפסוקות בשידור הנתונים, כלומר - שדרור רצוף בקו, ללא הפסוקות כלשהן.

ציור 6.3 מתרגם צורת עבודה המערכת.

במצב הקבוע עובדת המערכת לפי עקרון המסנן הטרנסורסאלי, כפי שתואר בפרק 5. כשבוצר צורך בשינוי הגברים במסנן, כדי להתאים לשינויים חלו באופין הquo, מתחבר למסנן הטרנסורסאלי אותו חלק המתќן את הגבריו לפי האלגוריתם של קלמן, אולם במקום שדרור סדרה ידועה - ממשיכים בשדרור הנתונים הרגילים בקו. זמן מה לפני כן מתחבר למערכת המשוון של קלמן המתואר בצייר 6.1 והפועל לפי שיטות של Lawrence Kaufman ו- Godard, וכיוצאות משווין זה, $\{b_k\}$, הן אלה שתכננהו לאלגוריתם לפי Godard, במקום הכנינה $\{a_k\}$. כשאחווז השגיאות אינו גדול נוכל להתיחס במידה רבה של דיוק ל- $\{b_k\}$ כאשרו הייתה $\{a_k\}$.



ציור 6.3 המרcura המוצע המשלבת את שתי השיטות הקודמות.

Fig. 6.3 The suggested system - a combination of Kaufman - Lawrence and Godard methods.

יתרונה של מערכת זו בכך שהיא מתחבר למערכת לפרקי זמן קצרים בלבד, כיש צורך במרקון ההגברים. אין צורך בהפסקה שדור הנתונים בכו לצורך שדור סדרת מבחנים, כי אנו מתייחסים ליציאת המשורון של קלמן (לפי Kaufman ו- Lawrence),ocal הסדרה שזorderה באמצעות מאידך, כיוון שלצורך השימוש בשזור הניל יש צורך בידיעת אופין הקו, וכיון שהצורך במרקון ההגברים נוצר דוקא כאשר מניחים של שני אופין הקו, הרי שיש צורך בשדור פולס מבחן לקביעת אופין זה. חלק גדול מהטימולציות שנערכו בעבודה זו הרונח שאופין הקו ידוע.

כדי להמנע מהצורך להפטייק את שדור הנטוננים כדי לשלווח פולס מבחן לקביעה אופein הקו, נבדקה בעבודה זו האפשרות לנצל את העובדה שם הכניסה לעוקה תקשורת היא אקראית, ואם ידועה הקיטוסקורלציה בין הכניסה לבין היציאה ממנה, ניתן לקבוע את תగובהת הערזע לדגם ייחידה מתוך הקיטוסקורלציה. [1], [33].

$$R_{uw}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t_1) n_0 f(t-t_1) dt_1 = h(t) n_0 \quad (6.1)$$

כאשר n - הכניסה לעוקו,

a - היציאה מהקו.

R_{uw} - קיטוסקורלציה בין הכניסה ליציאה.

$h(t)$ - תגובהת הקו לדגם ייחידה.

n_0 - צפיפות הספק הרעש.

חלפת האינטגרל בטכום במרקחה הדיסקרטית, דזרשת שഫונקציית המבוקשת תהיה מוגבלת סלית. מניחים שהכניסה לעוקו היא אקראית. כיוון שאין הכניסה לעוקו ידועה לנו, ניקח במקומה את יציאת המערכת, S_k . באם נניח שיחס התוות לרעש אינו גורע במילוי, ושלא חלו שינויים ניכרים באופein הקו מאז העדכון האחרון, הרי שסביר השימוש ביציאת הקו במרקם הכניסה אליו, לצורך חישוב הקיטוסקורלציה. הנחות דומות מקובלותמערכות אדפטיביות, למשל עי' [3].

באם פרק זמן קצר לפני הפעלה מערכת עדכון ההగברים במרקם הטרנסורסאלי נחשב את תגובהת הקו לדגם ייחידה לפי השיטה שתוארה להלן, נוכל להפעיל את המערכת המוצעת כשתגובהת הקו לדגם ייחידה ידועה.

6.3 שיטת Godard בשוויזון אדפטיבי.

שיטה נוספת המוצעת בעבודה זו מאפשרת להשתמש בשיטה המוצעת עי' Godard כמשוון אדפטיבי. המכנומות הראשונה בשיטת אמנים בעדרת שדור סדרת מבחן ידועה, אולם לאחר שהושגה התוכניות הראשונית נשתמש ביציאת המבוקש הטרנסורסאלי (לאחר קבלת החלטה מהו התוות שודר) במרקם בסדרת המבחן הידועה. בהנחה שהשוויי הקו הם איטיים, ולכן אחוז השגיאות ביציאת המבוקש הטרנסורסאלי גם לאחר השינוי הוא נמוך, נראה הצדק לאוצרת בעבודה זו.

בשיטת זו תופעל שיטת Godard מפעם לפעם. (קritisierung להפעלת שיטה זו, ושיטות תקון בכלל, יכול להיות, למשל, שינוי בתגובהת הקו לדגם ייחידה,

כפי שנקבע עיִי קרווקורלציה על מספר רב של דגימות). במקום הפסקת שדרור הנזוניים בקורס וסדרת מבחנים, כנדרש בשיטת Godard, נמשיך ונשלח נתוניים ללא הפסקה, ונשתמש, כאמור, ביציאת המסנן הטרנסורסלי במקומות באוטומת סדרת המבחן. עיִי כך נשיג התוכניות מחודשת של הגברי המסנן הטרנסורסלי לערך המואם את הקו לאחר השינוי שחל בו.

6.4 שילוב שיטת Godard ושיטת הארדיבינט.

בעבودה זו נבדקה אם האפשרות לשלב את אחת השיטות המשמשות באלאגוריתם של מסנן קלמן, שיטת Godard, עם השיטה הנפוצה יותר, שיטת הארדיבינט. יתרונן של השיטות המשמשות במסנן קלמן הוא התוכניות מהירה ממצב התחלתי בלתי ידוע למצב הקרוב לאופטימלי. בשיטת הארדיבינט התוכניות זו איטית בהרבה. מאידך אפשרה שיטת הארדיבינט עקיבה אחר שינויים קעניים וऐיטיים בקורס - לאחר השגת התוכניות הראשונית, עיִי הקטנה גודל הצעד. נבדקה לבן האפשרות להשיג התוכניות ראשונית של הגברי המסנן הטרנסורסלי עיִי שיטת Godard, ורק לאחר מכן להפעיל את שיטת הארדיבינט, באופן שתעקוב אחר שינויים בקורס.

פרק 7. חוץ או ת

7.1 הסימולציות שבערכו

כדי לבדוק ולהשוות בין השיטות השונות שתוארו בפרקית הקודמים, שיטת Lawrence ו-Kaufman, שיטת Godard, השיטה המשלבת את שתי השיטות הביל (שתקרה יי השיטה המשולבת) וכן שתי השיטות הנוספות, הנגזרות מהקודמות, שתורנה קודם לכך, נרכחה סדרה של סימולציות על מחשב.

כל הסימולציות בערכו עברו עבור 3 קווים שונים וביחסו אותה לרעש שונים, לפי ה่าว:

1. בדיקת האלגוריתם המוצע עיי Lawrence ו-Kaufman.
2. בדיקת התכונות האלגוריתם המוצע עיי Godard ובדיקת אחוז השגיאות המתתקבלות בשימוש בשיטה זו.
3. בדיקת השיטה המשולבת: נבדק קצב התכונות ההגברים לרכיב האופטימלי ונבדק האחוז השגיאות המתתקבלות בשימוש בשיטה זו בשלבים שונים של תהליך ההתכנסות. הבדיקה בבדיקה זו היא שתగובה הקו לדגם ייחידה ידועה.
4. בדיקת האפשרות לעובד בשיטה המשולבת כמשוון אדפטיבי, בהנחה של שניי בתגובה הקו לדגם ייחידה. קביעת תగובה הקו לאחר השינוי בשיטת עיי קרוסקורלציה בין יציאת הקו לבין יציאת המבחן הטרנסורסאלי. אנו מניחים כי האחוז השגיאות ביציאת הקו הוא נמור.
5. בדיקת האפשרות להשתמש בשיטה המוצעת עיי Godard – בשוויון אדפטיבי. ההתכנסות הראשונה נעשית עיי שדור סדרת מבחן ידועה, ולאחר שהושגה ההתכנסות הראשונית משמשת יציאת המבחן הטרנסורסאלי (לאחר קבלת ההחלטה מהו אותן ששודר) במקום סדרת המבחן הידועה.
6. בדיקת אפשרות שילוב שיטת Godard, להתכנסות ראשונית מהירה, עם שיטת הארדינט, לעקביה אחר שונים בקו.

2.7 הסבר על הסימולציה בה נבדקה השיטה המשולבת בשוניון אדפטיבי.

הנחנו כי תוך כדי שדור הנתונים בקו חל שינוי בתגובהו לדגם ייחידה, באופן שהגדיל את מקדם העוות. השינוי בכל אחד ממרכיבי תגובה הקו לדגם ייחידה היה אקראי, אולם באופן שהגדיל את ערכו המוחלט של המרכיב הבודד, פרט למרכיב הדומיננטי. שינוי זה מביא להגדלת מקדם העוות,

לאחר השינוי שחל בתגובה הקו לדגם ייחידה חל אידול במספר השגיאות ביציאת המסנן הטרנסורסלי. במצב זה נקבעה התגובה החדשה לדגם ייחידה עי' קרויסקורלציה, וatz הופעה השיטה המשולבת, כפי שהיא מתוארת בפרק 6. נבדקו קצב התכנסות הגברים לערך האופטימלי, ואחוז השגיאות בשלבים שונים בתהליך ההתכנסות.

הנחה היא כי השינוי שחל בקו אינו אידול, ולכן אם אידול אחוץ השגיאות כמצוואה משינוי זה אינו רב. כמצוואה מכך, בכדי להקטין את זמן ההתכנסות, לא שונו בפועל הגברי המסנן הטרנסורסלי לאחר הפעלת השיטה המשולבת אלא לאחר 30 צעדים. (N2 , כאשר N מספר האלמנטים במשנן הטרנסורסלי). עד אז הם נשארו במצבם שלפני השינוי שחל בקו, מצב הקרוב לערך האופטימלי. באופן מעשי, בסימולציה, זהו מצבם לאחר 200 צעדי ההתכנסות. עי'vr נמנע באופן אוטומטי מרווח עדין מן קודמת האופטימום. צורת העבודה זו מאפשרת שדור רצוף בקו, ללא הפסיקות.

3.7 הקווים בהם נעשה שימוש בסימולציות,

הסימולציות נערכו ב- 3 הקווים הבאים:

1. קו בו השתמשו Kaufman ו- Lawrence במאמרם. התגובה לדגם ייחידה של קו זה היא:

$$-0.077, 0.059, 1.000, 0.059, -0.355, 0.273$$

לפי המאמר הנ"ל זהה תגובהו של קו אמיתי, כפי שנמדדה במעבדות Bell.

2. קו שני נלקח מתוך מאמר של Proakis [3] , והוא בעל התגובה הבאה לדגם ייחידה:

$$0.04, -0.05, 0.07, -0.21, -0.5, 0.72, 0.36, 0.00, 0.21, 0.03, -0.07$$

זוהי תగובתו של קו טלפון באיכות שידור נתונים ספרתיים.

3. הקו השלישי נלקח מתוך מקור [34], וזוהי תגובתו של קו VSB (Vestigial Side Band) בעל אפנון אמפליטודה. תגובתו לדוגמה:

-0.05, 0.05, 0.03, 0.12, 0.15, 0.20, -0.05, 0.90, 0.12, 0.05, 0.03

מקדם העורות של הקו הראשון הוא 3.823, של הקו השני - 2.138 ושל הקו השלישי - 0.778.

כלומר - בכל הקווים קיימת הפרעה בין סימנית.

השינויים שבוצעו בקווים הנשיים במהלך בדיקת האפשרות להשתמש בשיטות השוכנות במשווניים אדפטיביים היו כלהלן:

בקו מס' 1, ביחס אותה לרעש של dB 10, ובקו מס' 2, ביחס אותה לרעש של dB 10 ושל dB 30 בוצע שינוי של כ- 10 אחוזים.

בקו 1 ביחס אותה לרעש של dB 30, ובקו מס' 3, ביחס אותה לרעש של dB 10 ו-dB 30 בוצע שינוי של כ- 20 אחוזים.

כלומר - שינוי גדול יותר בוצע בקו בו מקדם העורות הקטן ביותר, (קו מס' 3) ובקו מס' 1 - בתנאי אותו לרעש טובים, שינוי קטן יותר בוצע בקו בו מקדם העורות גדול מלהרבה. (קו מס' 2), ובקו מס' 1 - בתנאי אותו לרעש גורועים.

شرطוטים 7.3 - 7.1 מראים את תגובות הקווים לדגם ייחידה וכן את אופני האמפליטודה והפאה של הקווים כתלות בתדריות, לפניה ואחריה השנוו.

7.4 תוצאות הסימולציה לפי Lawrence Kaufman ו-

בסימולציה שנערכה לפי שיטת Lawrence Kaufman ו- כפי שתוארה בפרק 4, נבדק אחוז השגיאות כפונקציה של יחס אותן לרעש, ונבדקה מהירות ההתקנסות של האלגוריתם. התוצאות תואמות את אלה שהובאו במאמר. הושגה התקנה של אחוז השגיאות ככל שגדל יחס אותן לרעש. תוצאות טובות הושגו גם ביחס אותה לרעש נמוכים. אחוז השגיאות, בכל שלושת הקווים, התקרב לאפס ביחס אותה לרעש גדול מ-dB 16. תוצאות הסימולציות לפי שיטה זו מובאות בשרטוטים 7.4 - 7.6.

נבדקה גם מהירות ההתקנסות של האלגוריתם, עיינ בבדיקה אחוז השגיאות

כפונקציה של מספר צעדי הדגימה.شرطוט 5.7 - ב' נימנות התוצאות לגבי קו מס' 2. כפי שנחן לראות המכננות היא מידית כמעט, למעשה, כאשר יחס האות לרעש הוא db 10 ומעלה הושג אחז שגיאה נמוך תוך כ- 2 צעדים. ביחסאות לרעש של db 9 הינה המכננות איטית מעט יותר, אך אם אז הושג אחז שגיאות אחיד ונמוך תוך כ- 20 צעדים.

7.5 תוצאות סימולציה לפי Godard

אם תוצאות הסימולציה שנרכנו לפי מאמרו של Godard (פרק 5) תאמו את התוצאות שהושגו על ידו, בשניים מתוך שלושת הקווים בהם בוצעה הסימולציה, 1 ו-3, שבהם מוקדם העות קען חסית לזה של קו מס' 2, הושגה המכננות עד כדי $\langle e_k^2 \rangle$ (הנחה $opt = 0.1$) $opt + 3 db$ כלומר- הושג ערך של $\langle e_k^2 \rangle$ תוך N2 צעדים, כאשר $N = 15$, (N הוא מספר האלמנטים במנון הטרנסורסלי), כלומר - תוך 30 צעדים. כל זאת ביחסאות לרעש של db 30. בקו מס' 2, בו מוקדם העות גדול יותר, הרי שביחסאות לרעש של db 30 הושגה המכננות ל- $opt + 3 db$ תוך 47 צעדים.

נרכנו סימולציות גם ביחסאות לרעש גרוע, של db 10, בקו מס' 1 הושגה המכננות תוך 48 צעדים, בקו מס' 2 תוך 57 צעדים, ובקו מס' 3 תוך 35 צעדים. (شرطוטים 7.7, 7.8, ו-9).

נבדקו אחזות השגיאות המתפללים, בשיטת Godard, בשלבי המכננות שונים. הובר כי למראות ש- Godard מגדיר כמכננות השגת ערך של $\langle e_k^2 \rangle$ השווה ל- $opt + 3 db$ $\langle e_k^2 \rangle$ ערך המושג תוך N2 צעדים בדרך כלל, הרי שאחזות השגיאות במצב זה של הגברי המנון הטרנסורסלי אבotta מכדי לאפשר שדור סביר. רק לאחר כ-100 צעדי המכננות הושג אחזות שגיאות נוכחים.

תלות אחזות השגאה ביחסאות לרעש, עבור ערכי הגברים במנון הטרנסורסלי לאחר 40, 100 ו-200 צעדי המכננות, מובאתشرطוטים 7.11, 7.10, 7.12 ו-1.

7.6 תוצאות סימולציות לפי השיטה המשולבת

הסימולציות בדקנו את קצב המכננות $\langle e_k^2 \rangle$ ואת אחזות השגיאות המתפללות בשיטה המשולבת, בהנחה שהקו ידוע. כפי שנחן לראות מشرطוטים 7.7, 7.8 ו- 7.9 - התוצאות עבור קוים 1 ו-3 זהות לחלווטין לתוצאות שהושגו

בשיטתו של Godard, הן ביחסאות לרעש אבוה של db 30, ובין ביחסאות לרעש נמור של db 10.

בקו מס' 2, בו מוקדם העורות גדול, הושגו תוצאות זהות לאלו בשיטת Godard רק כאשר יחס האות לרעש הוא db 30. ביחסאות לרעש של db 10 היה הבדל, קטן אמנם, בין התוצאות שהושגו בשתי השיטות. (شرطוט 8,7).

شرطוטים 7.15 - 7.13 מראים את אחוזת השגיאות שהושגו בשיטה המשולבת, וכפי שניתן להוגנח, קיים דמיון רב בין תוצאות אלה לתוצאות שהושגו בשיטת Godard.

7.7 תוצאות סימולציות של שימוש בשיטה המשולבת בשווויון אדפטיבי.

כפי שהוסבר בסעיף 7.2, יש צורך, כדי להשתמש בשיטה המשולבת בשווויון אדפטיבי, לחשב את תగובת הקו לדגם יחידה. נבדקה האפשרות להשתמש בשיטה הקרוסקורלציה להשגת מטרה זו.شرطוטים 7.24 - 7.16 ניתנת להסיק את המסקנות הבאות:

ביחסאות לרעש אבוה של db 30 מספיקה קרוסקורלציה של 100 דגימות לחסוב תגובת הקו לדגם יחידה בכך לקבל תוצאות טובות בשיטה המשולבת, אין למעשה הבדל בין התוצאות המושגות באשר החשוב נעשה ע"י קרוסקורלציה של 100 דגימות לבין חשוב אורך יומדר, של 400 דגימות. בסימולציות שבערכו לא שונים הגברים בפועל ב-30 עצדים הראשונים, אלא הווארו בערך בו היו לפני שנוי הקו. לאחר 30 עצדים אלה, ככלומר - עם תחילת שנוי הגברים, קיימת עלייה של $\langle e^2_k \rangle$ למשך כ-30 עצדים, ואחריו ירידה חזקה, והמכנסות לערכיהם הנמוכים מערכו ההתחלתי של $\langle e^2_k \rangle$.

לעומת תוצאות אלה, הובר כי ביחסאות לרעש גרווע של db 10, יש חשיבות לאורך הסדרה לפיה נקבעת תגובת הקו לדגם יחידה ע"י קרוסקורלציה. ערכו של $\langle e^2_k \rangle$ לאחר 200 עצדי המכנסות לא תמיד יהיה קטן יותר מערכו ההתחלתי, הנקבע ע"י מצב הגברי המופיע הרטנסורסאלי לפני הפעלת האלגוריתם בפעם זו.

מן הרואין לשיטם לב לעובדה שם השינוי בקו אינו גדול, ו>tagובת הקו לדגם יחידה נקבעת ע"י סדרת קרוסקורלציה שאינה ארוכה ממספריק - יתרך שתגובת הקו שתקבע בדרך זו מהיה מרוחקת יותר מן התגובה האמיתית מאשר תגובת הקו לפני

השני.

למרות כל אלה הושגו תוצאות טובות גם כשלijk התגובה לדגם ייחידה לא היה מוחלט.

טבלאות 7.1, 7.2 ו-7.3 מראות את תוצאות הקיטורולציה שהושגו עבור 3 הקווים, באורכי קיטורולציה של 100, 200 ו-400 דגימות. הטבלאות מציגות את תగובה הקו לדגם ייחידה לפני השינוי, תגובה הקו לאחר השינוי, תוצאות הקיטורולציה לארבע סדרות באורכים שונים - ביחסו אותן לרעש של db 10 ו- db 30, ובמו כן את סכום רבועי ההפרש שבין תגובה הקו שהתקבלת בעדרת קיטורולציה לבין התגובה האמיתית.

בחינת התוצאות בשרטוטים 7.24 - 7.16 מראה כי כאשר תגובה הקו לדגם ייחידה נקבע עליי קיטורולציה על סדרה באורך 400 דגימות, היו המוצאות זהות לאלה שהושגו כאשר תגובה הקו ידועה בצורה מדוייקת. המשקנה מכון היא שמשית אין, אולי, צורר בקביעה מדוייקת של תגובה הקו לדגם ייחידה ומופיע דיקט המשוגע עליי קיטורולציה על 400 דגימות.

לביקורת נוספתזה הורצתה תכנית מחשב בה בוצעה קיטורולציה באורך ניכר. המוצאות הראו כי כאשר אורך הסדרה עליה בוצעה הקיטורולציה היה 5000 דגימות, הושגו תוצאות מדוייקות בקביעת תגובה הקו לדגם ייחידה אם כאשר אחוז השגיאות ביציאת הקו היה %.4. כאשר אורך הסדרה עליה בוצעה קיטורולציה היה 10000 דגימות הרי שאם ב-% שגיאות נקבע עקומת תגובה הקו בבדיקה רב. מכאן ברור הצורך שבקביעת תגובה הקו לדגם ייחידה עליי סדרה באורך ניכר. מובעתת איז קביעה מדוייקת אם כאשר חל שינוי ניכר בקו, או כאשר חלה ירידת ממשמעות ביחס האות לרעש, שני מקרים בהם יגדל מספר השגיאות ביציאת המטען הטרנסורסאלי.

7.8 תוצאות סימולציה לשיטת Godard בשוויון אדפטיבי.

תרונה של שיטה זו בפשטותה, יחסית לשיטה המשולבת, והאפשרות להשתמש באלגוריתם מסווג אחד בלבד, זה המוצע עליי Godard. שיטה זו הוכחה כיעילה רק ביחס אות לרעש גבוה. (db 30). המכונאות איטית אמן יותר מזו של השיטה המשולבת, (כאשר תגובה הקו לדגם ייחידה נקבעת עליי קיטורולציה באורך 200 דגימות לפחות). וגם אחוז השגיאות גבוהים יותר, כפי שנמצא ראוות בשרטוטים 7.24 - 7.16, אך לא במידה שתמכו שימוש בשיטה זו.

דגם מס' sample no.	1	2	3	4	5	6	סכום סכום רבעי ההפרשיות $\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})^2$	S/N= 10 DB.
הקו לפני השינוי channel before change.	-0.077	-0.355	0.059	1.000	0.059	-0.273		
הקו אחרי השינוי cha. after change.	-0.093	-0.358	0.064	1.000	0.062	-0.315		
שערור הקו לפני 100 דגימות est.100 samp1.	-0.217	-0.152	0.211	0.882	0.184	-0.187	0.124	
שערור הקו 200 דגימות est.200 samp1.	-0.111	-0.216	0.099	0.859	0.108	-0.213	0.054	
שערור הקו 400 דגימות est.400 samp1.	-0.048	-0.253	0.057	0.912	0.078	-0.277	0.022	
הקו אחרי השינוי channel after change.	-0.110	-0.362	0.070	1.000	0.065	-0.358		
שערור הקו 100 דגימות est.100 samp1.	-0.236	-0.124	0.166	0.865	0.174	-0.118	0.169	S/N= 30 DB.
שערור הקו 200 דגימות est.200 samp1.	-0.122	-0.179	0.074	0.866	0.089	-0.162	0.090	
שערור הקו 400 דגימות est.400 samp1.	-0.049	-0.260	0.052	0.923	0.065	-0.246	0.032	

טבלה 7.1 שערור קו מס' 1 לאחר שינויו בעזרת קיטורולציה של 100, 200 ו- 400 דגימות.

Table 7.1. Estimation of channel no. 1 after being changed, by crosscorrelation of 100,200 & 400 samples.

דגם מס' sample no.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	סכום רביעי ההפרשים ΣA_4
הקו לפני התبدل change.	0.04	-0.05	0.07	-0.21	-0.5	0.72	0.36	0.00	0.21	0.03	0.07	
הקו אחריו השינוי change.	0.048	-0.05	0.077	-0.225	-0.527	0.72	0.387	0.00	0.245	0.03	0.073	
שערור לפז 100 דגימות est.100 samples.												
שערור-200 דגימות est.200 samples.	0.047	-0.144	-0.028	-0.150	-0.507	0.631	0.161	0.0004	0.275	-0.100	0.060	0.102
שערור-400 דגימות est.400 samples.	0.011	-0.115	0.039	-0.177	-0.540	0.681	0.208	-0.078	0.306	0.014	0.055	0.055
שערור 100-3 דגימות est.100 samples.												
שערור-200 דגימות est.200 samples.	0.160	-0.127	-0.152	-0.187	-0.428	0.600	0.343	0.194	0.295	-0.073	0.061	0.149
שערור-400 דגימות est.400 samples.	-0.031	-0.129	0.025	-0.178	-0.506	0.687	0.320	0.021	0.317	0.070	0.069	0.030

טבלה 7.2 שערור קו מס' 2 לאחר שינוי, בעזרת קרוסקורלוציה על 100, 200 ו-400 דגימות.

Table 7.2. Estimation of channel no. 2 after being changed, by crosscorrelation of 100,200 & 400 samples.

דגםת מס' sample no.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	סכום רביעי ההפרשיות $\Sigma (\hat{y}_i - y_i)^4$
הקו לפני השינוי channel before change.	-0.05	0.05	-0.2	-0.05	0.9	0.12	0.15	0.05	0.03	
הקו אחרי השינוי channel after change.	-0.071	0.051	-0.237	-0.057	0.9	0.157	0.173	0.052	0.04	
<hr/>										
שערור לפי 100 דגימות estimation 100 samples.	-0.079	0.143	-0.027	0.021	0.896	0.216	0.384	-0.025	-0.054	0.27
שערור 200 דגימות est.200 samples.	-0.10	-0.044	-0.093	-0.057	0.897	0.108	0.348	0.052	0.028	0.063 S/N =
שערור 400 דגימות est.400 samples.	-0.092	0.01	-0.16	-0.054	0.888	0.128	0.225	0.113	0.055	0.015 10 DB
<hr/>										
שערור 100 דגימות est.100 samples.	-0.171	-0.141	-0.090	0.013	0.881	0.248	0.403	-0.001	-0.028	0.142
שערור 200 דגימות est.200 samples.	-0.135	-0.017	-0.102	-0.048	0.881	0.148	0.353	0.038	0.052	0.060 S/N =
שערור 400 דגימות est.400 samples.	-0.124	0.038	-0.160	-0.050	0.892	0.151	0.262	0.093	0.072	0.019 30 DB

טבלה 7.3 שערור קו מס' 3 לאחר שינוי בעדרות ק्रוסקורולציה על 100, 200 ו-400 דגימות

Table 7.3. Estimation of channel no.3 after being changed by crosscorrelation of 100,200 & 400 samples.

לעומת זאת, ביחס אותן לרעש גרווע, (db 10), לא פעולה שיטה זו כיאות.
המכננות איטית ביותר, ואחוזי השגיאה גבוהים. רק בקוו מס' 3, בו מקדם העוות קען מלכתחילה, הושגה המכננות מהירה גם ביחס אותן לרעש של db 10.
מן הרואין לציין כי גם בשיטה זו, כמו בשאר השיטות שנבדקו בשווינון אדפטיבי, לא שונו בפועל האברי המسانן הטרגנסורסאלי אלא לאחר 30 צעדים, כשעד אז הם נשארים בערכם הקודם, זה שהושג בהמכננות שקדמה לשינוי הקוו.

7.9 תוצאות השלוב עם שיטת הגרדיננט.

השלוב עם שיטת הגרדיננט נבדק ביחס אותן לרעש של db 30, עברו קו מס' 1. גודל הצעד נבחר כ- $\frac{1}{2} \times N^2$ כאשר N^2 הוא אנרגיה האות לפני השינויו, לפי [6] Gersho.

משרטוטים 7.1-7.22 ניתן ללמוד כי במקרה זה היה אמןט e_k^2 בתחום של $db + 3^{opt}$, בתחום אליו התייחס Godard כתהום המכננות, אולם מדגימה לדגימה היו סטיות ושינויים ניכרים, ולא הייתה המכננות מתמדת לעירא אוופטימלי מוגדר. סטיות אלה אגרמו לשגיאות שונות בערכי דגימות שונים.شرطוט 7.22. הקטנה נוספת של גודל הצעד הייתה מקטינה אמןט את הסטיות הללו, אולם הייתה פוגעת בכושר העקביה של המערכת.

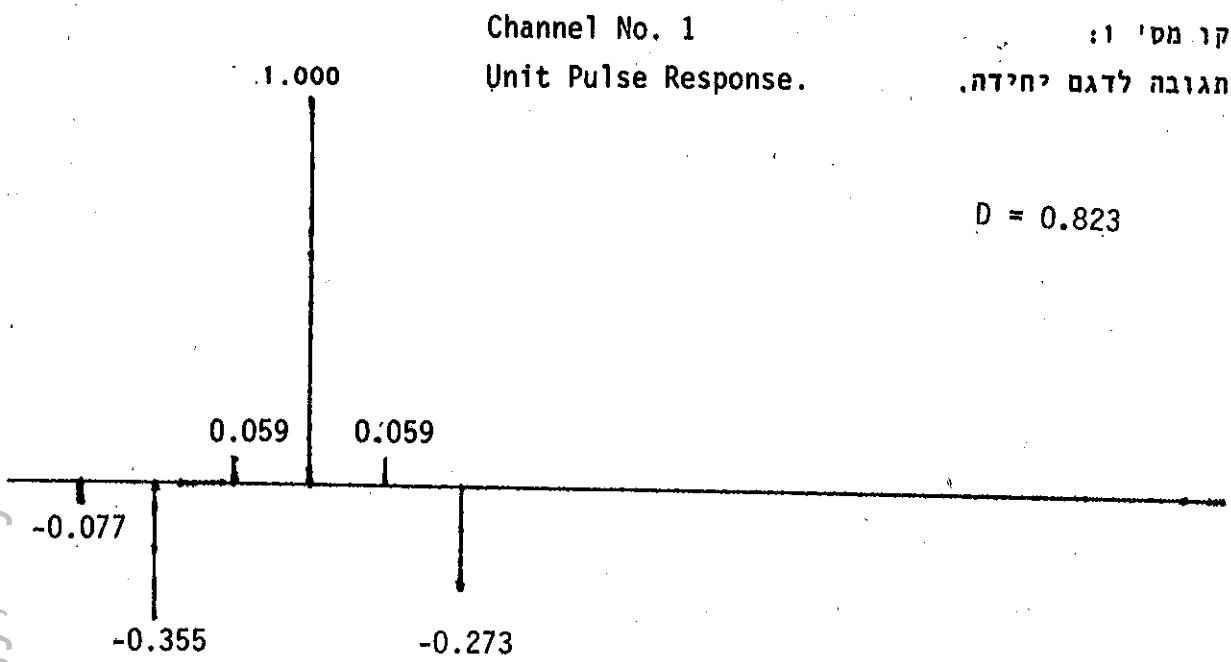


Fig. 7.1 - a

شرطוט 7.1 - א'

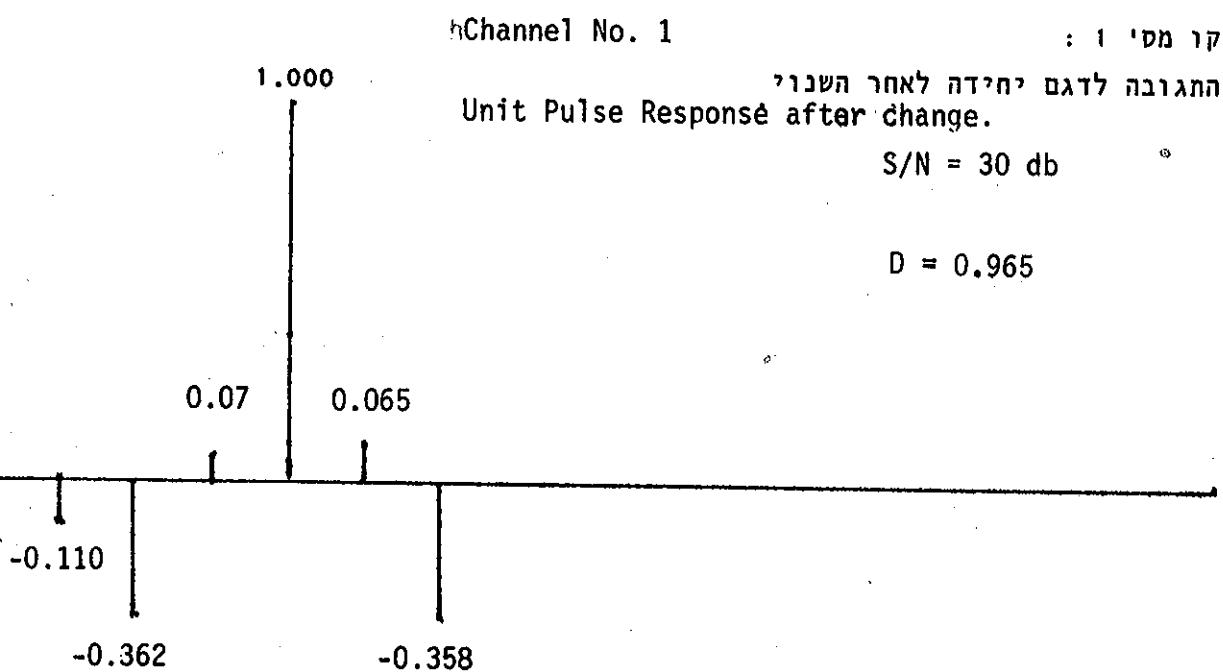


Fig. 7.1 b

شرطוט 7.1 ב'

Channel No. 1

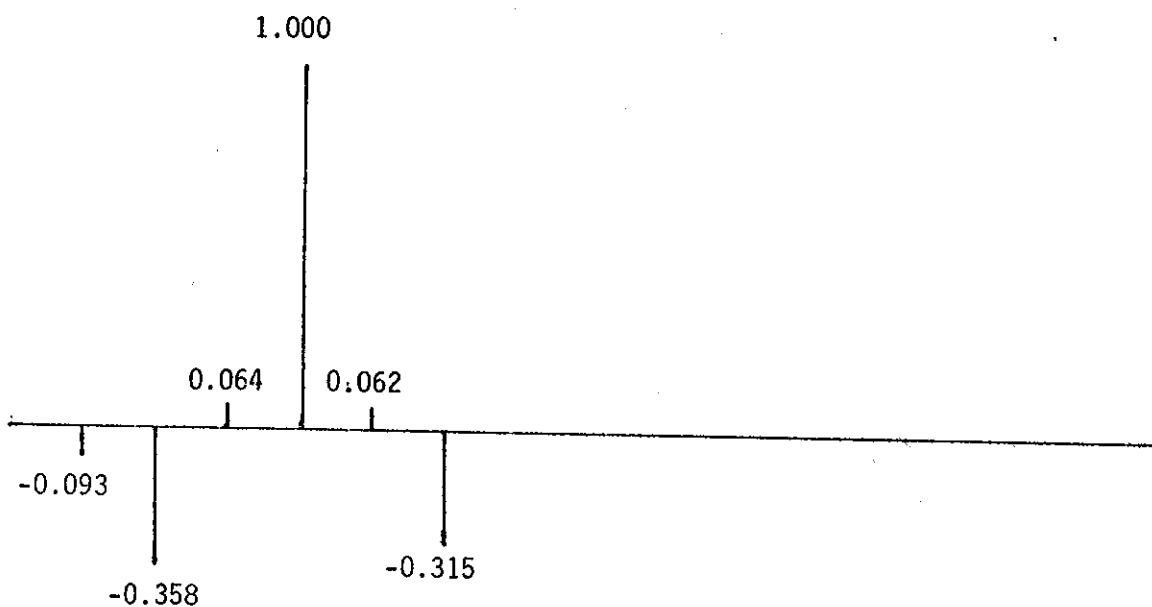
Unit Pulse Response after change.

קו מס' 1:

התגובה לדגם ייחודה לאחר השינוי.

S/N = 10 db

$$D = 0.892$$

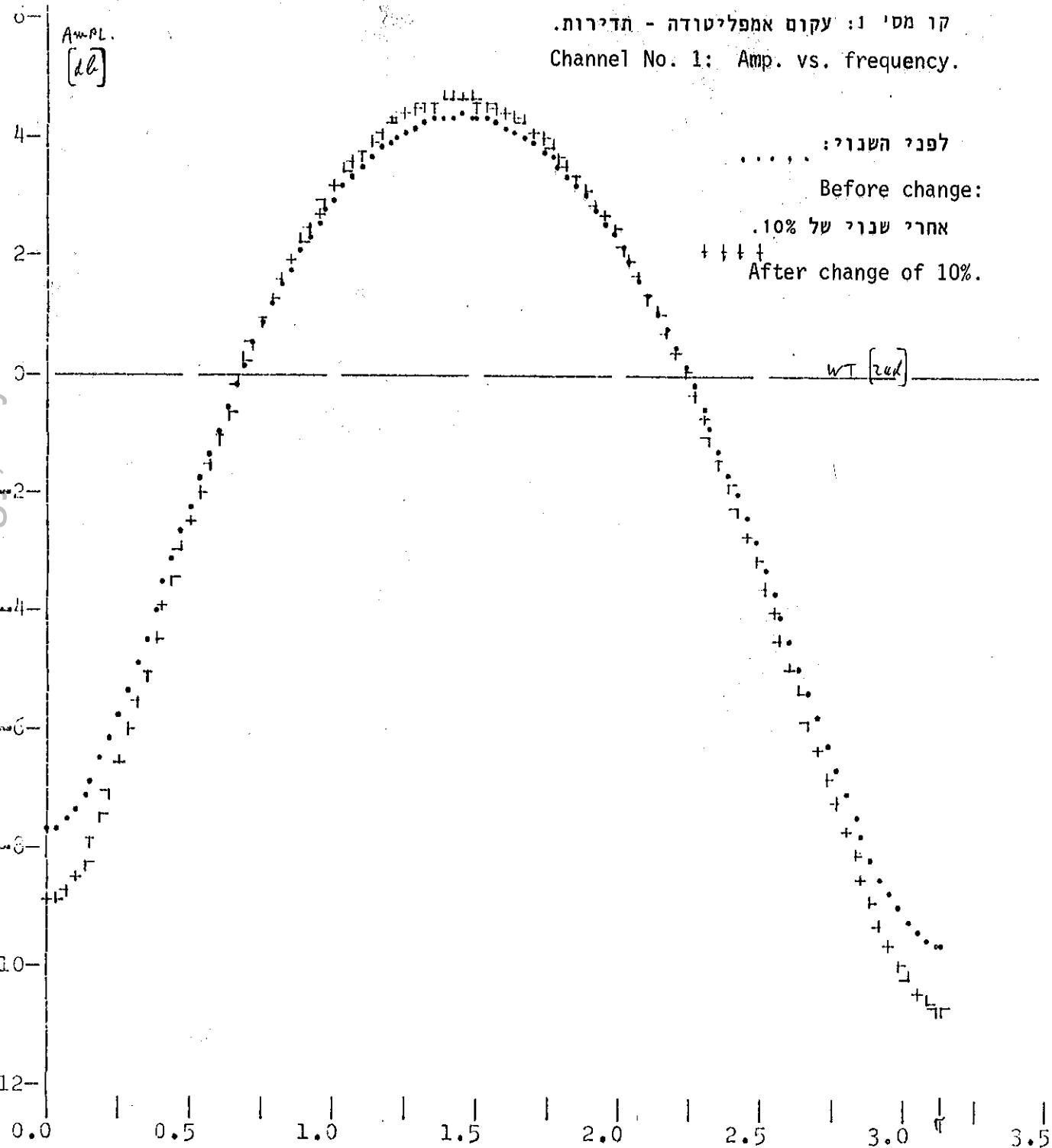


שרטוט 7.1 - ג

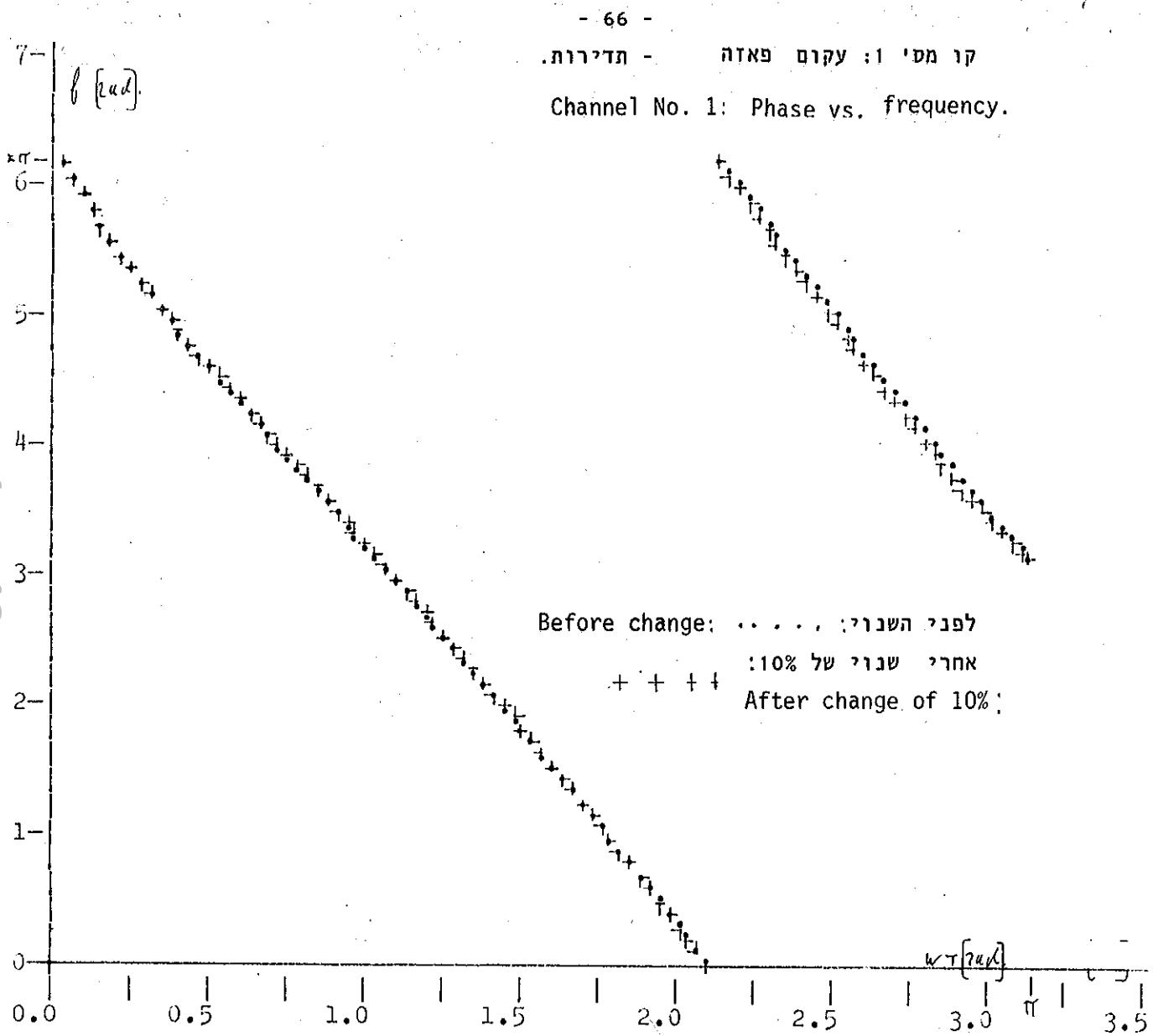
Fig. 7.1 - c.

קו מס' 1: עקומת אמפליטודה - תדרות.

Channel No. 1: Amp. vs. frequency.



שרוטט 7.1 d. - Fig. 7.1



شرطוט 7.1 ח' - Fig. 7.1 e.

קו מס' 1: עקומת אמפליטודה - מדרגות.

Channel No. 1; Amp. vs. frequency.

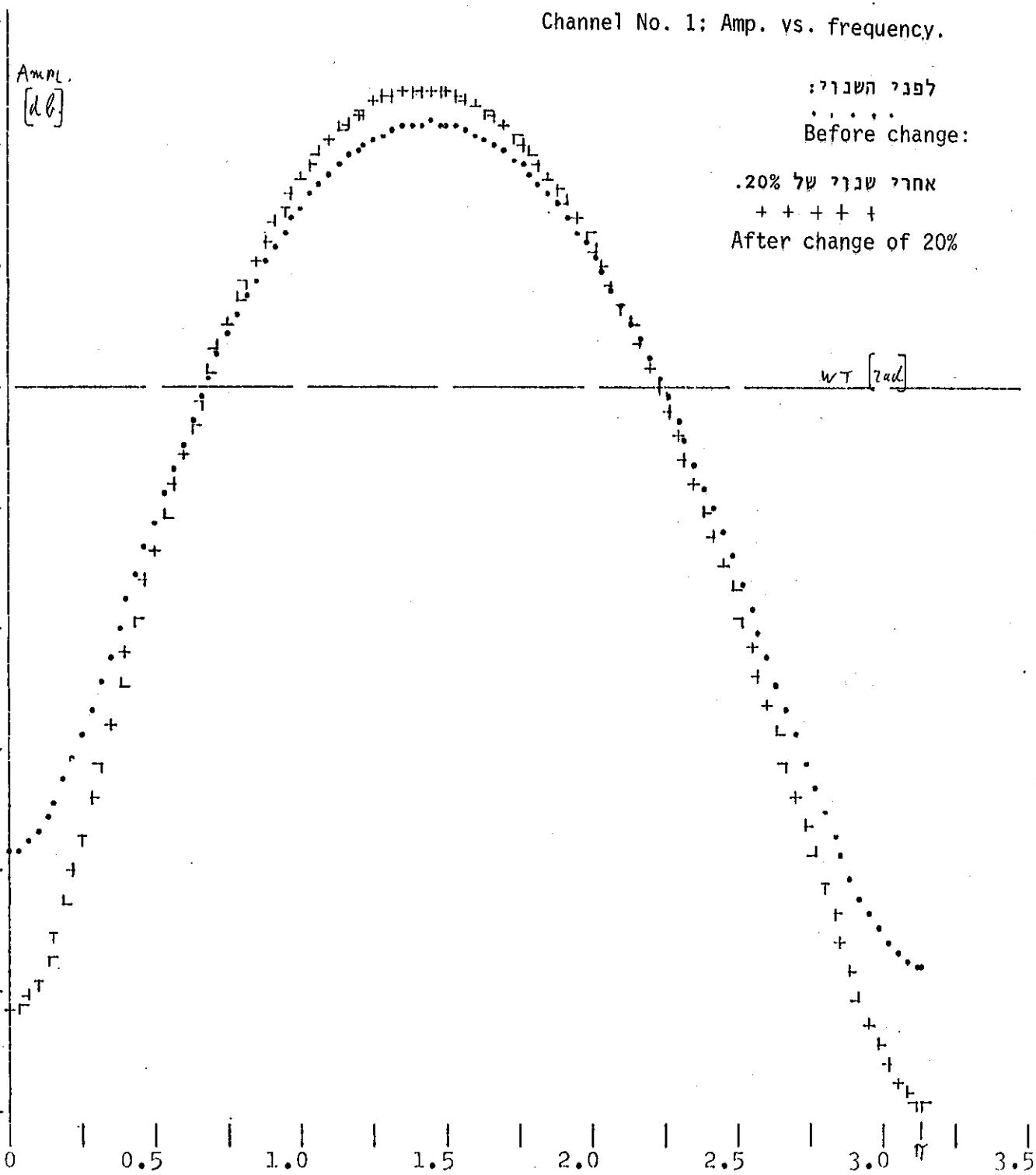
לפני השינוי:

Before change:

אחרי שינוי של 20%.

+++++

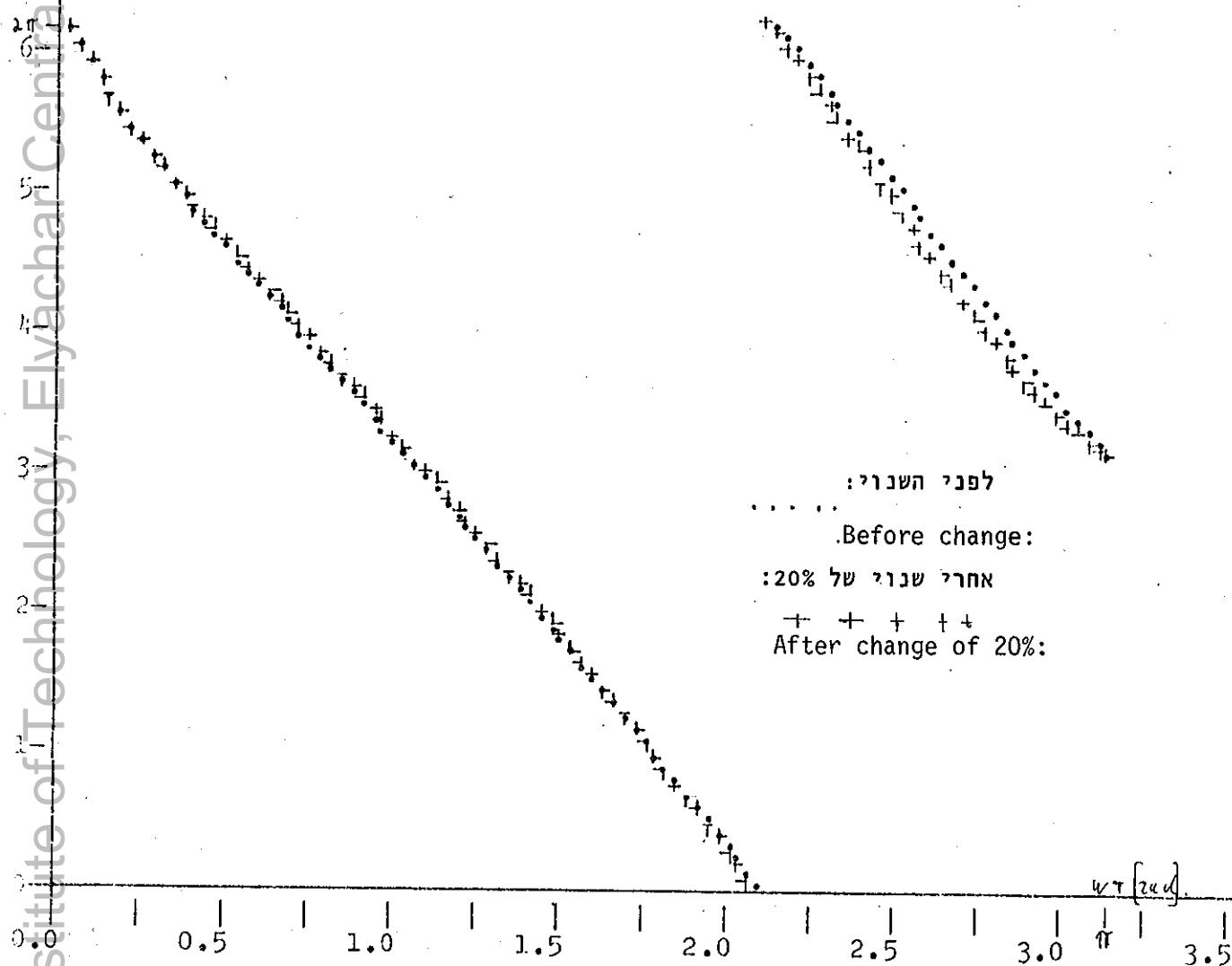
After change of 20%



שרטוט מס' 7.1 ו' - Fig. 7.1-f

קו מס' 1 : עקם פאזה - מדירות.

Channel No. 1: Phase vs. frequency.

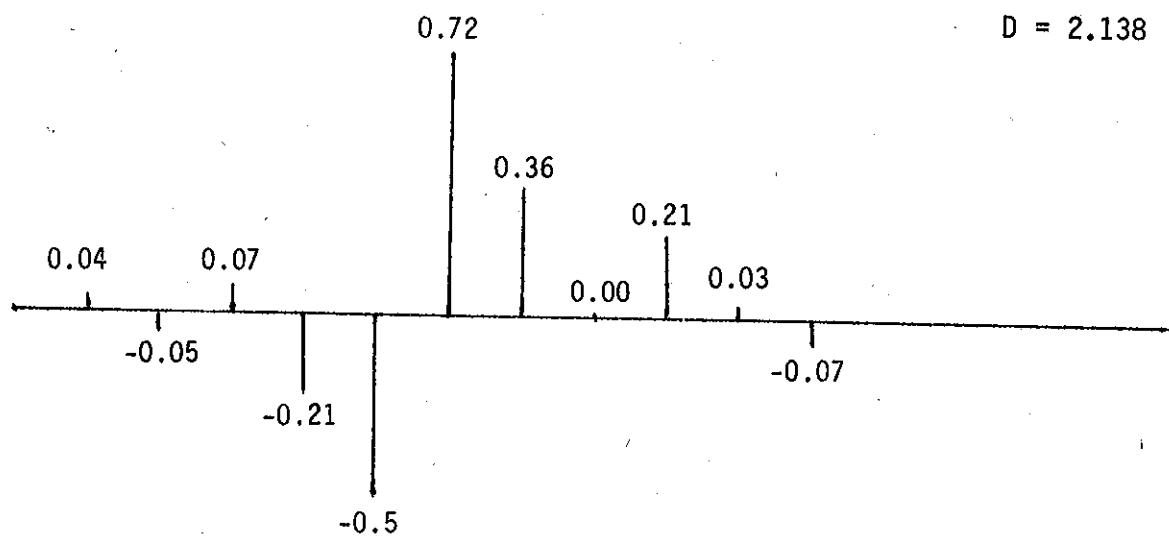


שרטוט 7.1 זי 7.1

Channel No. 2:
Unit Pulse Response.

קו מס' 2:
תגובה לדגם ייחידה.

$$D = 2.138$$

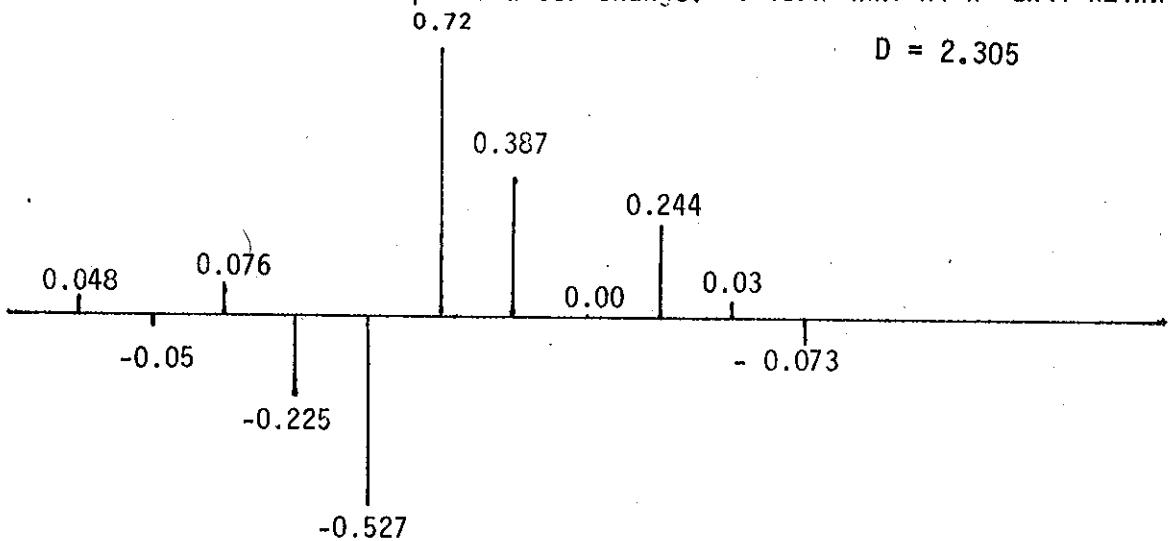


شرطוט 7.2 - א'

Fig. 7.2 - a.

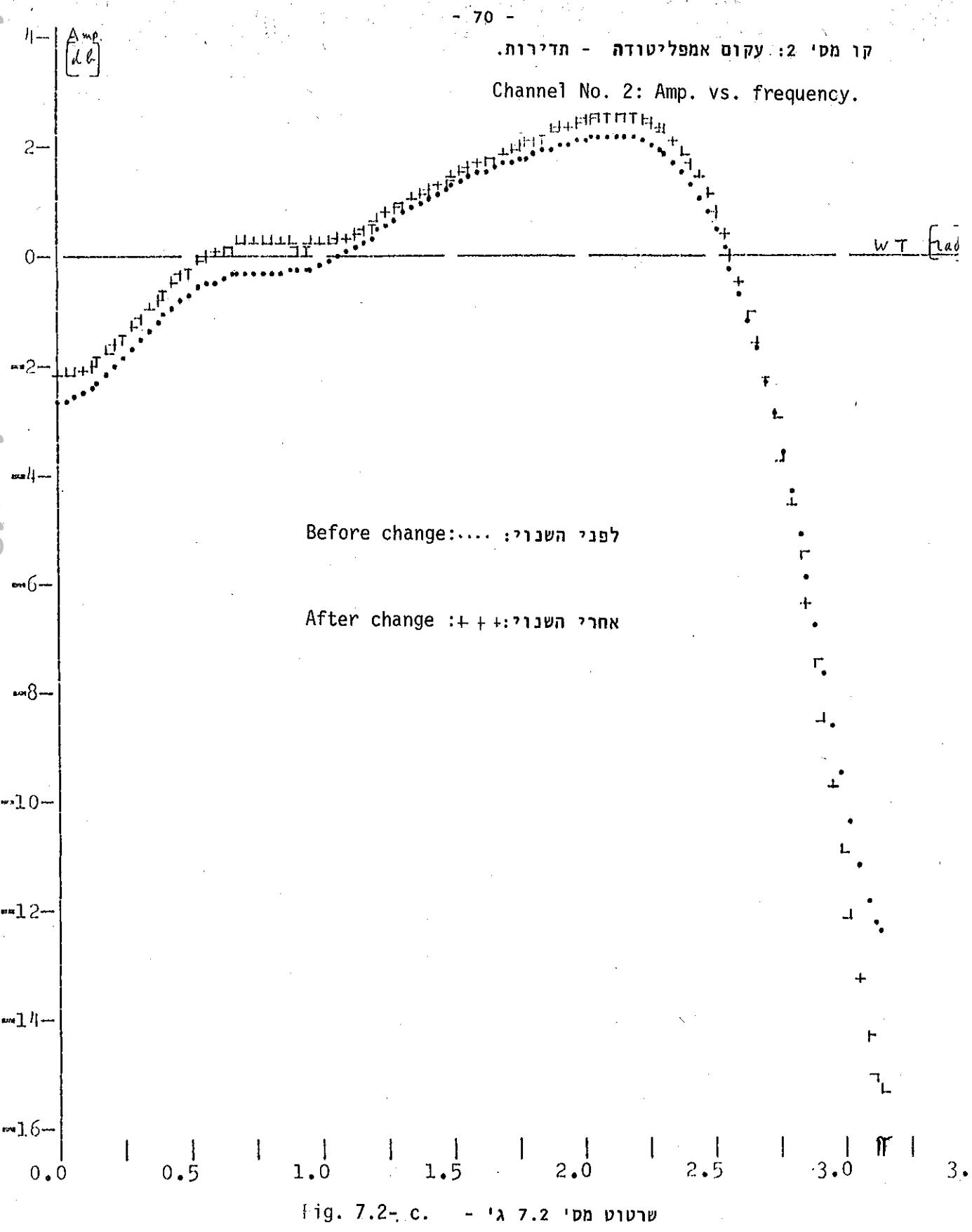
קו מס' 2:
תגובה לדגם ייחידה לאחר השינוי.

$$D = 2.305$$



شرطוט 7.2 - ב'

Fig. 7.2 - b.



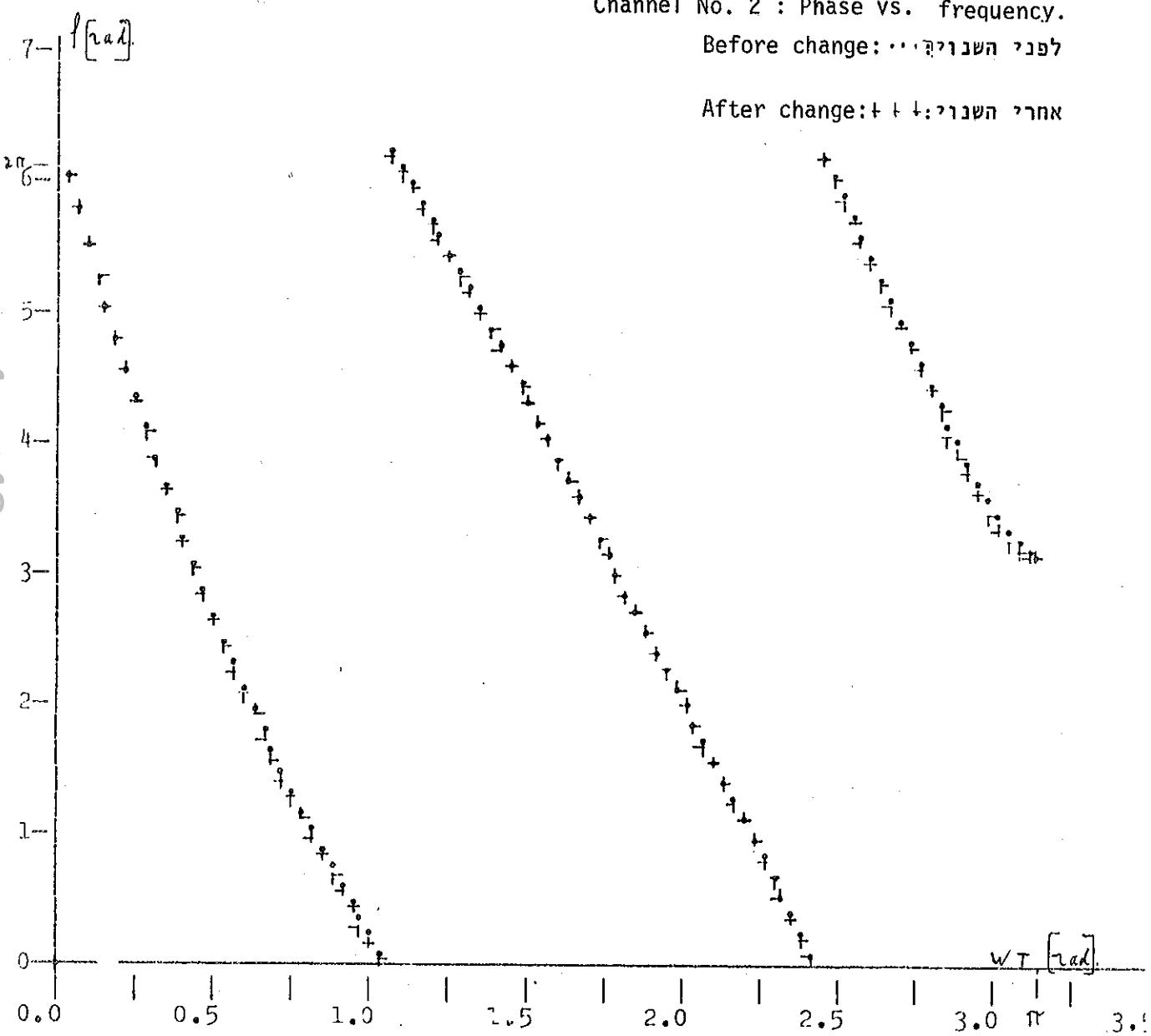
שרוטט מס' 2 ג' - Fig. 7.2-c.

קו מס' 2 : עיקום פאזה - תדרות.

Channel No. 2 : Phase vs. frequency.

לפני השינוי...:

אחרי השינוי: + + +

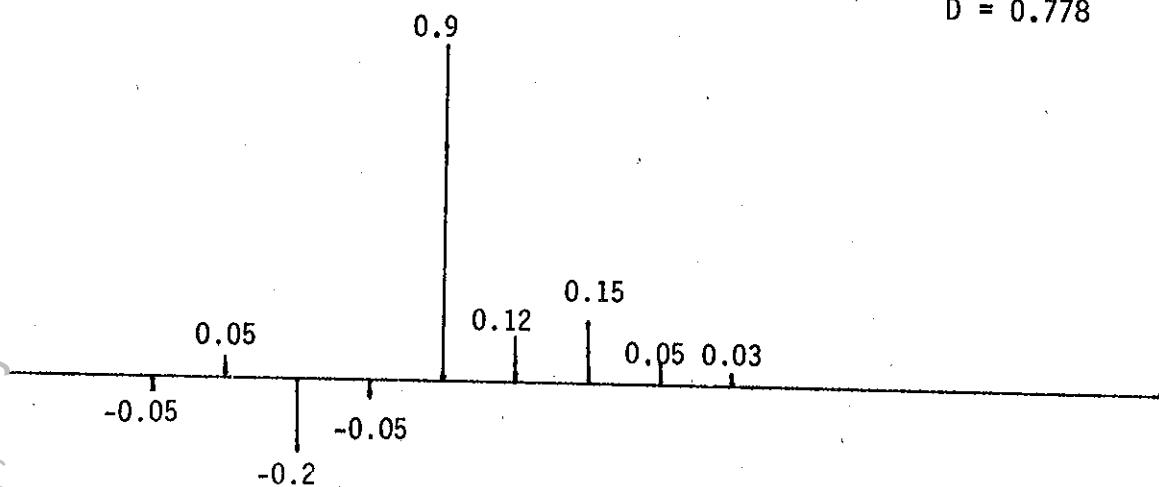


שרטוט 7.2 - ד' - Fig. 7.2-d

Channel No. 3:
Unit Pulse Response.

קו מס' 3 :
תגובה לדגם ייחידה.

$$D = 0.778$$



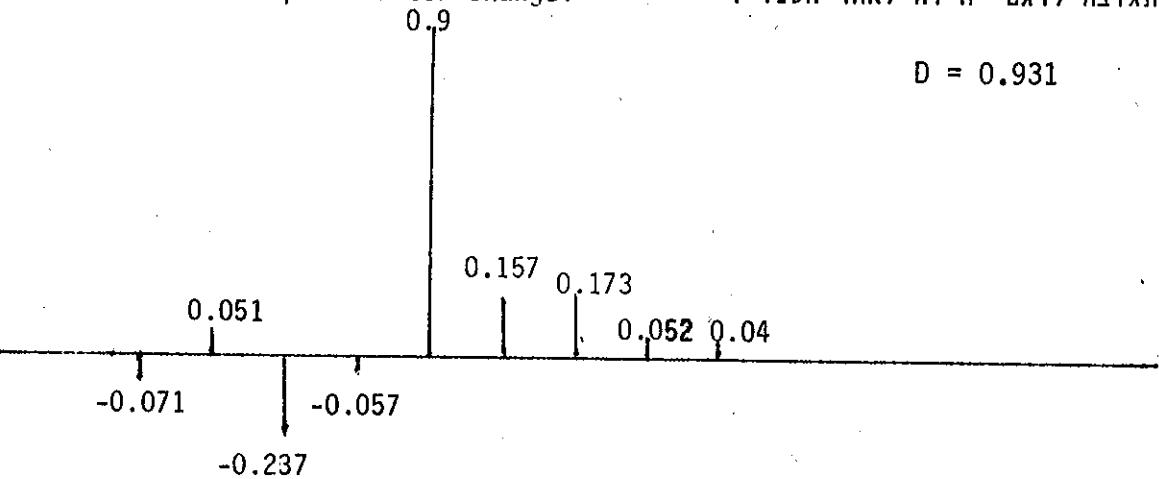
شرطוט 7.3 - א'

Fig. 7.3-a.

Channel No. 3:
Unit Pulse Response after change.

קו מס' 3 :
תגובה לדגם ייחידה לאחר השינוי.

$$D = 0.931$$



شرطוט 7.3 - ב'

Fig. - 7.3- b

לט מט 3: עקומת אמפליטודה - תדרות.

Channel No. 3: Amp. vs. frequency.

לפני השינוי:

אחרי השינוי: + + + +

ω [rad]

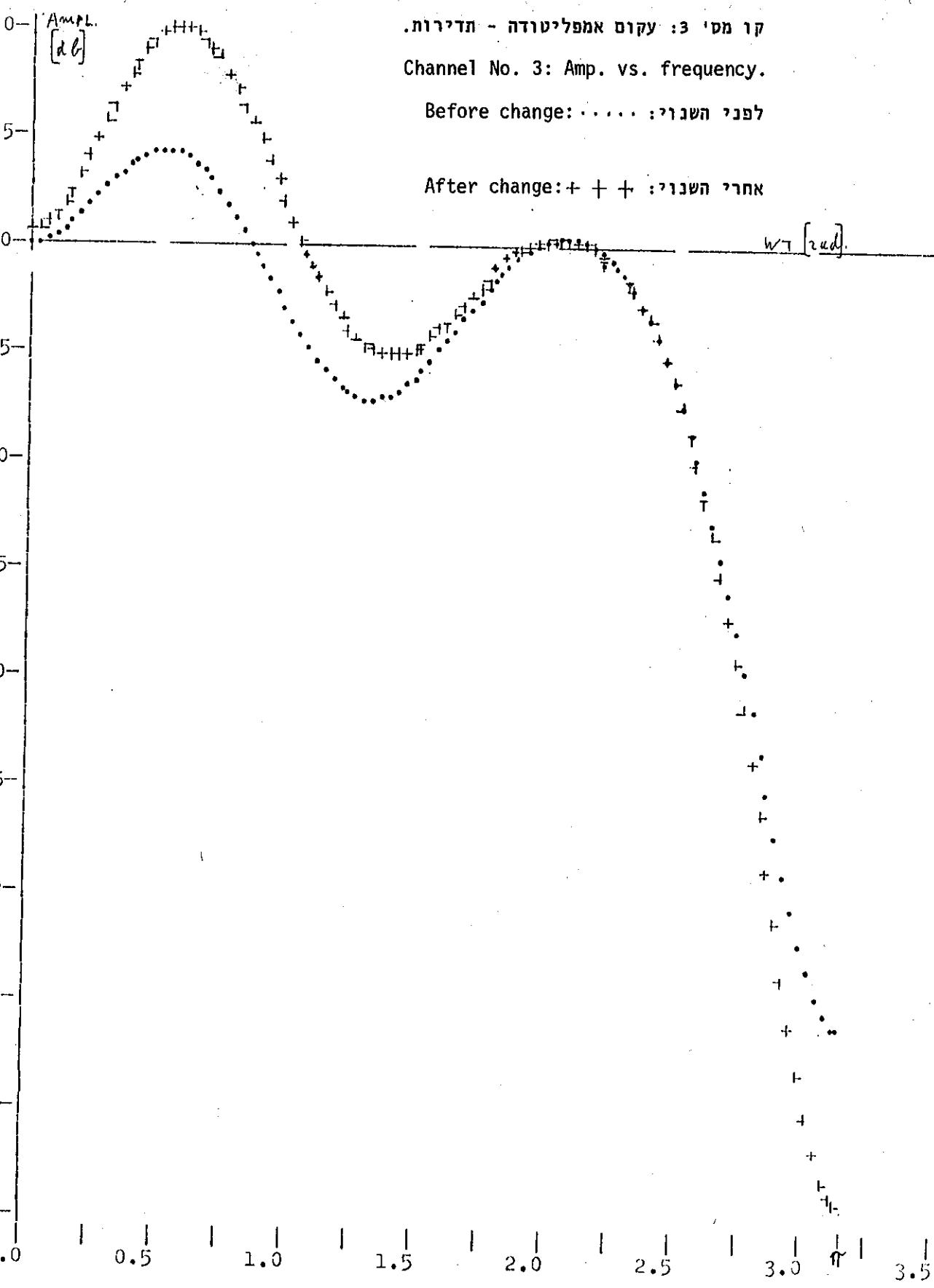


Fig. 7.3-c.

شرطוט 7.3 - ג'. י.

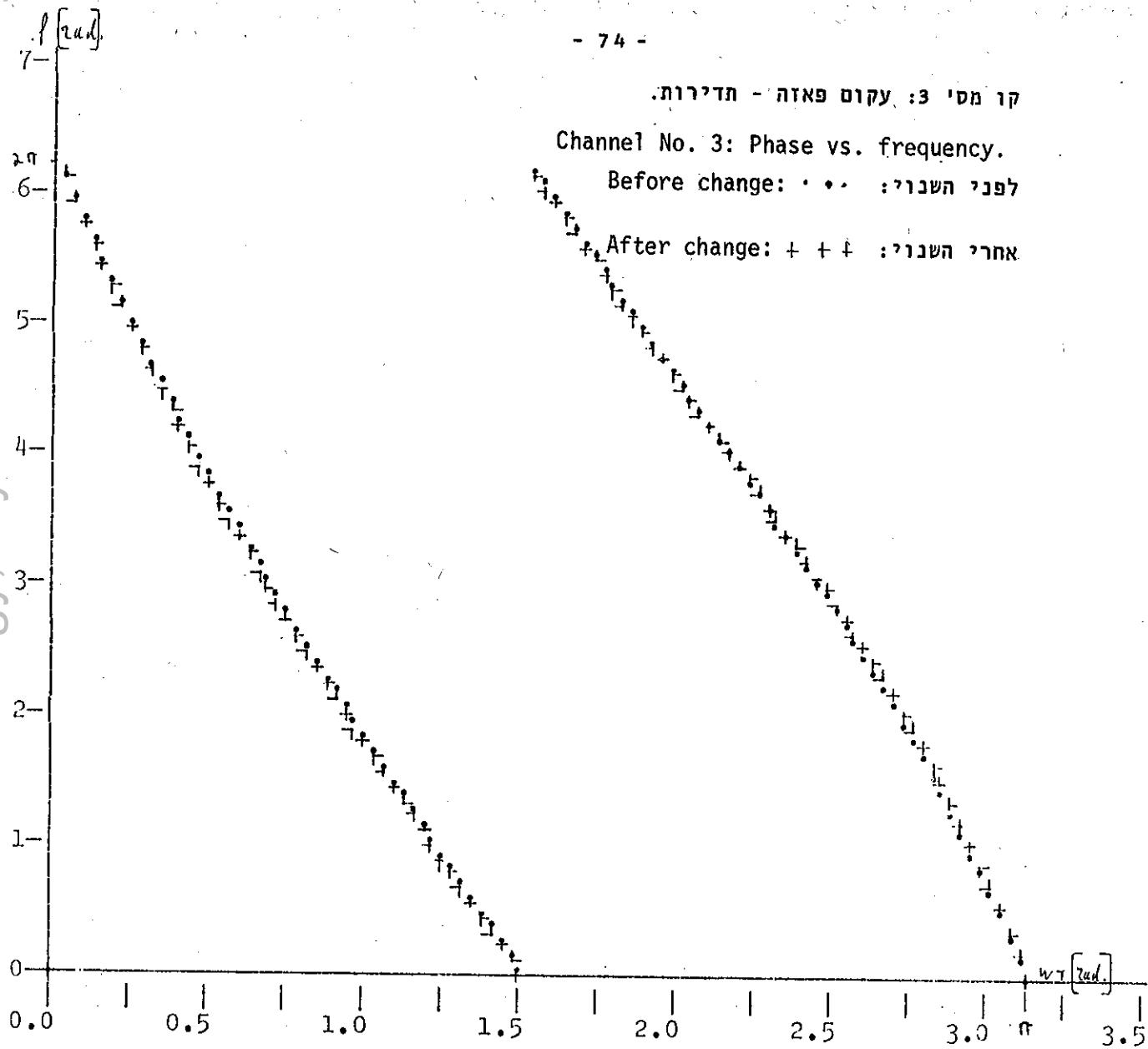
- 74 -

קו מס' 3: עקומת פאזה - תדרות.

Channel No. 3: Phase vs. frequency.

לפני השינוי: · · ·

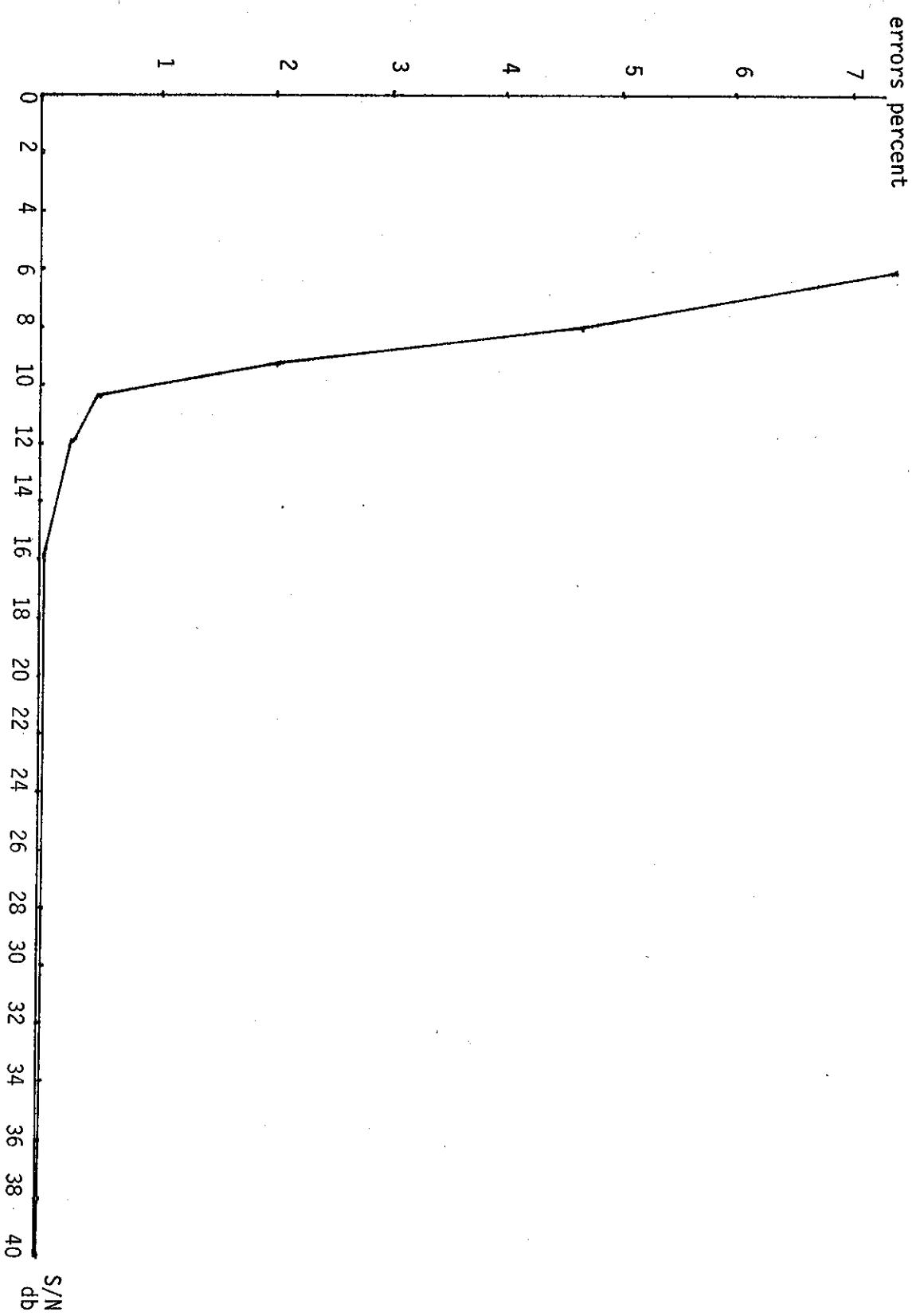
אחרי השינוי: + + +



שרטוט 7.3 ד' - Fig. 7.3-d.

Lawrence - Kaufman קוו מקט' 1: שירתם של מלחינים אחדים שהציגו ביחס לושן.

Percent of errors vs. S/N.



אחוֹד השגיאות

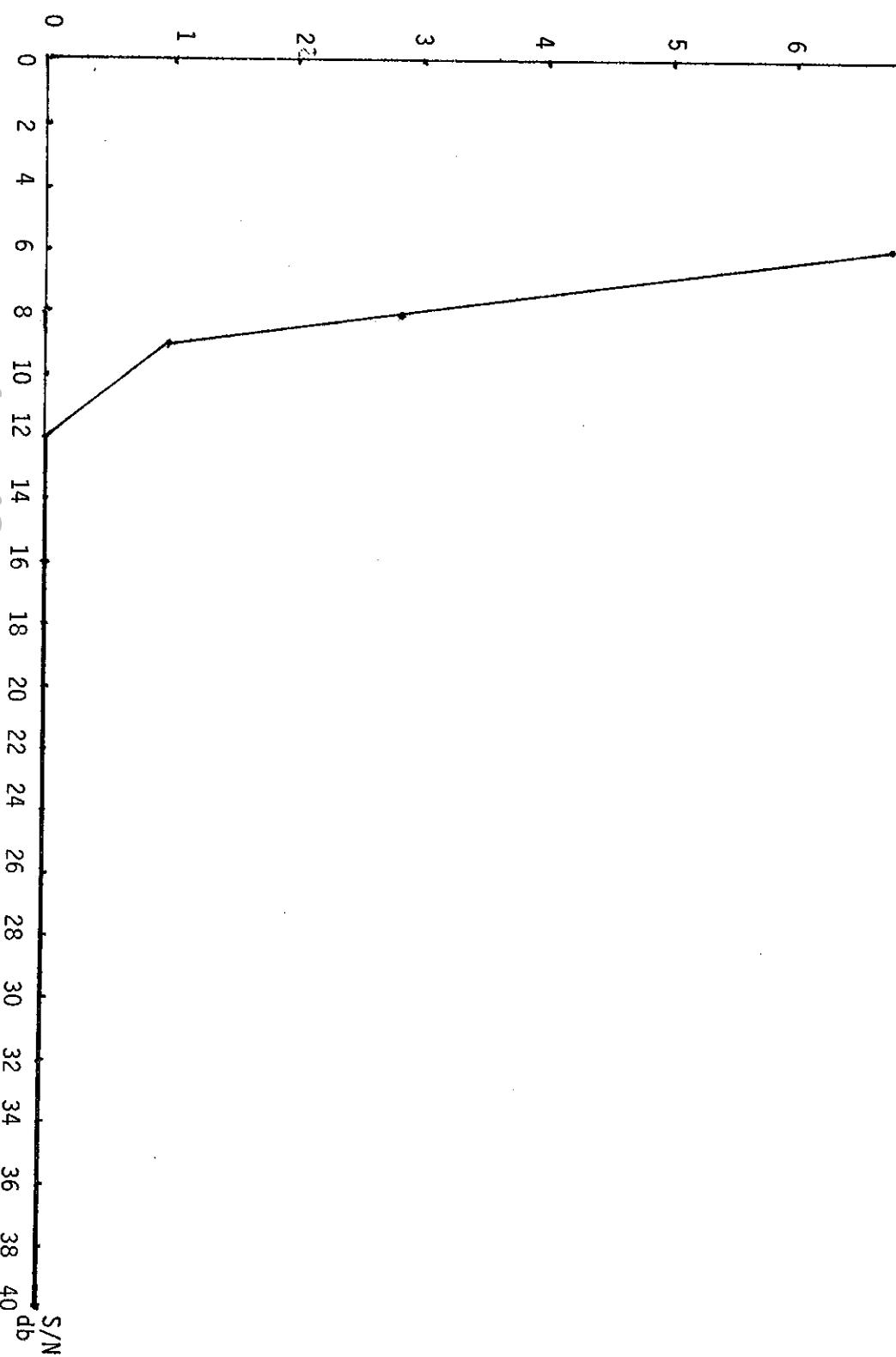
errors percent.

Kaufman-Lawrence method.

Channel No.1: Kaufman-Lawrence method.
Percent of errors vs. S/N.

קו מס. 2: שיטות מתולות אחוֹד השגיאות ביחס להוּא.

76



אחוז שגיאות
errors percent.

Channel No.1: Kaufman-Lawrence method.

. Kaufman-Lawrence method.

קו מס' 2: שיטת שגיאות במספר צעדים הולות אחור השגיאות במספר צעדים הולכות.

convergence steps.

- 77 -

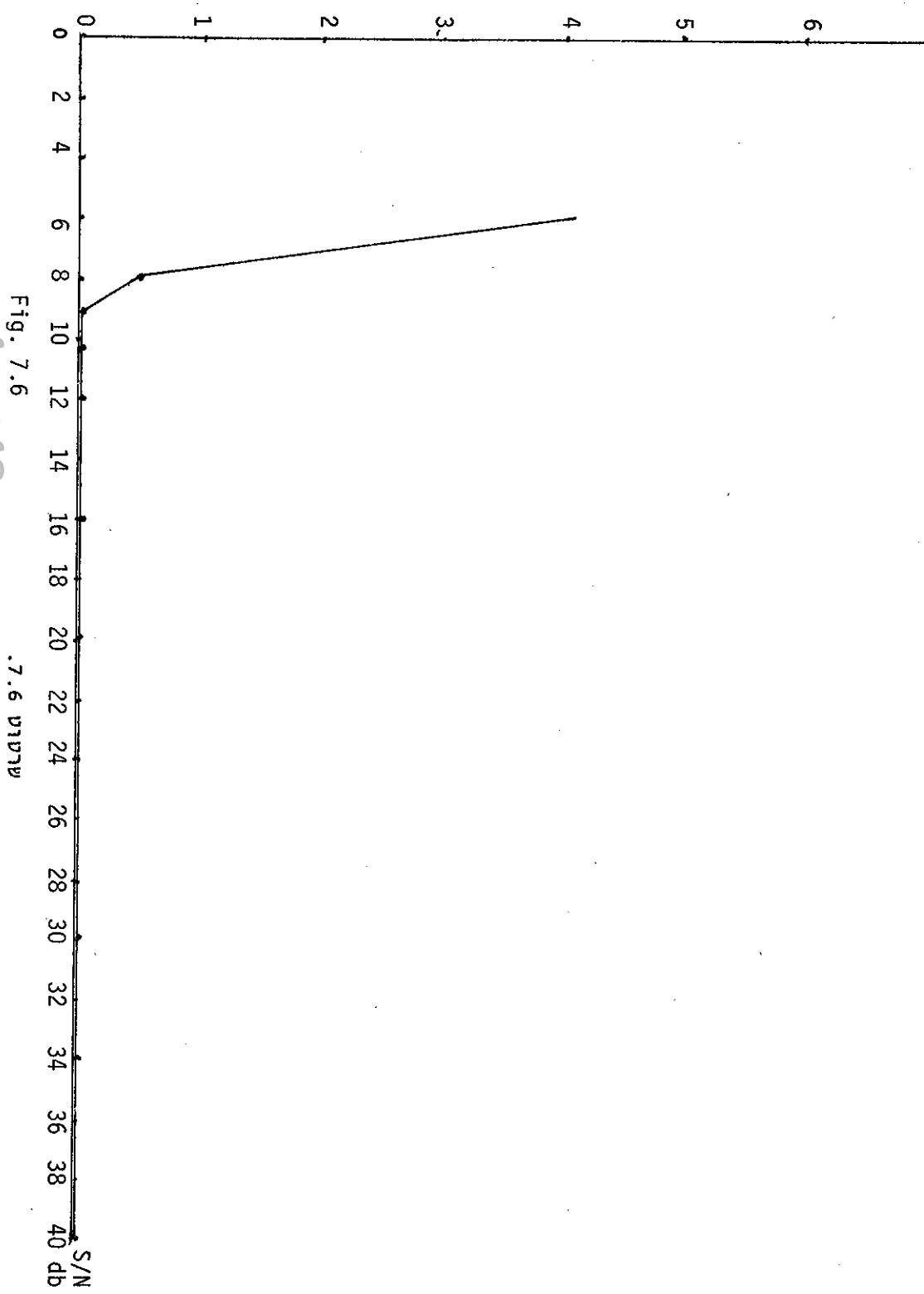


Fig. 7.5-a Fig. 7.5-b Fig. 7.5-c
שיטות הולכות אחור השגיאות במספר צעדים. ממד העדית.

אחוז שגיאות
errors percent

Channel No. 3: Kaufman-Lawrence method.
Percent of errors vs. S/N.

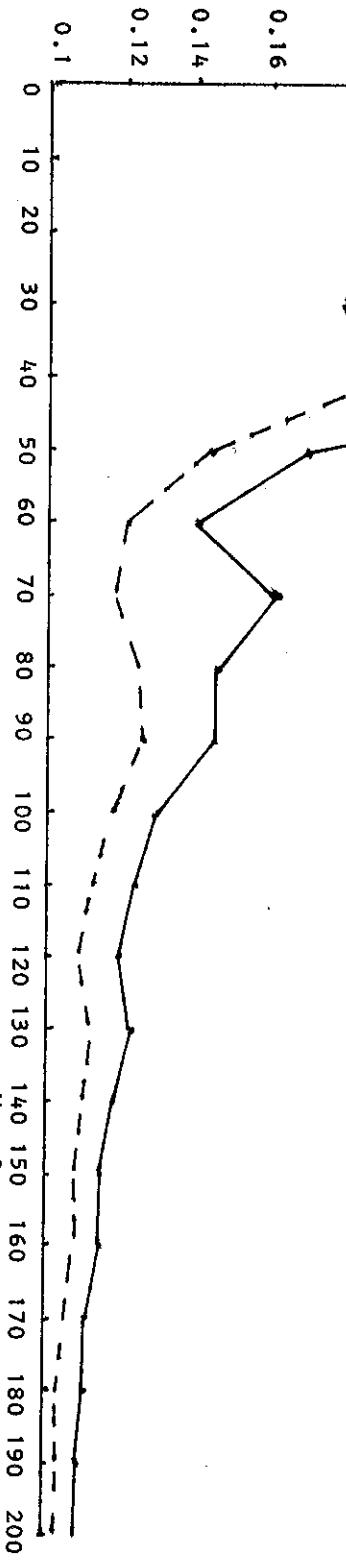
קו מס' 3: שגיאות
Kaufman-Lawrence
תלות אחוז השגיאות ביחס להיבש.



$$\langle e_k^2 \rangle$$

Channel No. 1: Convergence of $\langle e_k^2 \rangle$.

קו מס' 1: התוצאות של Godard ומשתמשת המשולבת. (הוואות גודארד).
סימולציה לפ'י Godard and Combined methods. (same results).



Channel No. 2: Convergence of $\langle e_k^2 \rangle$
 Godard & Combined methods.

קו מס' 2: התכנסות $\langle e_k^2 \rangle$.
 שיטות Godard ומשולבת.

Results both methods: ——— השוואת הות בשתה, השוואת:
 S/N = 30 db

Godard: ——— Godard
 Combined: - - - - Combined
 שיטה משולבת:

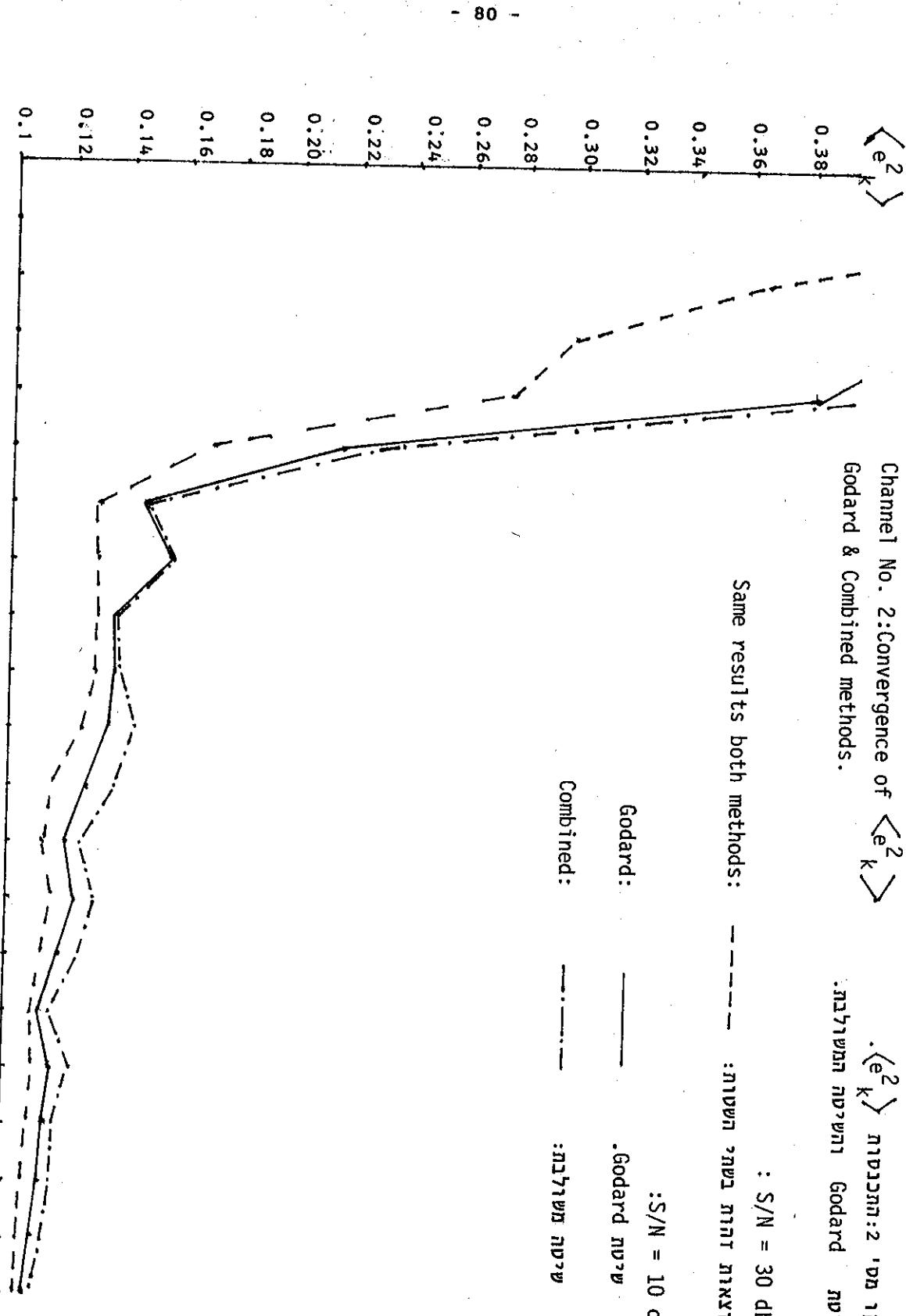
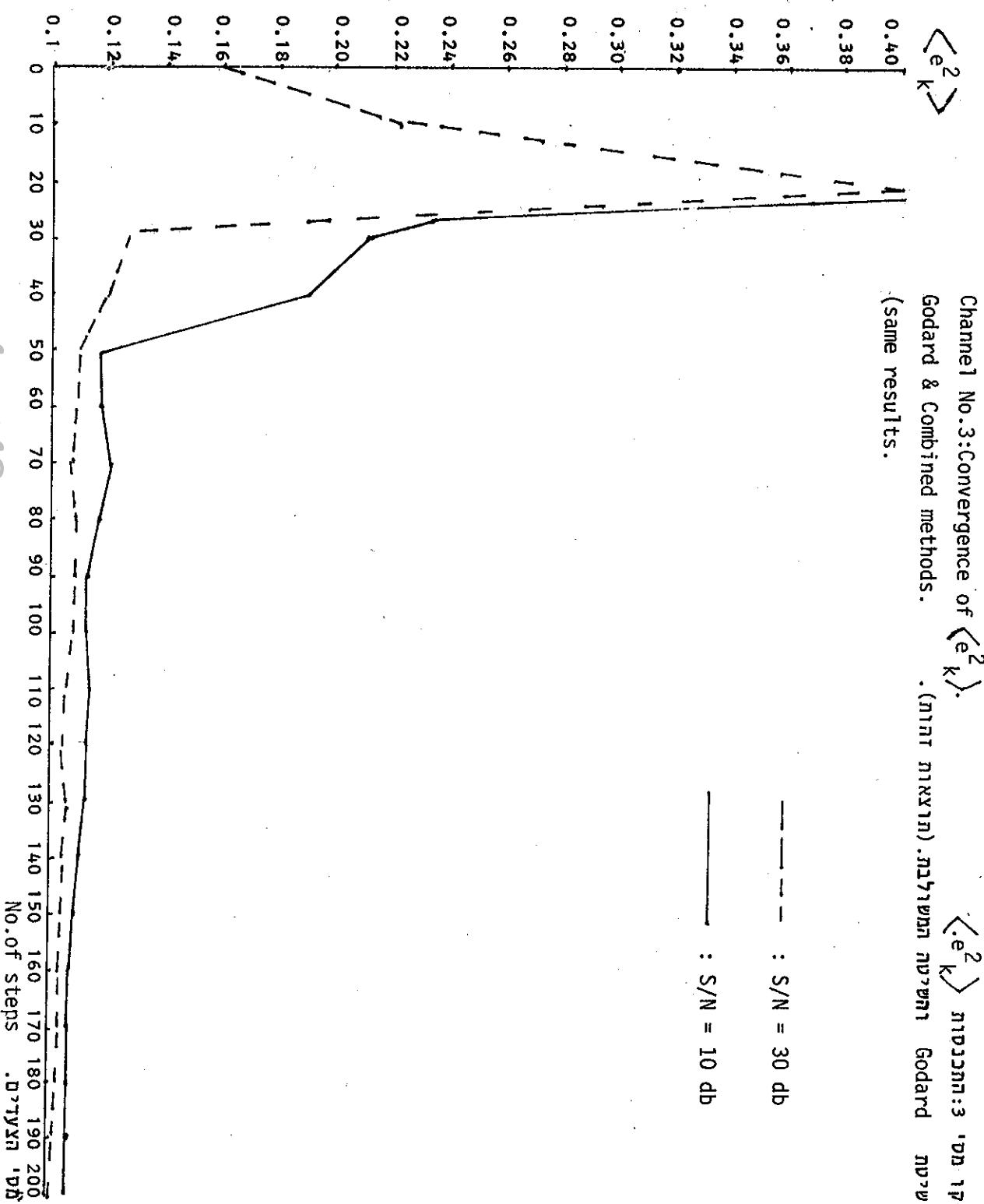


Fig. 7.8.

אנו

מספר העדכון. No. of steps



Channel No.3:Convergence of $\langle e_k^2 \rangle$.
 Godard & Combined methods.
 (same results.)

Channel No.1: Godard method.
Percent of errors vs.S/N

קו מס' 1: שיטת גודרד . Godard
תלות אחוז השגיאות ביחס האות לרעש.

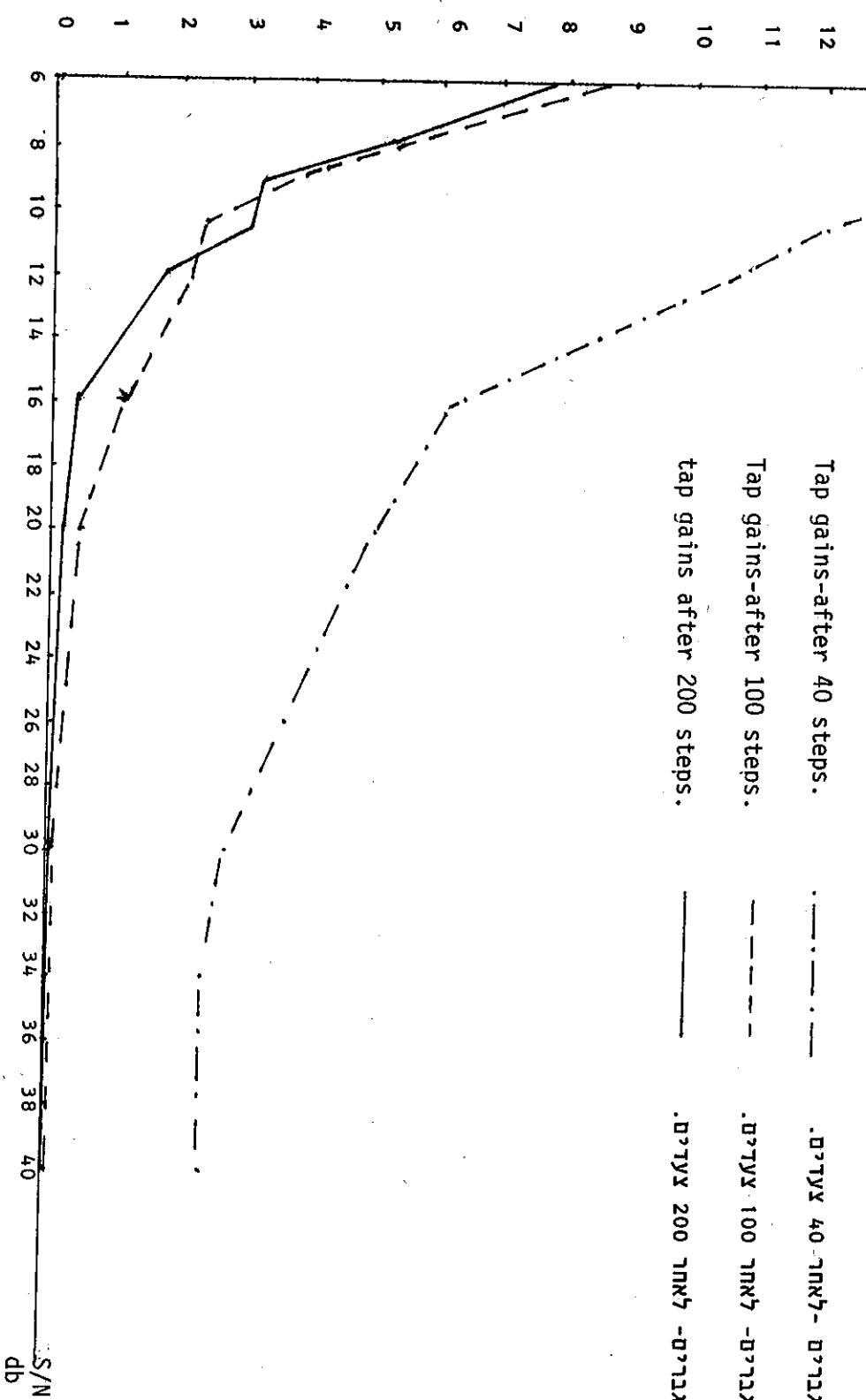


Fig.7.10. ^{7.10} מודולו אחור השגיאות ביחס האות לרעש.

Channel No. 2: Godard method.

Percent of errors vs. S/N

גoddard שינתה מס' 2. גודארד.

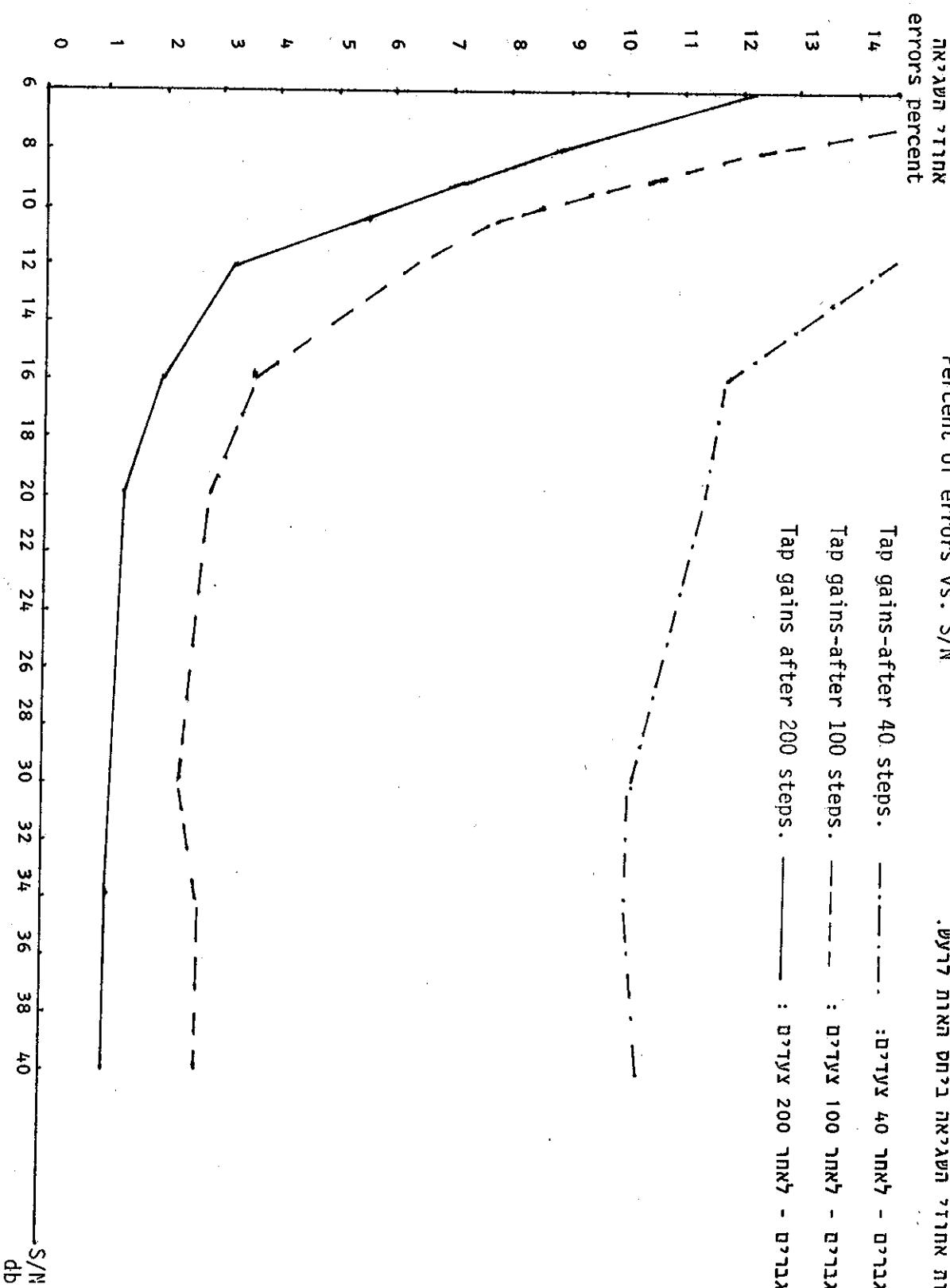


Fig. 7.11 שרטוט 1

אלן גודארד: שְׁמַע אָבִיךְ וְאֶת-בְּרֵיךְ.

Percent of errors vs. S/N.

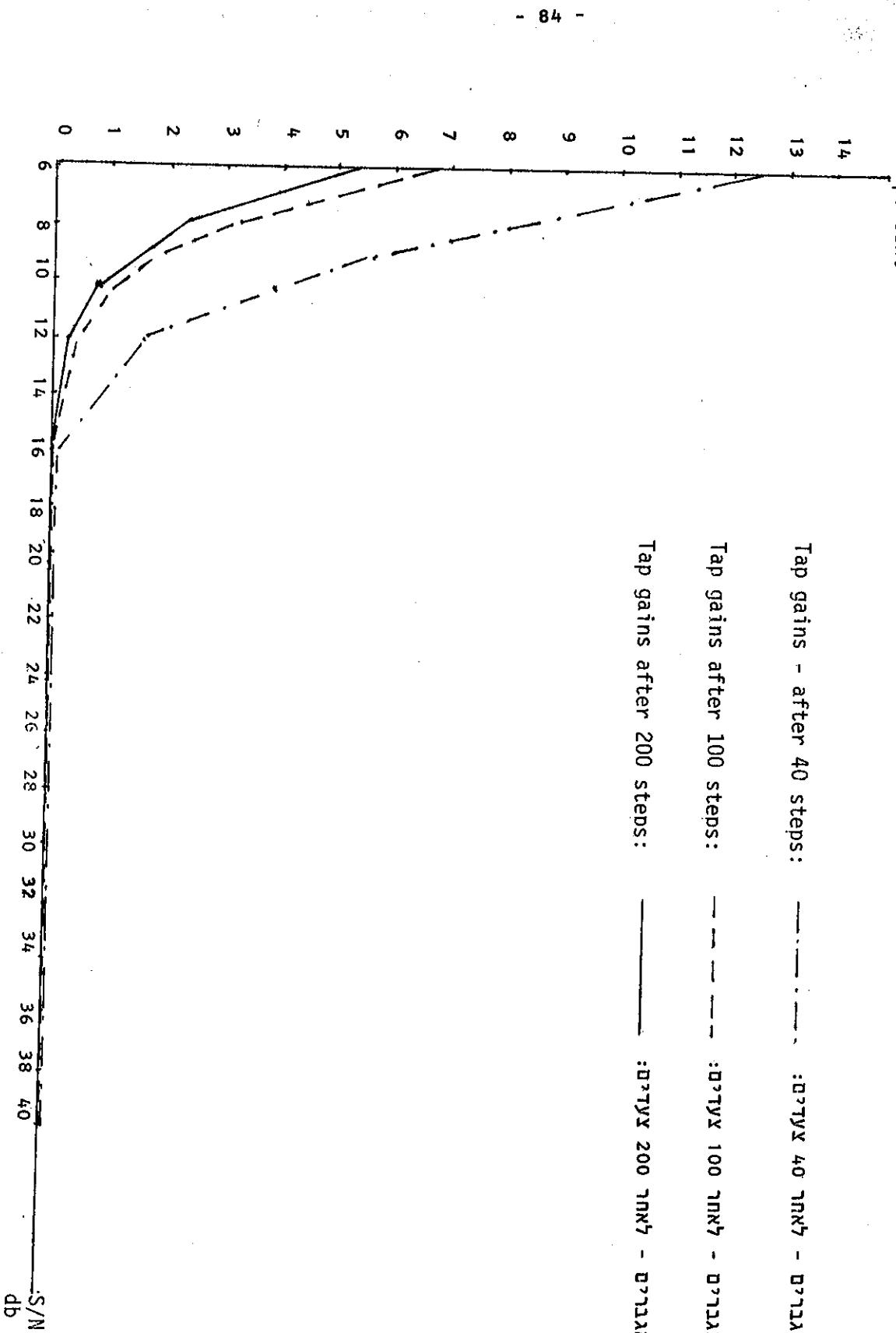


Fig. 7-12

Channel No.1: Combined method.
Percent of errors vs. S/N.

אחוריו השגיאת
errors percent

קו מס' 1 : שיטת משולבת.
חולות אחורד השגיאות ביחס הארות לרעש.

- Tap gains - לאחר 40 שלבים: —
- Tap gains-after 100 שלבים: - - - - -
- הגבאים - לאחר 100 אעדיים: - - - - -
- הגבאים - לאחר 200 אעדיים: — — — — —
- הגבאים - לאחר 200 אעדיים: — — — — —

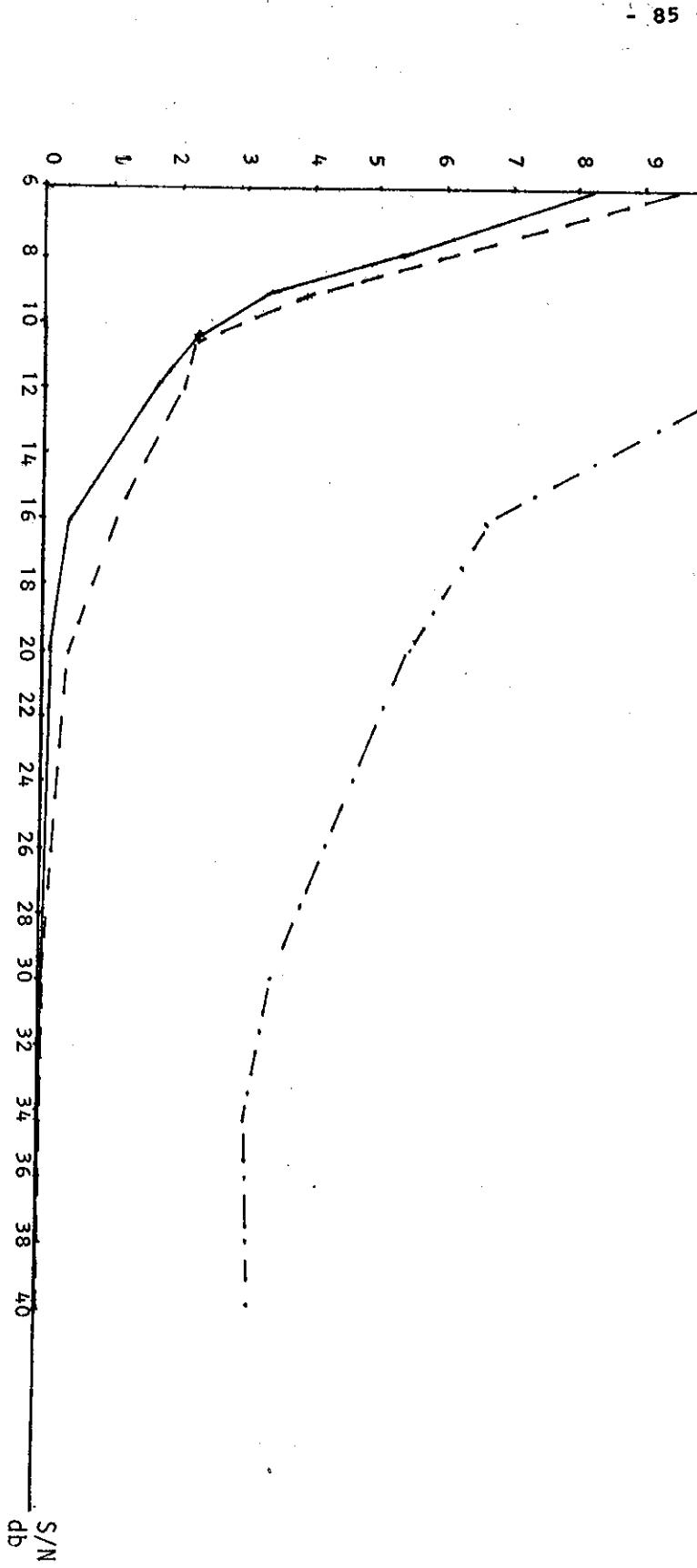


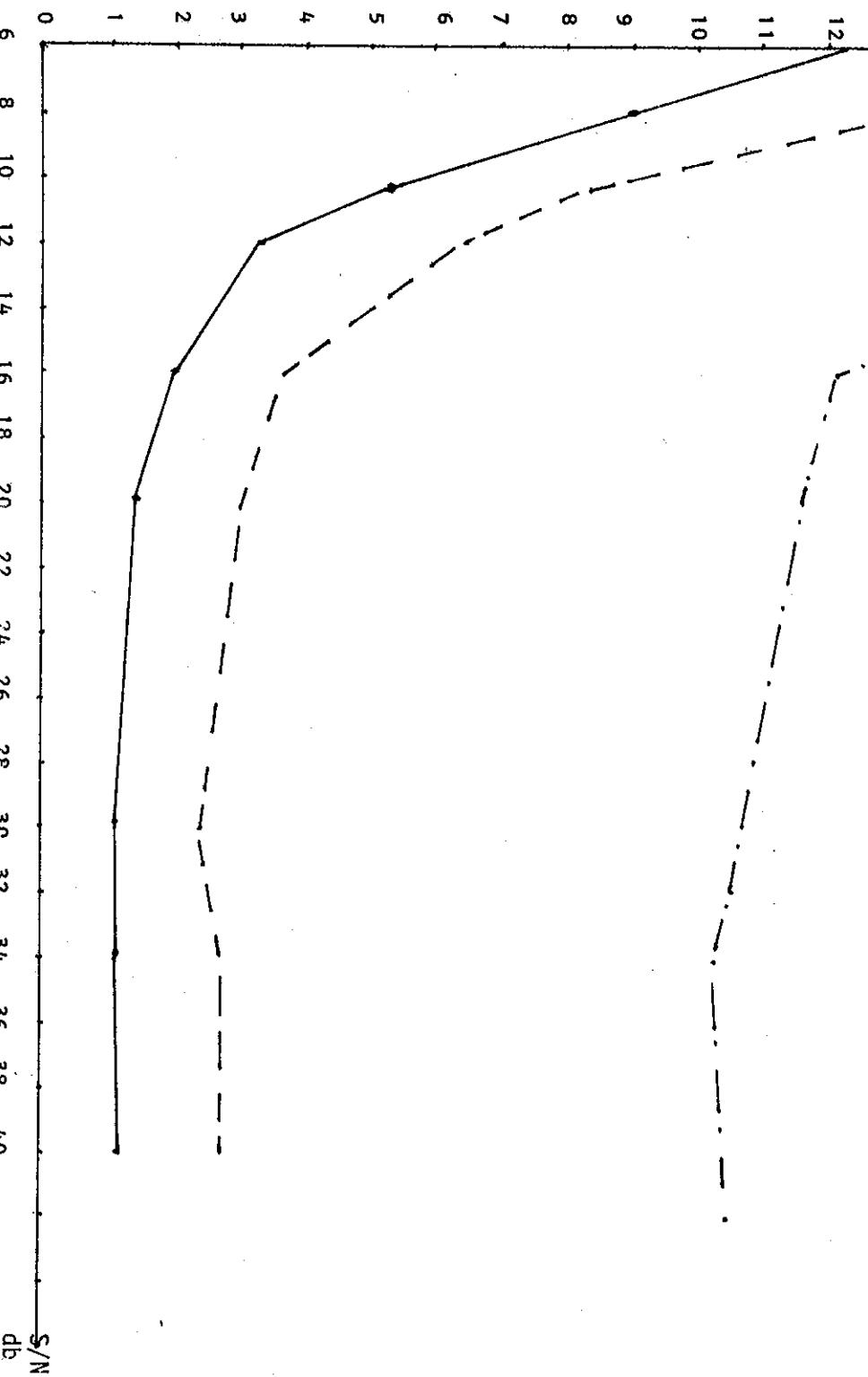
Fig. 7.13

אחור זר, השוואת
percent errors

Channel No. 2: Combined method.

קו מס' 2: שיטה משולבת.

Percent of errors vs. S/N. תלות אחור השגיאות ביחס להווע. המרכיבים - לאחר 40 צעדים: —···—. המרכיבים - לאחר 100 צעדים: - - - - - . המרכיבים - לאחר 200 צעדים: ———.



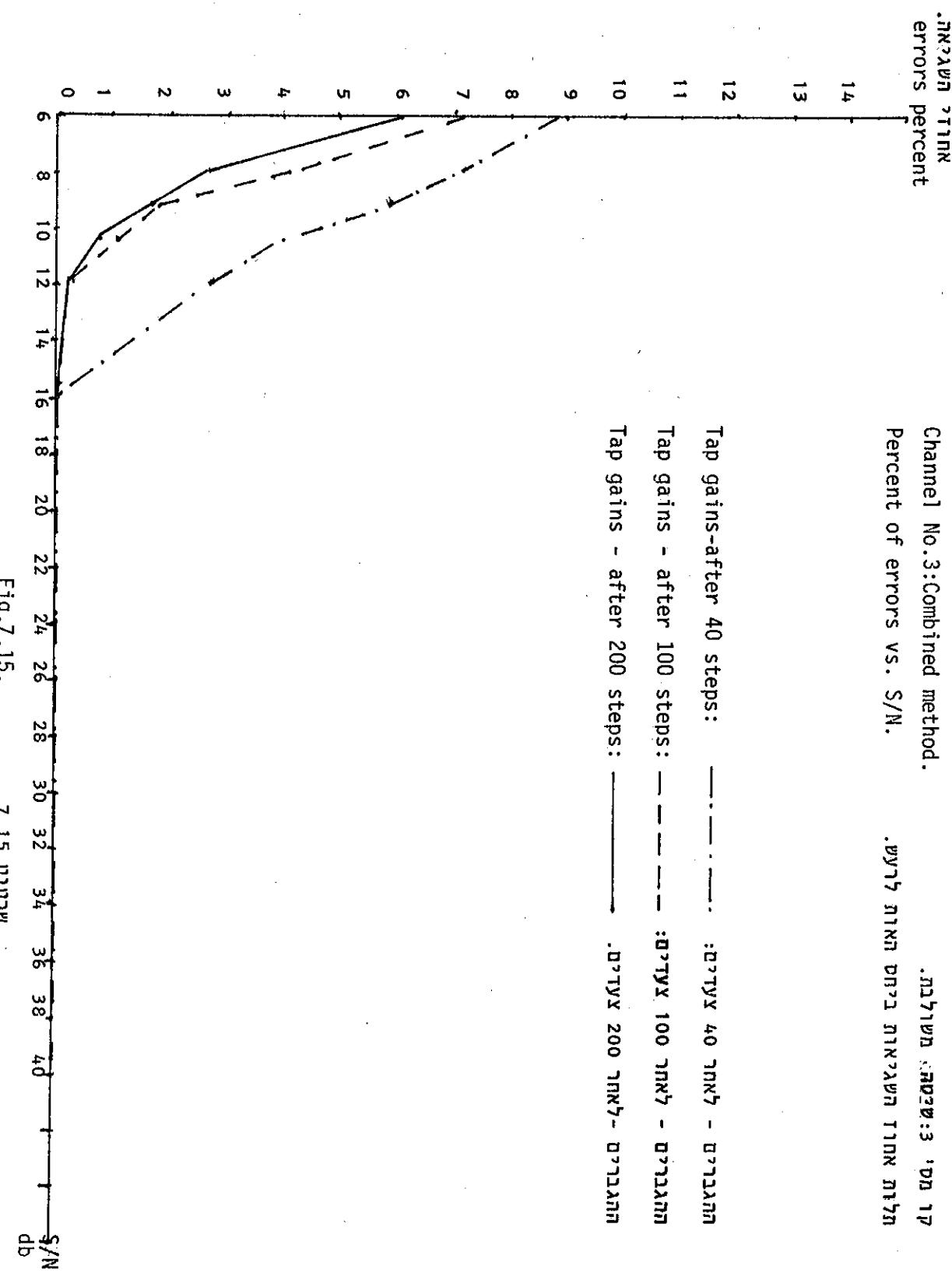


Fig.7.15. שרטוט 7.15

$$\langle e_k^2 \rangle$$

Channel No.1: Convergence of $\langle e_k^2 \rangle$ after לאר שבו הנו.

S/N = 10 db.

1. Combined method:

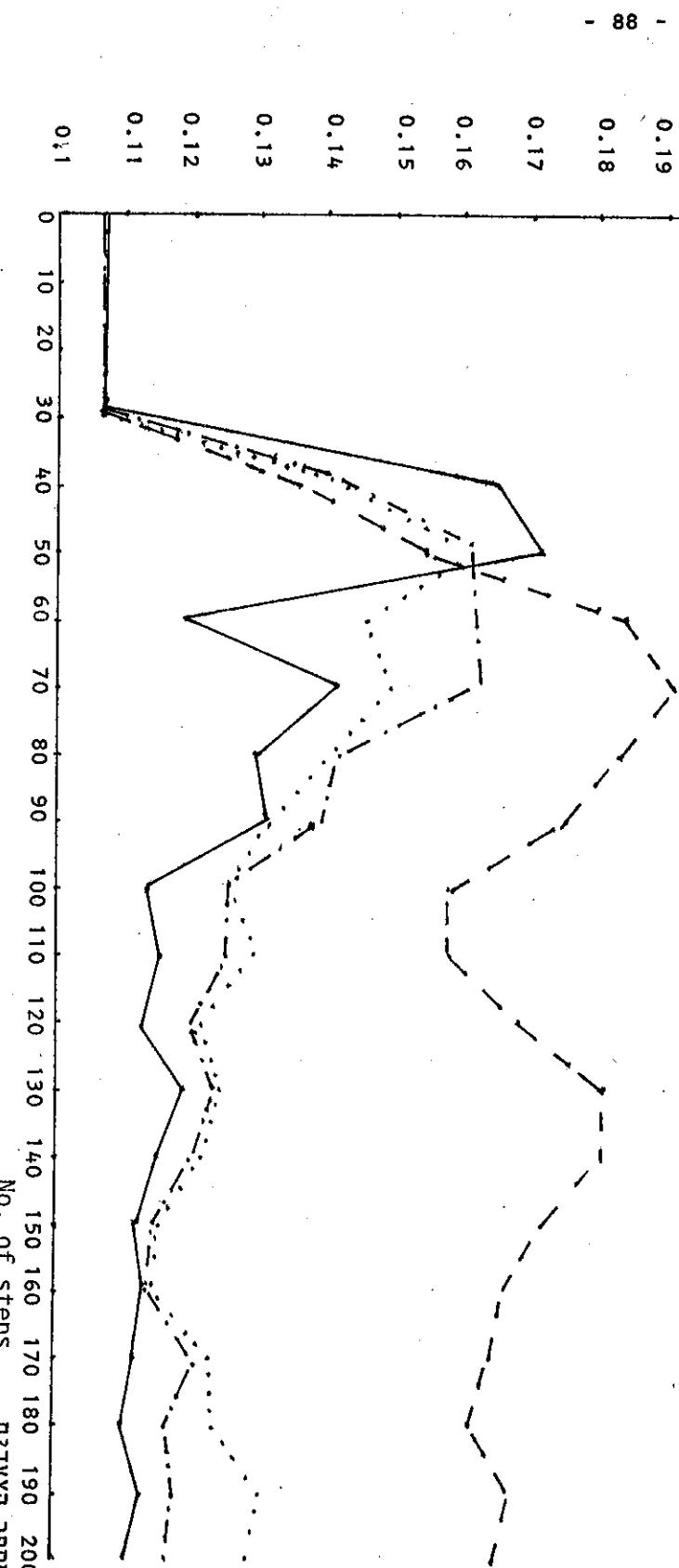
א. השיטה המשולבת:
אורד הטרוסטטוטריציה ביחסוב תגובת הנו לדם חידת:

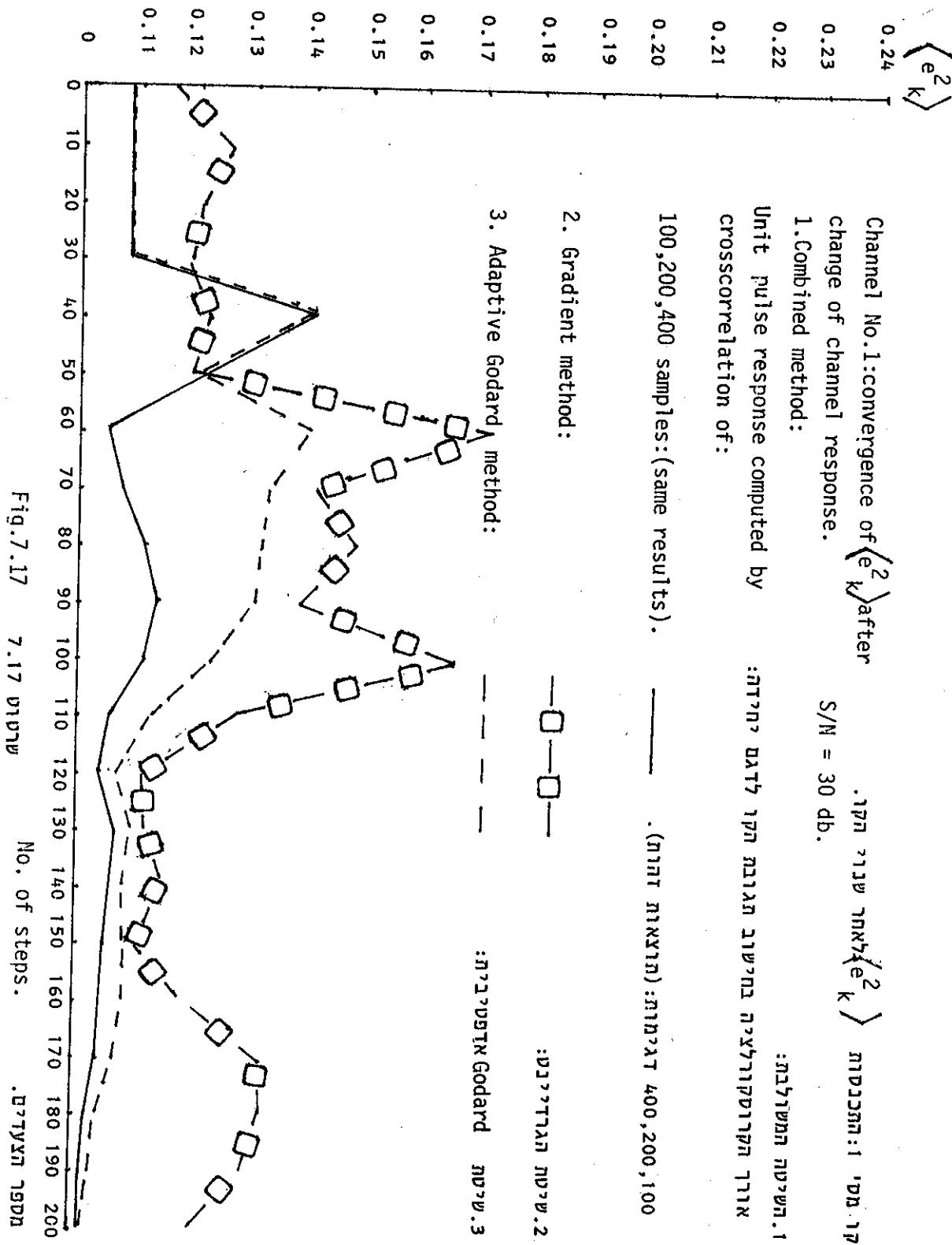
Unit pulse response computed by crosscorrelation of:

- | | | |
|--------------|-----------|-------------|
| 100 samples: | | 100 דגימות: |
| 200 samples: | - - - - - | 200 דגימות: |
| 400 samples: | — — — — | 400 דגימות: |

2 . Godard adaptive method:

שטיינר Godard 2. אפסיאגית:





$\langle e_k^2 \rangle$ Channel No.1:Convergence of $\langle e_k^2 \rangle$ after
change of channel response. λ אחד שגור הקו.

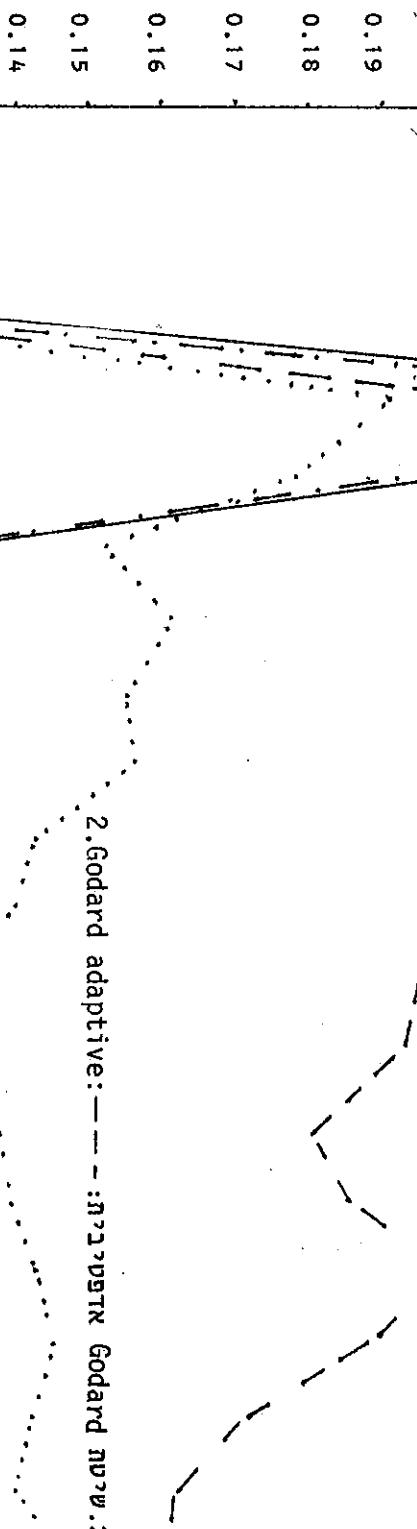
$S/N = 10$ db.

1. השיטה המשולבת:
אורן הירושוקומלציה ביחסות תגובת הקו לזרם ייחידה:

Unit pulse response computed by

crosscorrelation of:

100 samples: ----- דגימות 100
200 samples: - - - - - דגימות 200
400 samples: / / / / דגימות 400



2.Godard adaptive: - - - - - Godard sh.2

מבחן מודולרי טכנולוגית מרכז המהנדסים
ארטוט וריאנט 18 Fig. 7.18

$$\langle e_k^2 \rangle$$

Channel No.2: Convergence of $\langle e_k^2 \rangle$ after change of channel response.

S/N = 30 dB.

1. השיטה המשרלבת:

אורך הקיטורולציה ביחסוב תגובת הקו לדגם ייחידה: 100,200,400 samples: (same results).

0.23

0.22

0.21

0.20

0.19

0.18

0.17

0.16

0.15

0.14

0.13

0.12

0.11

2. Adaptive Godard method:

— — — Adaptive Godard method.

— .2

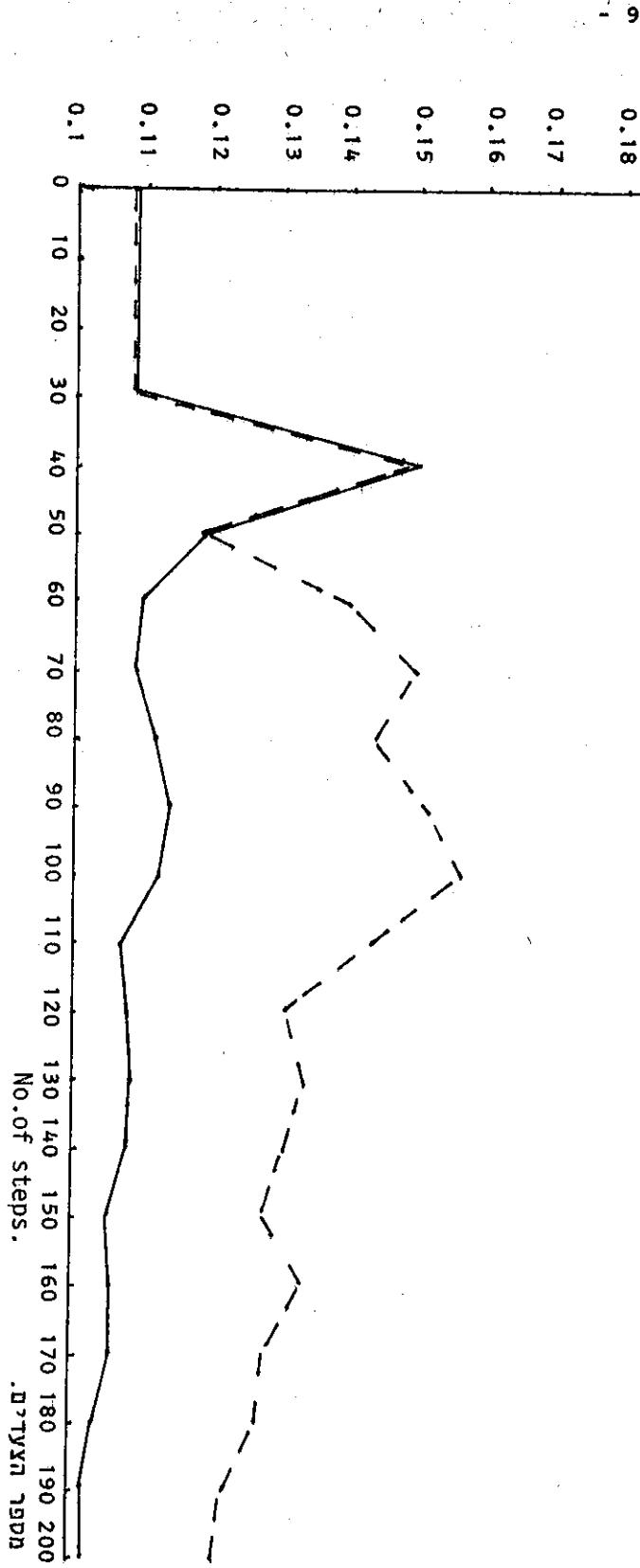


Fig. 7.19

שרוטם

מפען העדכון.

לו מס' 3: התוצאות $\langle e_k^2 \rangle$ לאחר שנז ל-17.4. change of channel response. S/N = 10 db.

Channel No.3:Convergence of $\langle e_k^z \rangle$ after change of channel response.

S/N = 10 db.

0.23 היטסת המולבָּן: אורד הקורולאיין' בחישוב הגובה הינו לדם מחדה: Unit pulse response computed by crosscorrelation of:

0.22 100 samples:, :תני 100

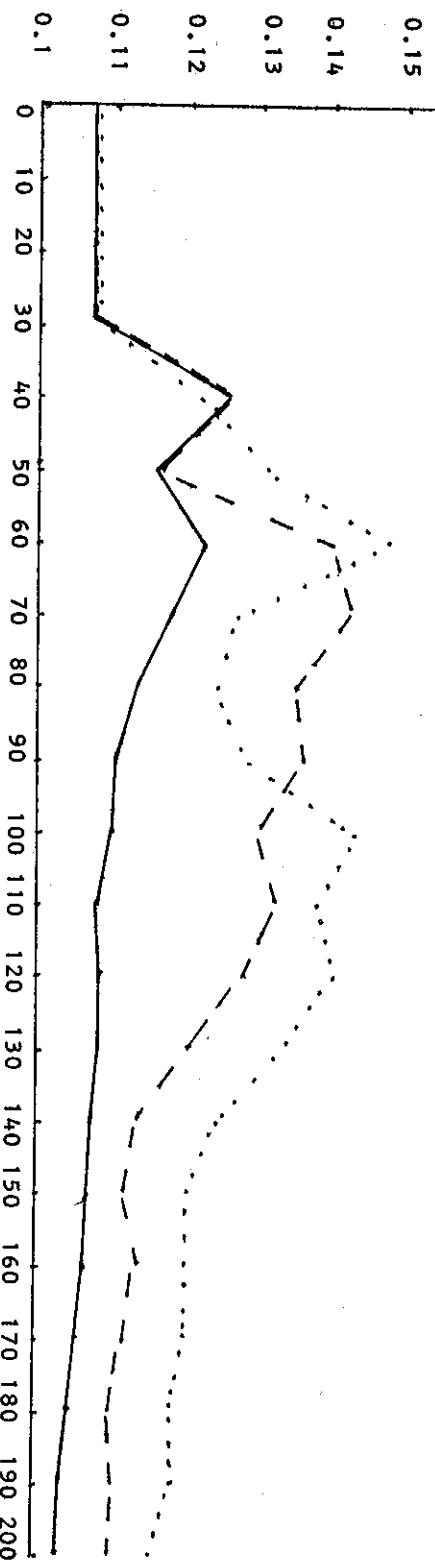
0.21
^ ^
200 & 400 samples: ————— : רוחניים 400 -> 2000

תוצאות זהות.

? Adaptive feedback method:

ש.2. שיטת Godard אופטימיזציה:

2. שימנה Godard אדפטיבית:



$$\langle e_k^2 \rangle$$

$$\langle e_k^2 \rangle$$

לו מס' 3: התוצאות לאחר שינוי הכו.
Channel No.3: Convergence of $\langle e_k^2 \rangle$ after change of channel response.

S/N = 30 db.

1. המשיטה המשולבת:
המשיטה המשולבת:

1. Combined method:
Unit pulse response computed by אורך הקורוסטרולציה בחישוב תגובה הכו לדגם מידה:

0.22 crosscorrelation of:
crosscorrelation of:

0.21

100 samples:

100 דגימות:

0.20

200 & 400 samples: ———

400 דגימות;

0.19

(same results).

0.18

0.17

2. Adaptive Godard method:

שיטה אדפטיבית:

0.16

0.15

0.14

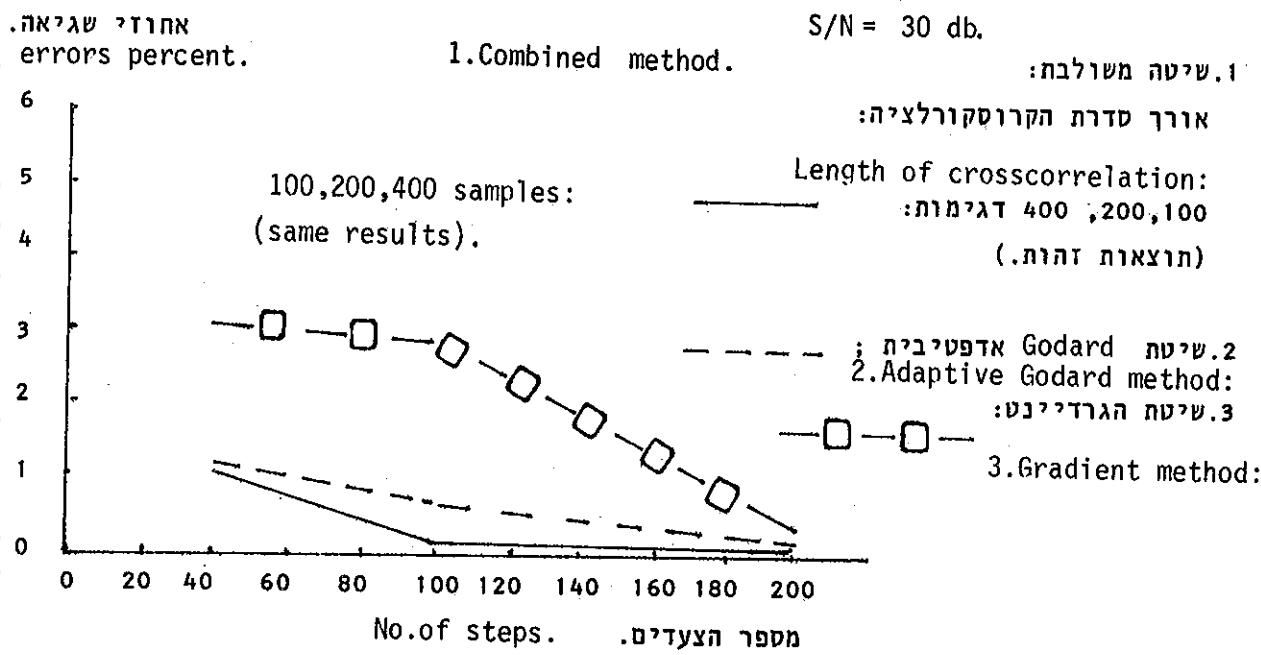
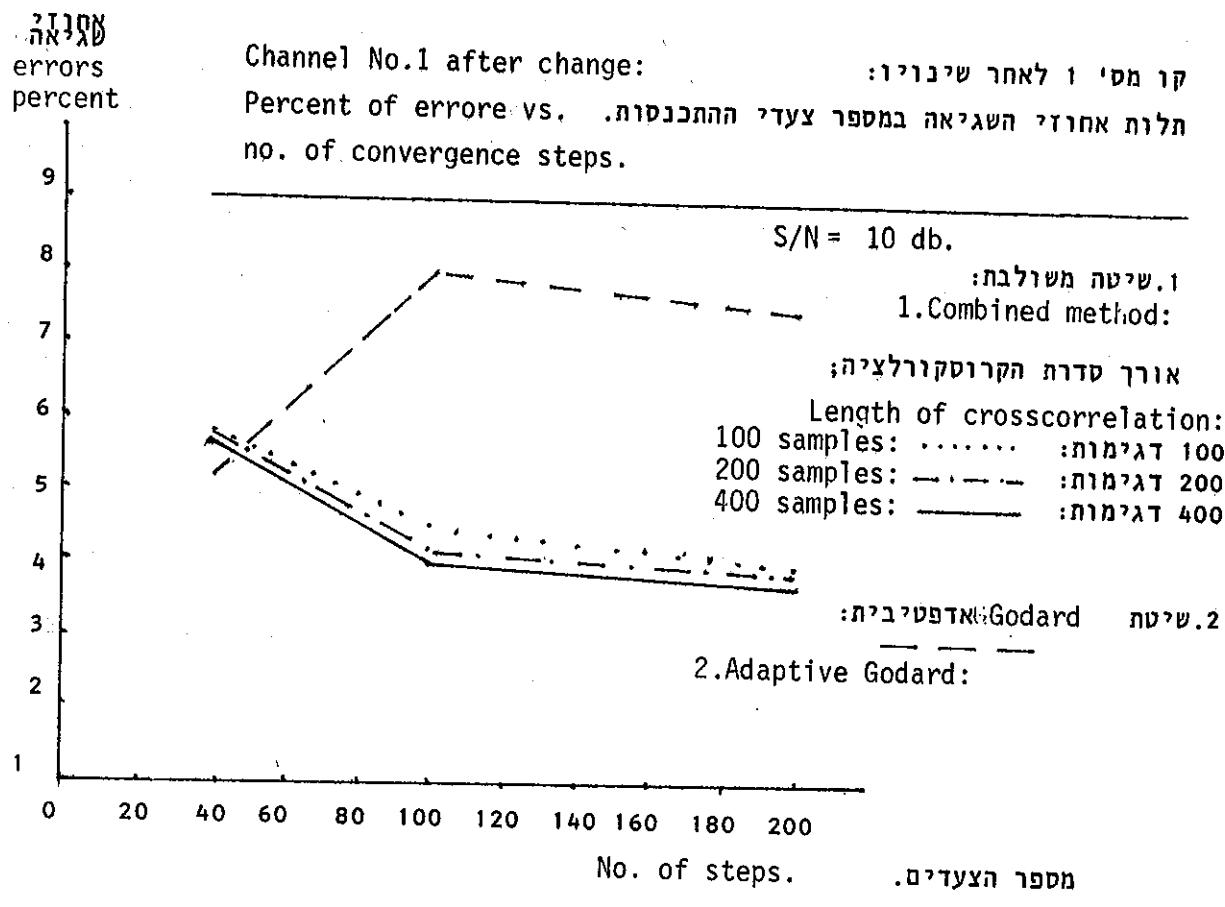
0.13

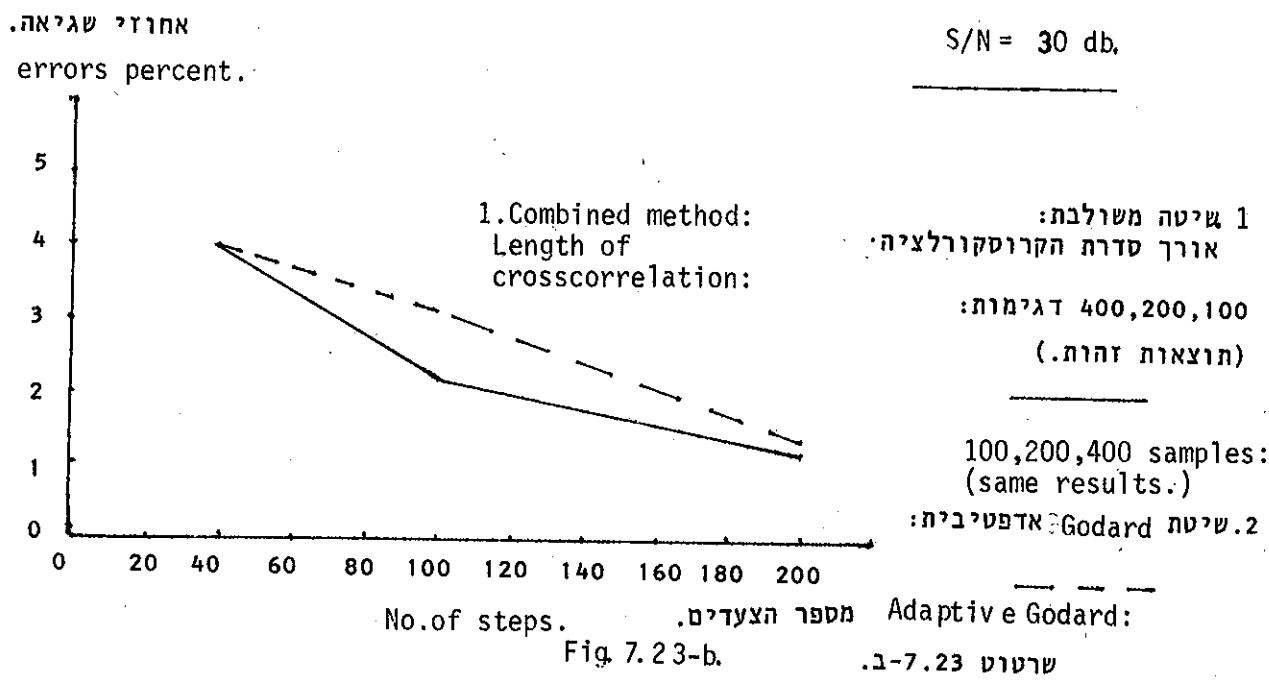
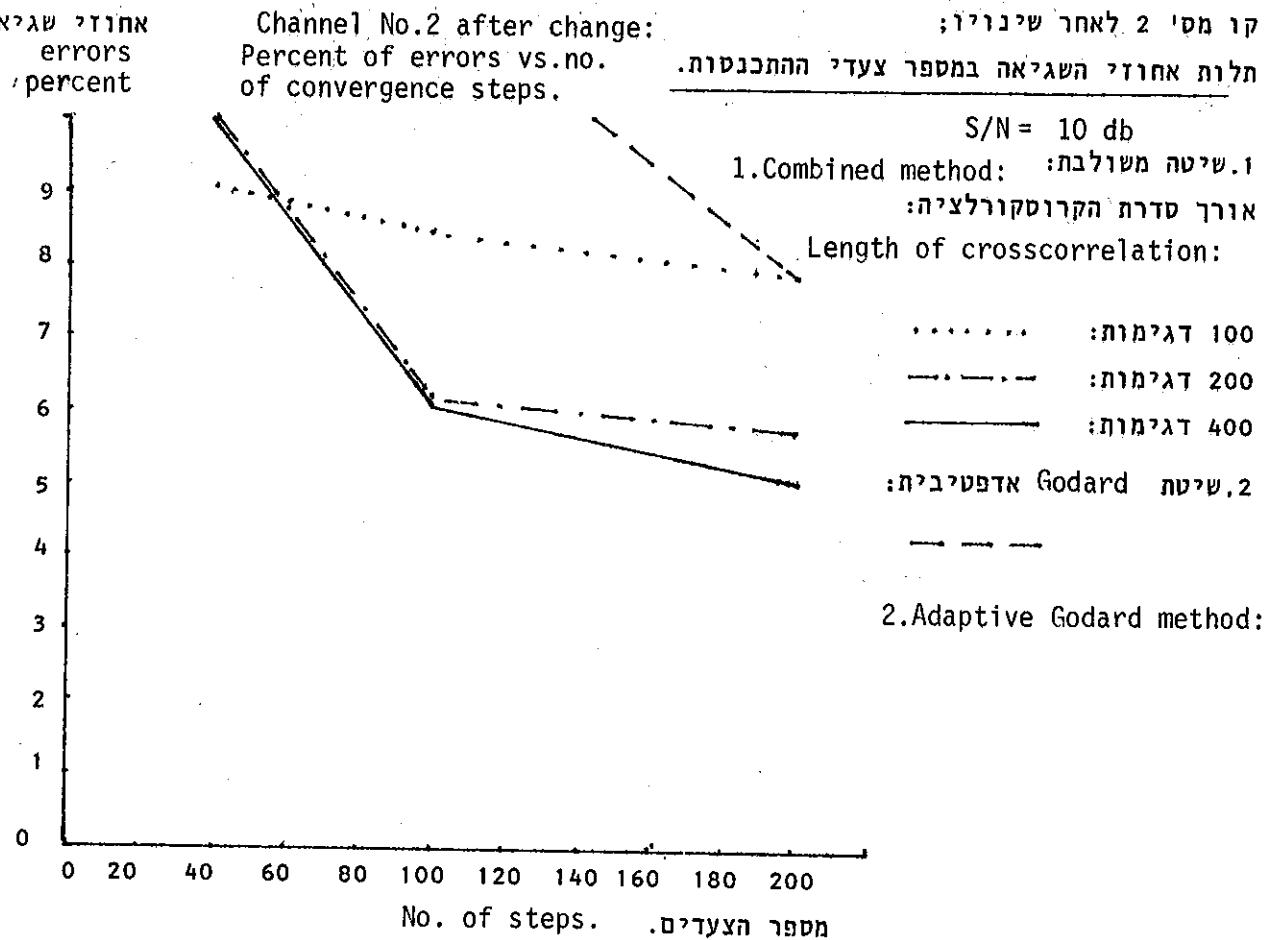
0.12

0.11

0.1

Fig. 7.21, Echelon - Israel Institute of Technology, Library Central Library





Channel No.3 after change:

קו מס' 3 לאחר שינוי:

Percent of errors vs. no.of convergence steps.

אחוזי שגיאה

S/N = 10 db.

errors percent.

1. Combined method:

1. שיטה מושלבת:

Length of crosscorrelation: אורך סדרת הקורוסקורלציה:

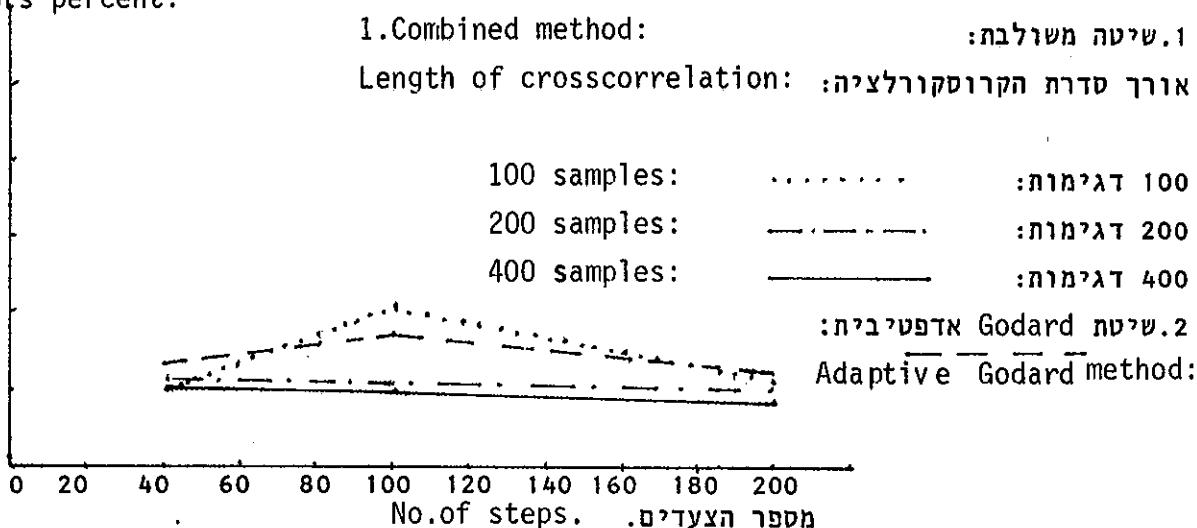


Fig. 7.24-b.

שרטוט 7.24-ב.

אחוז השגיאה

errors percent.

S/N = 30 db

1. Combined method:

1. שיטה מושלבת:

Length of crosscorrelation: אורך סדרת הקורוסקורלציה:

100,200,400 samples: 400,200,100 דגימות: (חואאות זהות).

2. Adaptive Godard Godard method:

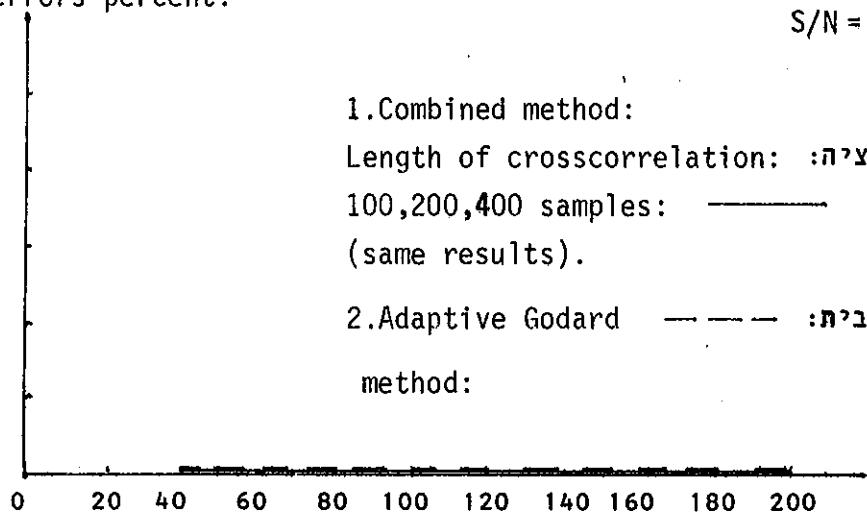


Fig. 7.24-b. No. of steps. שרטוט 7.24-ב.

פרק 8. סיכומים ומסקנות

1.8. השירות בין השיטות השונות.

מן התוצאות שהושגו בעבודה זו ניתן להסיק את המסקנות הבאות:

1. אין שפָקֶה כִּי השיטה שבה הושגו התוצאות הטובות ביותר ביותר - אחזוי שגיאה גמוכים גם ביחסו אותן לרשות גרוועים וקוים בעלי מועד עונת גבורה - היא זו המוצעת עיי Kaufman ו-Lawrence . חסרונה - הצורך להעסיק מחשב במשך כל זמן השימוש בחישובים מסובכים למדוי.

חסרונו נוסף בשיטה זו - הצורך בידיעה מוקדמת של תగובהה הכו לדגם ייחידה. תגובהה זו ניתן לקבוע באמצעות מדוייקת עיי שדור דגם ייחידה בכו ומידתו, או עיי שימוש בקביעת התגובהה לדגם ייחידה בשיטת הקיטוסקורלציה.

2. במערכת בה המשדרות הן קצורות יחסית, באופן שנוכל להניח שלא חל שינוי בכו תוך כדי המשדרות - תהיה השיטה המוצעת עיי Godard יעילה. היא מעסיקה מחשב לפרק זמן קצר בלבד, עד המכניות, והתכניות מהירה. חסרונה-בצורך בשדור סדרת מבחן ידועה לפני כל משדרות ומשדרות, (בנהנחתה שהכו משתנה בין משדרות למשדרות).

3. השיטה המשולבת שהוצעה ונבדקה בעבודה זו, תהיה יעילה לאומן מערכות בהן אין, מטעמים שונים, אפשרות לשדור סדרת מבחן ידועה, ובאשר המשדרות ארוכות ועלולים לחול שינויים בכו תוך כדי השדור. יתרונה בכך שהיא מעסיקה את המחשב לפרק זמן קצר בלבד, אינה מצריכה שדור סדרת מבחן, ומאפשרת תקון עצמי, במקרה וחיל שבי בכו.

חסרונו שיטה זו - הצורך בידיעת תגובהה הכו לדגם ייחידה. על חסרונו זה ניתן להתגבר, כפי שצווין קודם לכן, או עיי שדור פולס בווד ומידמת תגובהה הכו, (שיטה זו מחייבת הפקת שדור הנמנחים בכו), או השימוש בקרוסקורלציה לקביעת התגובהה לדגם ייחידה.

4. השיטה בה הופעלה שיטה Godard בשוויון אדפטיבי - יעילה פחותה מקודמתה, והוכיחה עצמה רק ביחסו אותן לרשות גבורהם. קצב המכניות גרווע מדה של השיטה המשולבת. יתרונתה - פשוטה, יחסית לשיטה המשולבת, והעדיר הצורך בקביעת תגובהה הכו לדגם ייחידה.

5. השיטה הפחות יעילה מבין אלה שנסקרו בעבודה זו - היא המשלבת את אלגוריתם קלמן (להתכניות ראשונית) - ואת שיטת הארדיניינט. התכניות גרוועה, ומלוויה בבחירה גודל הצעד הנכון, המשנה מקו לקו. אין בה התכניות מתמדת, אלא סטיות משנה העברים של הערכים האופטימליים של האברי המשן הטרנסורסאלי.

8.2 מסקנות

1. כדי לסייע את הבובע מעבודה זו, הרי שניתן לומר כי באם הדרישת מערכת שוויזון היא מערכת שתמוך תוצאות מדוייקות ככל האפשר והתכניות מהירה, תוך נוכחות לשלם את המחיר של שימוש מתמיד במחשב, הרי שהמערכת המוצעת עיי Kaufman ו-Lawrence היא המערכת המתאימה לדרישת זו. חשוב תגבורת הקו לדוגמה ייחידה עיי קראוסקורלציה מממדת בין יציאת הקו ליציאת המערכת כולה - אפשר לעבוד בשיטה זו גם בשוויזון אדפטיבי.
2. מערכת שהדרישה ממנה היא להתכניות מהירה, שגיאות מעוקות, (אם כי רבות יותר מלאה שבשיטת Lawrence Kaufman ו-Lawrence), אפשרות עקייה אחר שנויים בקו - ועבודה ברוב הזמן מבלי להעסיק מחשב-מתאים לה ביותר השיטה המשולבת.
3. ברוב השיטות שנסקרו צחה בעית חשוב תגבורת הקו עיי קראוסקורלציה. מערכת בה מתבצעת קראוסקורלציה מממדת מתן, בנוסף לעובדה שתאפשר לדעת בדיקת רב את תגבורת הקו לדוגמה ייחידה, - אם אמצעי שיוודא באופן מדוייק מתי יש צורך בכלל בהפעלת התקון, כלומר - מתי חל בקו שנוי כזה המצדיק ומציריך קביעה חדש של האברי המשן הטרנסורסאלי.
4. בסימולציות בהן הונח שנוי בקו, לא שונו, למעשה, האברי המשן הטרנסורסאלי במשך 30 צעדים הראשונים שבתקון לאחר השינוי. התוצאות מלמדות כי גם לאחר 30 צעדים אלה - היתה עליה במוצע השגיאה הרובועית למשך כ-30 צעדים נוספים. יתרון, לכן, כי אי שנוי ארוך יותר, ל-60 צעדים, למשל, יהיה יעיל יותר.

8.3 סכום

מטרת העבודה זו הייתה לסקור ולבדוק את יתרונות הגדול של השיטה המשמשות באלגוריתם של מסנן קלמן לשוויזון - על השיטות המסורתיות (שיטת הגרדיינט) - יתרון המתבטא בהתקנות מהירה של האברי המסנן הטרנסורסלי לערך הקרוב לאופטימלי. נסקרו היתרונות והחסרונות שבסיטות אלה, וכן הוצעו מספר הרחבות לשיטה - באופן שאפשרנה שימוש באלגוריתם של מסנן קלמן בשוויזון קווים המשתנים באיכות.

כchap א'

שוויזון אוטומטי לתקשות ספרתיות, לפי Lucky, במאמרו Automatic Equalization for Digital Communication. [2]

A.1. מבוא

מאמר זה המובא בפרק מסויים, עקב היותו הראשון שקבע מונחי יסוד ומודול בסיסי לתורת השוויזון, משמש עד היום כאבן ממד בתורה המתפתחת של השוויזון.

A.2. הגדרת מונחי יסוד:

לפנינו מערכת בה משדרים אוטומט, a_n , בזמןים t_n , כאשר a_n ניתן לבחירה מתוך M סימנים אפשריים. התגובה הכוללת של המערכת קו ומושוו ל传达 $y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n h(t-nT)$, ואוות היציאה של מערכת זו יהיה

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n h(t-nT) \quad (A.1)$$

בזמן דגימה מסוים, t_0 , יהיה מתח היציאה

$$y_0 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n h_{-n} \quad (A.2)$$

$$h_n = h(t_0 + nT) \quad (A.3)$$

מתוך היציאה הוא סכום של האיבר הרצוי, a_0 , וההפרעה הבין-סימנית:

$$y_0 = h_0 (a_0 + \frac{1}{h_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n h_{-n}) \quad (A.4)$$

כאשר הסמן \sum - פירושו סכום - ללא האיבר $0=a$.

נניח שאנו משדרים אותן שערכיו המכסיימים והמינימום שלהם שוויים במערכות המוחלט. הערך המכסיימי של ההפרעה הבין-סימנית ניתן ע"י

$$\text{max interference} = \frac{a_{\max}}{h_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |h_n| \quad (A.5)$$

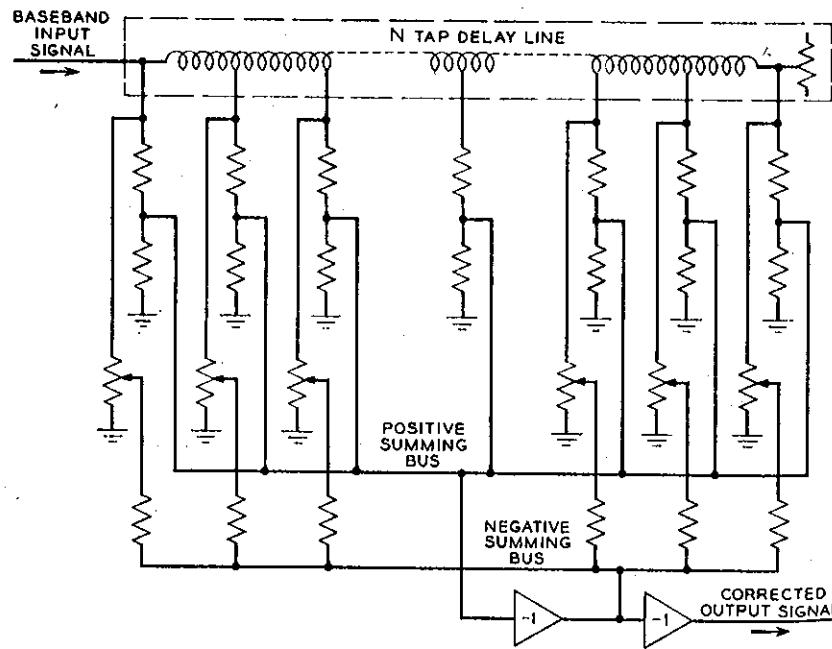
נגדיר את העורות, שיסומן ע"י D :

$$D = \frac{1}{h_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |h_n| \quad (A.6)$$

ו כן נגדיר את פתיחת העין - I :

$$I = 1 - (M-1) D \quad (7.a)$$

مكانו ואילר נمرץ בנסיופות להקטין את העורות D .
כחותן היכול לשנות על התגובה ליחידה h_i - מוצע המנגן הטרנסורסלי ,
המופיע בציור A.1.



.Lucky המנגן הטרנסורסלי , שהוצע ע"ז

Fig. a.1 Transversal Filter - suggested by Lucky.

א.ג. הקטנה למינימום של העורוות:

בנich שהמבחן הטרנסורסאלי מורכב מ- $1 + N$ יחידות השהייה, כשלכל אחת מהן מתלווה באבר הביתן לשינוי. יצאת את היחידות תלחת כיחס, ותסומן c_0 , כשייתר N היחידות ממוקמות במרחב זמן של τ לפני ואחרי היחידה c_0 .

נסמן בו- k_N את מיקומן של $1+N$ יחידות ההשהייה, וב- j נסמן את האבר היחידות. כאשר $k_N < j$.

התగובה ליחידה בכניסט המבחן הטרנסורסאלי מסומן ב- $(t)x$, וdagimothiah בזמןים τ יצרו את הסדרה $\{x_n\}$. בנich שתగובה זו מנורמלת, כו- ש- $1 = x_0$. לכן, העורוות של הפולס $(t)x$, לפני השוויזון, הנקרא עורוות התחלתי, D_0 , יהיה:

$$D_0 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x_n| \quad (a.8)$$

סדרת הייציאת $\{x_n\}$ נתנו עיי:

$$h_n = \sum_{j < k_N} c_j x_{n-j} \quad (a.9)$$

העורוות, אותו נשאף להביא למינימום, יהיה, כפי שצוין

$$D = \frac{1}{h} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |h_n| \quad (a.10)$$

בעיה מעשית מתעוררת בהבאתו של h ליחידה, הערך המוחס ל- x_0 . הדבר ניתן להעשות בשתי דרכיהם:

1. קביעת c_0 כיחידה, הבאה למינימום של D על פני τ המשתנים. $\{c_j\}_{j=0}^N$, $j \neq k_N$, ונירמול של אותן היציאה במקרה הצורך עיי' שינוי האבר כולל שמחוץ למבחן הטרנסורסאלי.

2. c_0 יהיה גם הוא משתנה. מבוצע השגת מינימום של D על פני $N+1$ המשתנים $\{c_j\}_{j=0}^{N+1}$, תוך שמירה $1 = h_0$.

כיתוח שתי שיטות אלה מגלת שעוות המינימלי המשוג בשתייה הוא שווה,
וההגרים $\{c_j\}$ יבדלו בגורם קבוע.

הדרך הראשונה אינה לינארית, בעוד שדרך השניה ניתנת לפחותן עיינאי לינאריזציה בקטועים. עקב היותה פשוטה יותר, ו עקב התוצאות הידועות המתתקבלות בשני המקרים, נתרכו בדרך זו.

א) ניתן להכתב בצורה הבא:

$$h_0 = 1 = \sum_{j \in k_N} c_j x_{-j} \quad (A.11)$$

$$c_0 = 1 - \sum_{j \in k_N} c_j x_{-j} \quad (A.12)$$

נציב את (A.12) ב- (A.9) ונקבל:

$$h_n = \sum_{j \in k_N} c_j (x_{n-j} - x_n x_{-j}) + x_n \quad (A.13)$$

וכוון ש- h_0 הוא יחידה, נקבל שעוות הוא:

$$D = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left| \sum_{j \in k_N} c_j (x_{n-j} - x_n x_{-j}) + x_n \right| \quad (A.14)$$

נשאף עתה להביא למינימום את D על פני המשתנים c_j , $j \in k_N$, $j \neq 0$.

D היא פונקציה רציפה ולינארית בקטועים, של המשתנים $\{c_j\}$. ניתן
לכתבו בצורה הבא:

$$D = \sum_{j \in k_N} c_j \sum_{n=-\infty}^{\infty} (x_{n-j} - x_n x_{-j}) \operatorname{sgn} h_n + x_n \operatorname{sgn} h_n$$

$$\operatorname{sgn} h_n = \begin{cases} +1 & h_n \geq 0 \\ -1 & h_n < 0 \end{cases} \quad (A.15)$$

במשווהה זו, המקדמים c_j הם קבועים על פני תחום מסוימים של מרחב ההגדלה \mathcal{C} . נקודות שבירה הקיימות כאשר המקדמים מקבלים ערכים חדשים - קורנות כאשר היציאה h היא אפס. מינימום איבר קורה בין נקודות השבירה, אשר הפונקציה לינארית. לכן, לפחות ערך אחד, h_{k_1} , הוא אפס במינימום.

נשתמש במשווה $0 = h_{k_1}$ לבידוד אחד המשתנים c_j , המשווה החדש, ללא משתנה זה, היא שוב לינארית בקטיעת, ובה שוב לפחות ערך אחד, h_{k_2} מקבל את הערך אפס, וכו'.

מכאן ניתן למסקנה שלפחות N דגימות של סדרת היציאה $\{h_j\}$ חייבות להתאים במינימום. אולם N משווהות מהצורה $N \dots 1 = 0$, $h_{k_1} = 0$, h_{k_2} מספיקות כדי למצוא את ערכי $\{c_j\}$.ulinco לפטור N משווהות לינאריות, בהשענו בו (א.3), כאשר $i = 1, \dots, N$, $n = k_i$.

נותרה השאלה ביחס לערכי h . כלומר - אלו הם אותם N האפסים ביציאה שיש לקבל - כדי להשיג עותם מינימלי. התשובה לשאלת זו ניתנת עי' המשפט הבא:

אם $1 < D$, אזי העותם המינימלי D חייב לקרות עבור אותו N הגברים הגורמים באופן סימולטיבי $0 = h_n$, עבור כל n , $n \neq n^*$.

משפט אחר שחשיבותו רבה, אומר:

אם נשתמש בהגרם c_0 להשגת $1 = h_0$, אזי העותם D הוא פונקציה קמורה של N המשתנים c_j , $j \in \mathcal{K}_N$, $c_j \neq 0$.
(הוכחת שני המשפטים - ב - [2]).

חשיבות משפט זה בעובדה שלפונקציה קמורה יש מינימום מוחלט בלבד, ולכן כל מינימום שנמצא בדרך שתווארה קודם לכן - הוא המינימום המבוקש.

א. 4. המקרה בו $1 < D_0$:

ובז"ע עתה שיטה להשגת מינימום העותם, המבוססת על טכניקת Δ .
נשתמש בerosות חיצוני לנירמול, כ" $1 = c_0$. Steepest descent

פתרון N המשוואות $0 = h_n$ עבור $0 \neq h_n$, שווה
ערך להבאה למינימום של הגודל

$$D_N = \sum_{n=-N}^N |h_n| \quad (16)$$

D_N היא פונקציה קמורה, הביננת פתרון בשיטת ה- Steepest descent.

נשתמש לשם כך בסדרת פולסי מבחן מבודדים זה מזה, לאחר כל פולס מבחן שנקלט, ישנוו האגרבים بصورة צדו, שהוקטור ה- N ממדיו של גודל השינוי יהיה בכוון המוגדר זהה של האגדינט של D_N . אגדינט זה ניתן להכין بصورة

$$\nabla D_N = \sum_{j=-N}^{N-1} \frac{\partial D_N}{\partial c_j} a_j \quad (17)$$

כאשר $\frac{\partial}{\partial c_j}$ וקטור ייחידה בכוון c_j .

מרכיבי האגדינט הם:

$$\frac{\partial D_N}{\partial c_j} = \sum_{n=-N}^N \frac{h_n}{c_j - c_n} \operatorname{sgn} h_n \quad (18)$$

$$\frac{\partial D_N}{\partial c_j} = \sum_{n=-N}^N x_{n-j} \operatorname{sgn} h_n \quad (19)$$

בනחתה שהדגימות x_n עבור $0 \neq n$, הן קענות ביחס ל- x_0 , שגדלו ייחידה, נקבל מトー (א.19);

$$\frac{\partial D_N}{\partial c_j} \approx \operatorname{sgn} h_j \quad (20)$$

$$\nabla D_N \approx \sum_{j=-N}^N \operatorname{sgn} h_j a_j \quad (21)$$

ובבלנו בטוי פשוט, כל צעדי השינוי הם בעלי גודל שווה, שכoon העד נקבע עיי' קעויות היוצאות המתאייה. אין פה מתחים אנלוגיים, אך שמדובר דיאיטלי ניתן להשרות בנקל. נראה כי אכן מתכנס אלגוריתם זה למינימום הרצוי,

יהי גודל הצעד Δ . אחר כל פולס מבחן, ישונה כל הגבר בגודל $\Delta \operatorname{sgn} h_j$,
לכן - הדגימה הבאה מתקיימת:

$$h_n^* = \sum_{j=1}^N (c_j - \Delta \operatorname{sgn} h_j) x_{n-j} + x_n \quad (22.a)$$

$$h_n^* = h_n - \Delta \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq n}}^N \operatorname{sgn} h_j x_{n-j} \quad (23.a)$$

$$h_n^* = h_n - \Delta \operatorname{sgn} h_n - \Delta \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq n}}^N \operatorname{sgn} h_j x_{n-j} \quad (24.a)$$

$$|h_n^*| \leq |h_n| - \Delta + \Delta D_0 \quad (25.a)$$

ובכיוון ש- $1 > D_0$, נקבל:

$$h_n^* < |h_n| - \Delta + \Delta \quad (26.a)$$

$$|h_n^*| < |h_n| \quad , \text{ אזי} \quad |h_n| > \Delta$$

ולכן נוכל להשיג אפוא דוגמאות, כרצוננו.

אם $\Delta < |h_n|$, אזי $\Delta < |h_n^*|$
ולכן חיבת לחיות התוכניות עד כדי שגיאה של Δ לכל דגימה ודגימה.

כאשר גודל הצעד Δ קרוב לאפס מתקרב גם העורוות D לאפס, ומשמעותו עובדה זו היא כי העורות הכלול D קיבל את ערכו המינימלי.

כאשר $1 > D_0$, אין אפשרות להבטיח N אפסים בתגובה היחידה, למציאת N ההగברים האופטימליים, אולם, כיוון שהעורות הוא פונקציה קמורה - יש לו מינימום אחד בלבד, ובניתן למצוא מינימום זה ע"י מחשב, ומשמש בשיטות תכנון לינארי.

ב. ב' . תכנית המחשב.ב. 1 מ ב ו א

תכנית המחשב שתואר בהמשך משמשת לביצוע הסימולציות של שיטת Kaufman ו- Lawrence , שיטת Godard , ושהיטה המשולבת (הן בהנחה שהקו ידוע והן בחשוב תגובה הקו עיי קראוסקורלציה). תכנית זו, בשינויים קלים, יכולה לשמש גם לсимולציה של שתי השיטות האחרות הנזכרות בעובדה, שיטת Godard האדפטיבית, ושלוב שיטת Godard ושיטת הארגדיינט.

הטכנית כתובה בשפת PL/1 , והורצתה במחשב י.ב.מ. 370/168. הזכרון הדרוש לביצועה - K 192.

ב. 2 השגרות החיצונית בתכנית .

הטכנית משתמשת ב-3 שגרות חיצונית, הנקוחות מתוך ה-
Scientific Subroutine Package (SSP) , של חברת י.ב.מ.
אחת מהשגרות נמצאת בקורס המתאים של שפת פורטן, וכן יש לצרף את
ה- SSP של שפת פורטן לטפריות התכנית.

השגרה הראשונה היא Gauss , הנותנת סדרת מספרים אקראיים, בעל ממוצע וסטיות תקן נתונים. (מתוך ה- SSP של פורטן). השגרה השנייה היא MMGG העוסקת בכפל מטריצות, והשלישית היא MIN , שהפלט שלו הוא המטריצה ההיפכית למטריצה נתונה.

ב. 3 תאור התכנית .

השגרה Gauss , משמשת לייצרת סדרת מספרים אקראיים בעלי ממוצע אפס. בעזרת סדרה זו נוצרת את הסדרה האקראית של \pm המשודרת בקו. אם המספר האקראי שנוצר עיי השגרה הוא חיובי או אפס - יקבע אותן המשודרכות \pm . אחרת יהיה אותן המשודדר -1 . בשלב זה קוראת התכנית את הקלט, שהוא דוגימות התגובה לדגם ייחידה של העroz לאביו מבוצעת הסימולציה. אלה הם הנתונים החיצוניים היחידים הנדרשים בתכנית. שני וקטוריים אלה מסומנים
ב- RES וב- C1 (אליה שני וקטוריים זמינים).

השגרה Gauss משמשת גם לייצרת רעש לבן , בעל ממוצע אפס וסטיות תקן , SD , הנקבעת כרצוננו, לפייחס האות לרעש שבו מתבצע הסימולציה.

השגרה הפנימית Kaufman, המוגדרת בתכנית, מבצעת סימולציה של שוויין לפי שיטת Lawrence ו-Kaufman. שגרה זו מחשבת את האות ביציאת הקו, מוסיפה לו רעש, ומשתמשת בנוסחאות המנסן של קלמן להשתת השווין. יציאת המשוון לפני החלטה מסומנת ב-X. יציאתו לאחר ההחלטה מסומנת ב-M. אחוז השגיאות ביציאת המשוון מסומן ב-MONE.

וקטור הגברים האופטימליים במנגן הטרנסורסאלי, COPT, מחושב לפני תחילם בוצע סימולציות השווין לפי שיטת Godard.

הסימולציה מבוצעת כך, שקיים אפשרות לבצע אותה לפי שיטת Godard, ואז מקבל הפרמטר FLAG את ערך 0, (ראה התכנית), או לפי השיטה המשולבת, ואז FLAG = 1.

הגבר הmansן הטרנסורסאלי לאחר 40, 100 ו-200 צעדי התוכניות נשמרים במהלך התכנית.

SKU מסמן את יציאת המנסן הטרנסורסאלי לאחר ההחלטה.

לאחר סיום הסימולציה של שיטת Godard (או של השיטה המשולבת) בעשה השינוי בתגובה הקו לדגם ייחידה. לאחר מכן מחושב אחוז השגיאות ביציאת המנסן הטרנסורסאלי עבור ערכי הגברים במנגן הטרנסורסאלי לאחר 40, 100 ו-200 צעדי התוכניות. כמו כן נעשה חישוב של תגובה הקו לדגם ייחידה (לאחר השינוי) בשיטת קראוסקורלציה, מתוך סדרות ב- 3 ארכיטים שונים: 100, 200 ו- 400 דגימות.

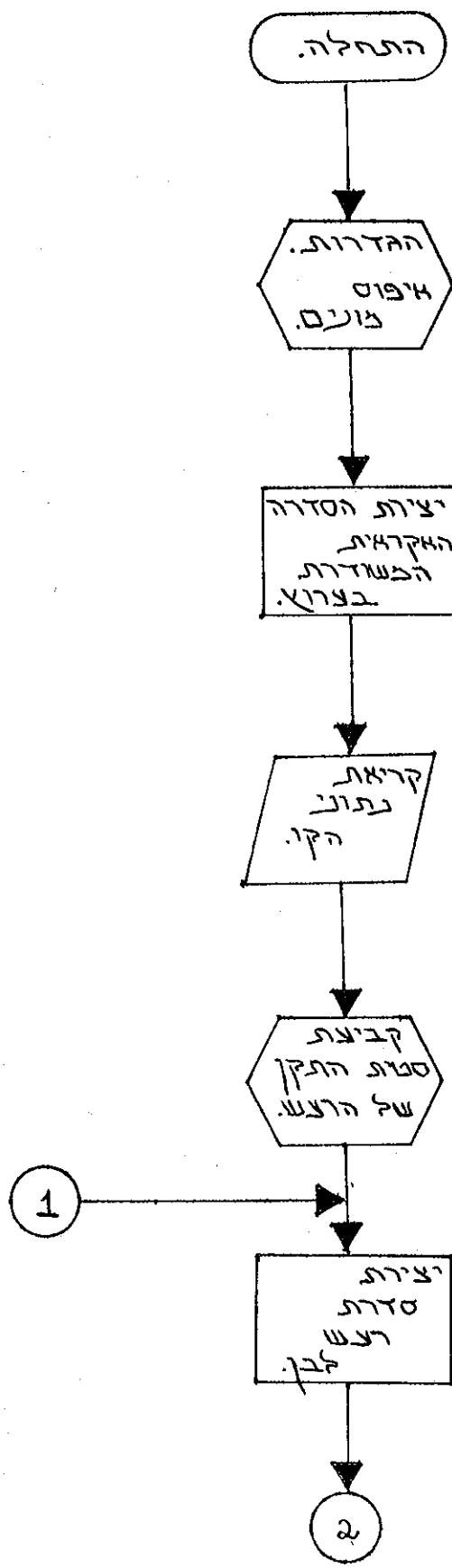
התכנית חוזרת לנקודת CHAZOR, וממנה מתבצעת התכנית שבית, כאשר הפעם מניחים שידועה מגובתו החדשה של הקו לדגם ייחידה. כל התוצאות הנזכרות קודם לכן מתתקבלות עבור הקו לאחר שינויו.

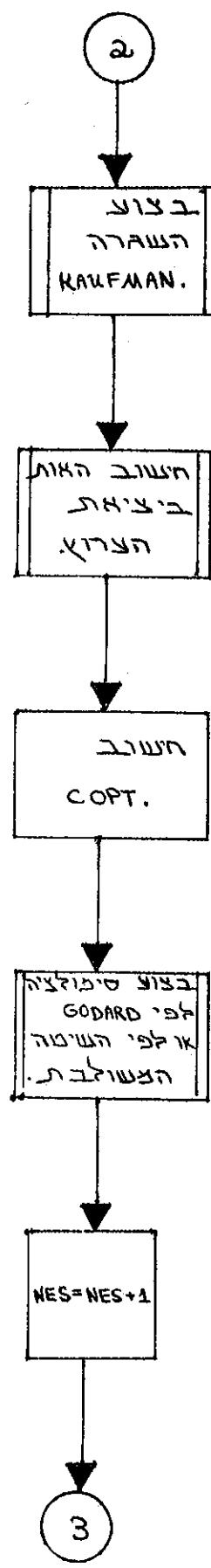
התכנית חוזרת לנקודת CHAZOR 3 פעמים נוספות, כאשר בכל אחת מחזרות אלה נעשה שימוש ב-3 תגובות הקו לדגם ייחידה שהתקבלו ע"י קראוסקורלציה, כפי שהסביר קודם לכן. מתקבל לכך אחוז השגיאות ביציאת המנסן הטרנסורסאלי בעבודה רצופה, העוקבת, ע"י קראוסקורלציה, אחר שניים איטיים בקו.

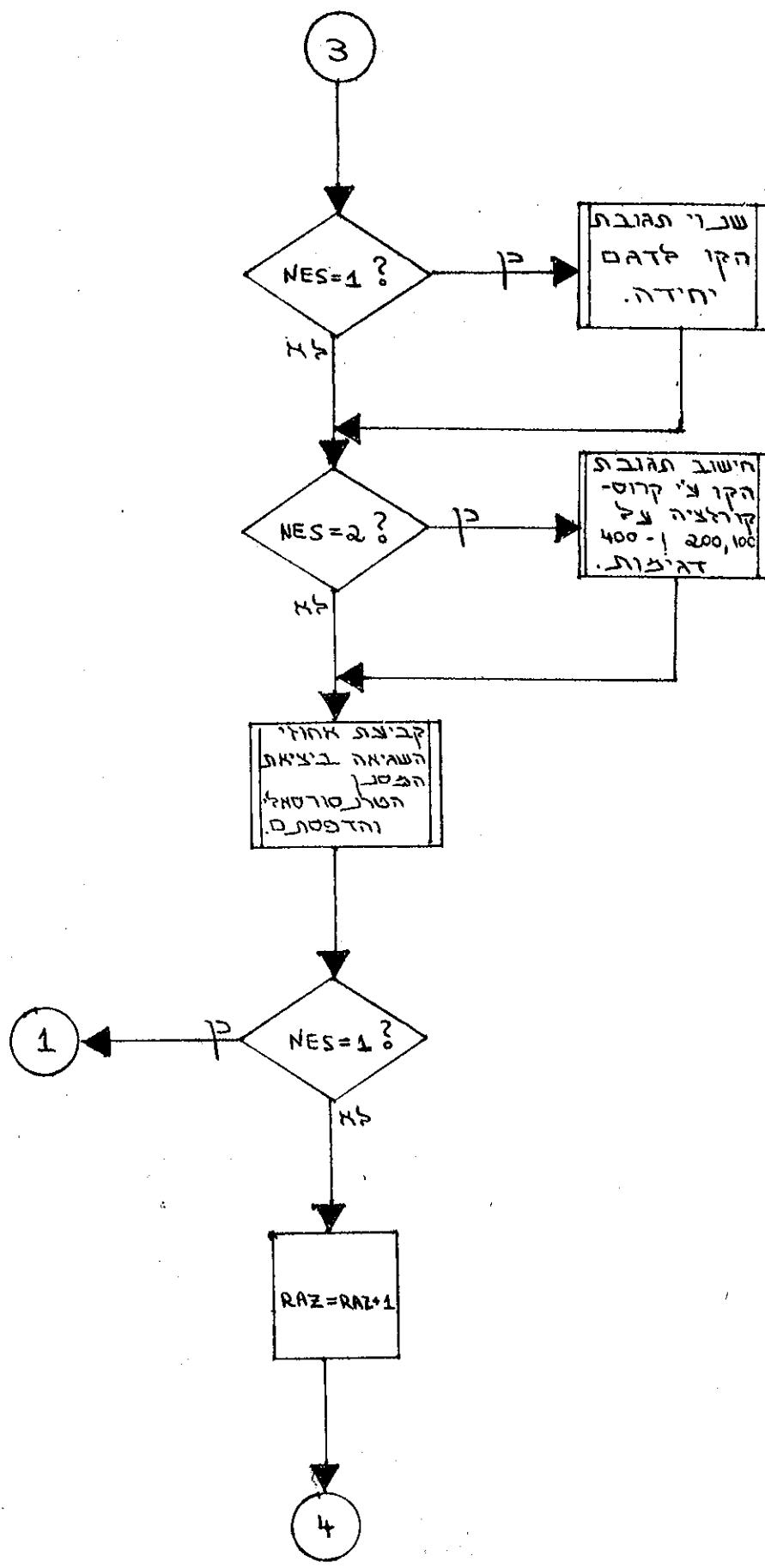
באמ לסקם, הרי שהקלט היחידי לתכנית היא תగובת הקו לדגם ייחידה.

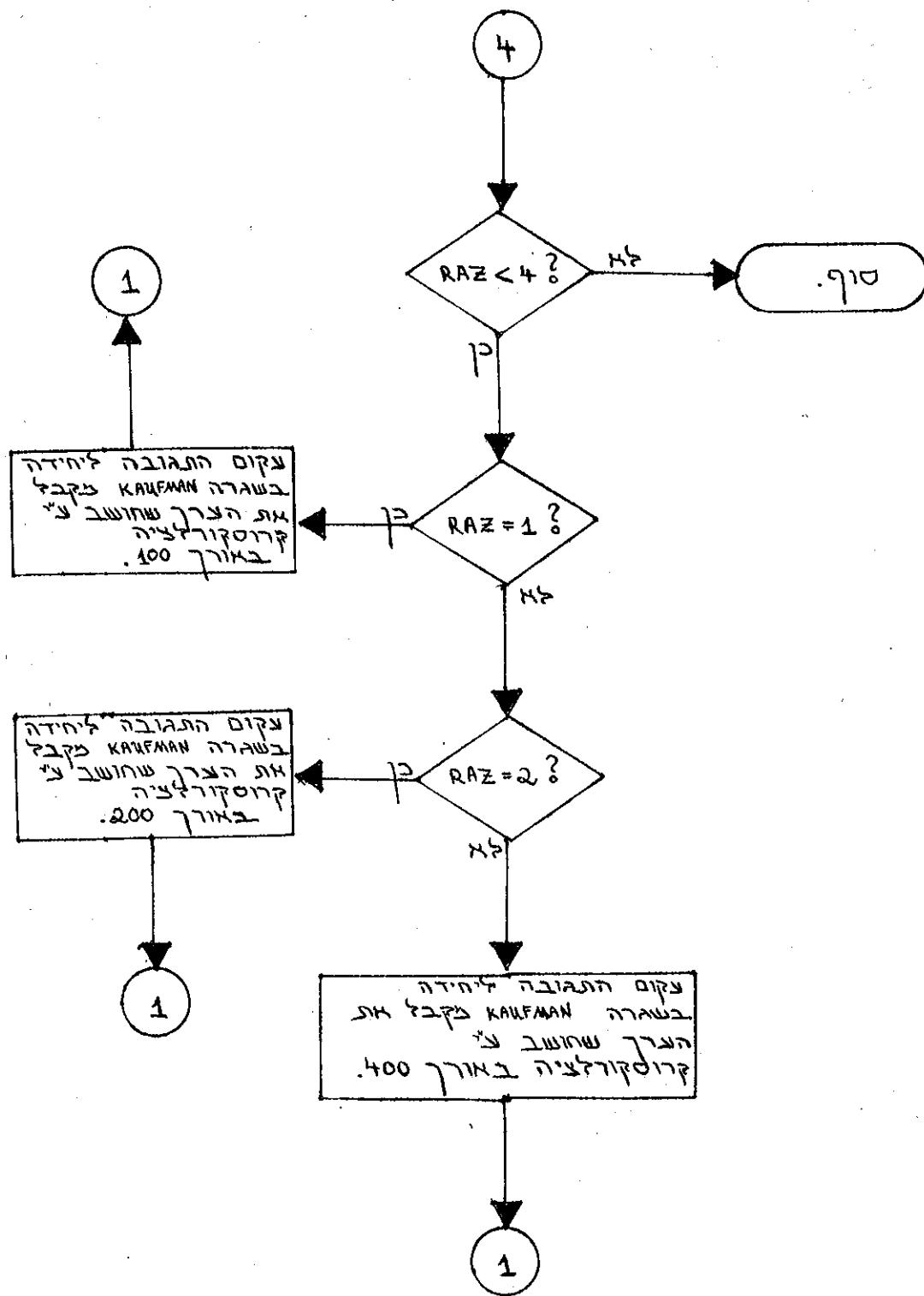
פלט המערכת הוא:

1. Achuz shagi'ot b'shovi'on l'pi shiyut Lawrence Kaufman v-
2. Sdor haaggarim haopuyimli shel mabon ha'erenshorsali.
3. EEK - Mitzay shagi'ah rabouyah biiziat haerenshorsali shitorar beparak 5.
(Soman shem ca- $\langle e^2_k \rangle$).
4. SOFER - Achuz shagi'ot biiziat haerenshorsali.
5. Taguba koo l'dagm yichida la'achor shnui.
6. Chzra ul tza'ot subifim 4-1 lagbi koo la'achor shnui.
7. Ukom ha'guba liyichida shel koo, cpi shankbu uiyi kroskroltsia shel 100, 200
v- 400 dagimot.
8. Chzra ul tza'ot subifim 4 - 1 lagbi ukom ha'guba shankbu basufi 7.









ב.5. תכנית המחשב.

GODARD:PROC OPTIONS(MAIN);

```

STMT LEVEL NEST
1      1      GODARD:PROC OPTIONS(MAIN);
2      1      DCL GAUSS ENTRY(FIXED BIN(31),FLOAT DEC(6),FLOAT DEC(6));
3      1      FLOAT DEC(6));
4      1      DCL MMGG ENTRY((*,*) FLOAT BIN,(*,*) FLOAT BIN,
5      1      FIXED BIN,FIXED BIN,FIXED BIN,(*,*) FLOAT BIN) EXT;
6      1      DCL IX FIXED BIN(31); DCL (AM,SD,YFL) DEC FLOAT(6);
7      1      HOZE=0;
8      1      FLAG=1;
9      1      DD=0;
10     1      NE3=0;
11     1      DFGEL=0;
12     1      RAZ=0;
13     1      WINDOW=100;
14     1      MM=999;
15     1      DCL RES(12) FLOAT BIN INIT(0);
16     1      DCL U(100) INIT(0);
/* IN THE FOLLOWING STATEMENTS WE GENERATE U, THE RANDOM TRANSMITTED
17     1      SEQUENCE */
18     1      IX=1; SD=20; AM=0; */

19     1      DO I=1 TO MM; CALL GAUSS(IX+SD,AM,YFL);
20     1      IF YFL>0 THEN U(I)=1;ELSE U(I)=-1;
21     1      DCL AA(100) FLOAT BIN INIT(0); AA(I)=U(I);
/* AA IS EQUAL TO U, THE INPUT TO THE CHANNEL. */
22     1      END;
23     1      DCL V(999) FLOAT BIN INIT(0);
24     1      RES=0;
/* THE UNIT PULSE RESPONSE OF THE CHANNEL IS READ INTO THE
PROGRAM.*/
25     1      GET LIST(C1,RES);
26     1      DO SD=0.03;
27     1      CHAZOR;
28     1      PUT DATA(RES);
29     1      IX=1; AM=0;
30     1      YFL=0;
/* THE WHITE NOISE IS GENERATED IN THE FOLLOWING STATEMENTS.*/
31     1      DO I=1 TO MM;CALL GAUSS(IX,SD,AM,YFL);V(I)=YFL;
32     1      END;
33     1      DCL UM(100) INIT(0);
34     1      DCL(F(12,12),FT(12,12)) FLOAT BIN;
35     1      DCL(G(12,12)) FLOAT BIN;
36     1      DCL GT(1,12) FLOAT BIN;
37     1      DCL(C1(1,12),CIT(12,1),II(12,12)) FLOAT BIN;
38     1      G=0; G(1,1)=1;
39     1      F=0; DO I=2 TO 12;F (I,I-1)=1; END;
40     1      LI=0; DJ J=1 TO 12;II(J,J)=1;END;
/* PROCEDURE KAUFMAN SIMULATES THE KAUFMAN-LAWRENCE EQUALIZATION
METHOD. */
41     1      KAUFMAN:PROC;
42     1      SD1=SD;
43     1      PUT DATA(C1);
44     1      PUT DATA(SD);
45     1      X1=0;
46     1      DCL (Q(12,12),K(12,1)) FLOAT BIN;
/* K IS THE KALMAN GAIN. */
47     1      DCL (X(12,2),XP(12,2),Z(399,1),ZP(399,1)) FLOAT BIN;
48     1      XP=0;
49     1      DCL(P(12,12),PI(12,12)) FLOAT BIN;
/* PI IS THE COVARIANCE MATRIX. */
50     1      DCL R FLOAT BIN; R=SD1**2;
51     1      DCL (D,L,M,N) BIN FIXED;D=12;L=1;M=12;N=12;
52     1      DO J=1 TO 12;
53     1      FT(*,J)=F(*,J);CIT(J,1)=C1(1,J);GT(1,J)=G(J,1);END;
54     1      P=0; X=0;Q=0;Q(1,1)=1;
55     1      DO I=2 TO 399;
56     1      DCL(A(12,12),B(12,12),C(12,12)) BIN FLOAT;
57     1      CALL MMGG(F,P,D,M,N,C);
58     1      CALL MMGG(C,FT,D,N,M,PI);
59     1      PI=PI+0;
60     1      DCL (E(1,12),H(12,1)) BIN FLOAT; DCL T(1,1) FLOAT BIN;
61     1      CALL MMGG(C1,PI,L,M,N,E);
62     1      CALL MMGG(F,CIT,L,D,L,T);
63     1      T=T+R;T=1/(T(1,1));
64     1      CALL MMGG(PI,CIT,D,M,L,K);

65     2      K=K*T(1,1); DCL (BB(12,1),BBB(12,1)) FLOAT BIN;
66     2      CALL MMGG(K,C1,D,L,M,C);
67     2      A=II-C;
68     2      CALL MMGG(A,PI,D,M,N,P);
69     2      BB(*,1)=X(*,1);
70     2      CALL MMGG(F,MM,B,M,L,BBB);XP(*,2)=BBB(*,1);
71     2      XP(*,1)=XP(*,2)+U(*,1)*Q;
72     2      P0(*,1)=XP(*,2); DCL ZZP(1,1) FLOAT BIN;
73     2      CALL MMGG(C1,BB,L,M,L,ZZP); ZP(1,1)=ZZP(1,1);
74     2      DCL X1(12,1) FLOAT BIN INIT(0);
75     2      DO J=12 TO 2 BY -1;
76     2      X1(J,1)=X1(J-1,1);END;
77     2      X1(1,1)=J(1); DCL ZZ(1,1) FLOAT BIN;
78     2      DCL C2(1,12) FLOAT BIN;C2=0;C2(1,*)=RES;
79     2      CALL MMGG(C2,X1,L,M,L,ZZ); Z(1,1)=ZZ(1,1);
80     2      Z(1,1)=Z(1,1)+V(1);
/* Z IS THE OUTPUT OF THE CHANNEL. */
81     2      X(*,2)=XP(*,2)+U(*,1)*(Z(1,1)-ZP(1,1));
/* THE DECISION: WHAT WAS THE TRANSMITTED SIGNAL IS MADE IN THE
FOLLOWING STATEMENTS. */
82     2      IF J>=12 THEN DJ;IF X(12,2)>0 THEN UM(I-1)=1;
83     2      ELSE UM(I-1)=1;
84     2      END;

```

```

123    2    2      X(*,1)=X(*,2);END;

125    2    1      DCL MONE INIT(0);
126    2    1      /* MONE IS THE NUMBER OF ERRORS IN THE OUTPUT OF THE EQUALIZER. */
128    2    2      DO J=1 TO 385;IF UU(J)≠U(J) THEN
131    2    1      MONE=MONE+1; END; PUT DATA(MONE);
132    2    1      DCL 'F(1,2) FLOAT BIN FIXED,BIN FLOAT,BIN FLOAT). EXT;
133    2    1      NF(1,1)=10*LOG10(1/(SD1**2))-6;
134    2    1      NF(1,2)=MONE*100/382;
135    2    1      MONE=0;
136    2    1      PUT DATA(NF(1,1),NF(1,2));
137    1    1      END KAUFMAN;
138    1    1      CALL KAUFMAN;
139    1    1      SHALOM;
140    1    1      EEK=0;
141    1    1      DCL MINV ENTRY((*,*) FLOAT BIN,BIN FIXED,BIN FLOAT,BIN FLOAT). EXT;
142    1    1      DCL EK(1,1) FLOAT BIN; EK=0;DCL EEK(200,1) FLOAT BIN;EEK=0;
143    1    1      DCL E(15,1) FLOAT BIN;E=0;DCL(ET,EC)(1,15) FLOAT BIN;EE=0;ET=0;
144    1    1      UU=0;
145    1    1      DCL MOMO(999); MOMO=0;
146    1    1      DCL (AAA(12),BBB(12)) FLOAT BIN INIT(0);
147    1    1      AAA=0; BBB=0;
148    1    1      DCL SUM FLOAT BIN INIT(0);
149    1    1      US=0;
150    1    1      DO I=1 TO MM;
151    1    1      DO J=12 TO 2 BY -1;AAA(J)=AAA(J-1);END;AAA(1)=AA(I);
152    1    1      BHO=AAA*RES;JM=0;DO J=1 TO 12;SUM=SUM+BBB(J);
153    1    1      END;
154    1    1      IF I>3 THEN DO; UU(I-3)= SUM+V(I);END;
155    1    1      /* UU IS THE OUTPUT OF THE CHANNEL. */
156    1    1      DCL US(999) FLOAT BIN INIT(0); US(I)=SUM+V(I);
157    1    1      END;
158    1    1      DCL (D,L,M,N) BIN FIXED; D=15; L=1;
159    1    1      DCL R(15) FLOAT BIN;R=0; DCL A(15,15) FLOAT BIN; A=0;
160    1    1      DCL AD(15,15) FLOAT BIN; AD=0;
161    1    1      DO I=1 TO 15;DO J=1 TO 350;
162    1    1      R(I)=R(I)+UU(J)*UU(J+I-1);END;PUT DATA(R(I));END;
163    1    1      R=R/350;
164    1    1      DO I=1 TO 15; DO J=I TO 15;
165    1    1      A(I,J)=R(J-I+1); A(J,I)=A(I,J); END;END; AD=A;
166    1    1      DCL B(15,1) FLOAT BIN;B=0;
167    1    1      DO I=1 TO 15;DO J=1 TO 350;
168    1    1      B(I,1)=B(I,1)+AA(J+I-1)*UU(J);END;END;
169    1    1      B=B/350;
170    1    1      PUT DATA(B);
171    1    1      DCL CCC(15,1) FLOAT BIN;CCC=0;
172    1    1      DO I=1 TO 15;DO J=1 TO 900;CCC(I,1)=CCC(I,1)+UU(J+I-1)*AA(J);
173    1    1      END;END; CCC=CCC/900;PUT DATA(CCC);
174    1    1      DCL COPT(15,1) FLOAT BIN;COPT=0;

218    1    1      DCL(DD,CN) BIN FLOAT; CON=10**-10;
219    1    1      DD=0;
220    1    1      CALL MINV(AU,D,DD,CON);CALL MMGG(AQ,B,D,D,L,COPT);PUT DATA
221    1    1      (COPT);
222    1    1      /* COPT IS THE OPTIMAL SETTING OF THE TAP GAINS IN THE TRANSVERSAL
223    1    1      FILTER. */
224    1    1      /* HERE STARTS THE SIMULATION OF THE GODARD METHOD. */
225    1    1      SIMAN;
226    1    1      M040=0;
227    1    1      DN KKK=200;
228    1    2      DCL SK(399,1) FLOAT BIN INIT(0); SK=0;
229    1    2      DCL SGSG(1,1) FLOAT BIN;SGSG=0;
230    1    2      DCL SSKS(1,1) FLOAT BIN; SSKS=0;
231    1    2      DCL CKCK(15,1) FLOAT BIN;CKCK=0;
232    1    2      /* CKCK IS THE VECTOR OF TAP GAINS IN THE TRANSVERSAL FILTER. */
233    1    2      DCL KCKC(15,1) FLOAT BIN;
234    1    2      DCL KKCC(15,1) FLOAT BIN;
235    1    2      DCL KCKC(15,1) FLOAT BIN;
236    1    2      DCL KKKCC(15,1) FLOAT BIN;
237    1    2      IF NES=2 THEN CKCK=KCKC;
238    1    2      CKCK=KCKC;
239    1    2      DCL UT(1,15) FLOAT BIN;UT=0;
240    1    2      DCL UUU(15,2) FLOAT BIN INIT(0);
241    1    2      UUU=0; UUUU=0;SIG=0; UT=0;
242    1    2      UUU(1,1)=UU(1);
243    1    2      DCL (P(15,15),PO(15,15)) BIN FLOAT;PO=0;P=0;
244    1    2      DO I=1 TO 15; PO(I,I)=0.75; END;
245    1    2      DO KK=1 TO 310;
246    1    2      DO I=1 TO 15;UT(I,1)=UUU(I,1);END;D=15;L=1;
247    1    2      DCL UUUU(15,1) FLOAT BIN;UUUU(*,1)=UUU(*,1);

```

```

262    1   3   DCL EOPT BIN FLOAT; EOPT=0.1;

264    1   3   EOPT=0.1;
265    1   3   CALL MMGG(UT,CKCK,L,D,L,SGSG);
266    1   3   DCL K(15,1) FLOAT BIN;
/* K IS THE KALMAN GAIN.*/
267    1   3   DCL BEIN(1,15) FLOAT BIN; BEIN=0; DCL BE(1,1) FLOAT BIN;
268    1   3   CALL MMGG(UT,PO,L,D,D,BEIN); CALL MMGG(BEIN,UUUU,L,D,L,BE);
269    1   3   BE=BE+EOPT; DCL BEI(15,1) FLOAT BIN;
270    1   3   BF=1/BE(1,1);
271    1   3   CALL MMGG(PO,UUUU,D,L,BE1); CALL MMGG(BE1,BE,D,L,L,K);
272    1   3   /* IF FLAG =0 WE SIMULATE THE GODARD METHOD. IF FLAG=1 WE
273    1   3   SIMULATE THE METHOD SUGGESTED IN THIS PAPER WHICH COMBINES
274    1   3   KAUFMAN-LAWRENCE AND GODARD METHODS. */
275    1   3   IF FLAG=0 THEN DO;
276    1   4   CKCK=CKCK+K*(AA(KK)-SGSG(1,1));
277    1   3   END;
278    1   4   ELSE DO;
279    1   4   CKCK=CKCK+K*(UM(KK)-SGSG(1,1));
280    1   3   /* UM, THE OUTPUT OF THE KAUFMAN-LAWRENCE SYSTEM IS TAKEN
281    1   3   INSTEAD OF THE KNOWN TEST SEQUENCE,AA. */
282    1   4   END;
283    1   3   IF NES=2 THEN IF KK<30 THEN DO;CKCK=CKCK1;END;
284    1   3   /* THE TAP GAINS ARE KEPT UNCHANGED DURING THE FIRST 30 STEPS
285    1   3   OF THE ALGORITHM AFTER THE CHANGE OF THE CHANNEL PULSE RESPONSE.*/
286    1   3   IF NES=0 THEN
287    1   3   IF KK=200 THEN DO;KCKC1=C<CK;END;
288    1   3   IF KK=100 THEN DO;KKCC=CCKC;END;
289    1   3   IF KK=40 THEN DO;KKCC=CCKC;END;
290    1   3   E=CCKC-COPT;DO I=1 TO 15;ET(I,I)=E(I,I);END;CALL MMGG(ET,A,L,D,D,
291    1   3   EE);CALL MMGG(EE,E,L,D,L,EK); EEK(KK,1)=EK(1,1)+EOPT;
292    1   3   DCL PP(15,15) FLOAT BIN;
293    1   3   ACHAR;
294    1   3   CALL MMGG(K,UT,D,L,D,PP); CALL MMGG(PP,PO,D,D,D,P);
295    1   3   DCL Q(15,15) FLOAT BIN; Q=PP-P;P=Q;
296    1   3   P0=P;
297    1   3   IF KK=MM THEN GO TO LIFNEY;
298    1   3   UUU(*,2)=UUU(*,1);
299    1   3   DO JJ=15 TO 2 BY -1;
300    1   3   UUU(JJ,2)=UUU(JJ-1,2);
301    1   3   END;
302    1   4   UUU(1,2)=UUU(<K+1);
303    1   3   UUU(*,1)=UUU(*,2);

326    1   3   LIFNEY:
327    1   3   CALL MMGG(UT,CKCK,L,D,L,SKSK);
328    1   3   SK(KK+1)=SKSK(1,1);
/* SK IS THE OUTPUT OF THE TRANSVERSAL FILTER.*/
329    1   2   END;
330    1   2   DCL MO INIT(0);
331    1   2   DCL SKU(399) INIT(0);
332    1   2   SKU=0;
333    1   3   DO I=205 TO 305;
334    1   3   IF SK(I,1)>=^ THEN SKU(I)=1;ELSE SKU(I)=-1;
335    1   3   IF AA(I)~=SKU(I) THEN MO=MO+1;
336    1   2   END;
337    1   2   MOMO(KKK)=MO;MO=0;
338    1   2   PUT DATA(MOMO(KKK));
339    1   2   END;
340    1   2   PUT DATA(EEK);
341    1   1   NES=NES+1;
/* THE CHANGE IN THE CHANNEL UNIT PULSE RESPONSE IS MADE IN THE
342    1   1   FOLLOWING STATEMENTS */
343    1   1   DCL IXX FIXED BIN(31);DCL (AMM,SDD,YYFL) DEC FLOAT(6);IXX=11;
344    1   1   DCL MK(12) FLOAT DEC(6);AMM=0;SDD=0.1;
345    1   1   IF NES=1 THEN DO I=1 TO 12;CALL GAUSS(IXX,SDD,AMM,YYFL);
346    1   1   MK(I)=YYFL; IF MK(I)<0 THEN MK(I)=(-1)*MK(I);
347    1   2   IF I=4 THEN DO;
348    1   2   RES(I)=RES(I)*(1+MK(I));
349    1   3   C1(1,I)=C1(1,I)*(1+MK(I));
350    1   3   END;
351    1   2   PUT DATA(MK(I));END;
352    1   1   REVAH;
353    1   1   SOF;
354    1   1   KCKC=KCKC1;
/* IF UD=1 WE CHECK THE ERROR RATE AFTER 40 STEPS OF CONVERGENCE.
355    1   1   UD=2 -AFTER 100 STEPS.UD=3 - AFTER 200 STEPS AND UD=4 -THE
356    1   1   ERROR RATE FOR OPTIMAL SETTING OF THE TAP GAINS. */
357    1   1   IF UD=1 THEN KCKC=KKCC;
358    1   1
359    1   1
360    1   1
361    1   1
362    1   1
363    1   1
364    1   1
365    1   1

```

```

367      1   1   IF DD=2 THEN KCKC=KKKCC;

369      1   1   IF DD=3 THEN KCKC=CKCK;
371      1   1   IF DD=4 THEN KCKC=COPT;
373      1   1   SS=0; DCL USS(999) FLOAT BIN;
375      1   1   DCL UUSS(15) FLOAT BIN;USS=0; DCL USS(15) FLOAT BIN;USS=0;
379      1   1   DO I=1 TO MM;
380      1   2   DO J=15 TO 2 BY -1;
381      1   3   USS(J)=USS(J-1);END;USS(1)=UU(I);
382      1   2   USS=KCKC(*,1)*USS;
383      1   2   DCL SSUM FLOAT BIN;SSUM=0;
384      1   2   DO J=1 TO 15;SSUM=SSUM+UUSS(J);END;
385      1   2   IF SSUM>=0 THEN SS(I)=1;ELSE SS(I)=-1;END;
386      1   2   IF NES=2 THEN
387      1   1   IF DD=0 THEN IF DEGEL=0 THEN DO;
388      1   1   /* IN THE FOLLOWING STATEMENTS THE UNIT PULSE RESPONSE OF THE
389      1   1   CHANNEL IS COMPUTED USING THE CROSSCORRELATION METHOD. CC INCLUDES
390      1   1   THE COMPUTED RESPONSE FOR 3 DIFFERENT LENGTHS OF CROSSCORRELATION*/
391      1   1   DCL CC(12,3) FLOAT BIN;CC=0;
392      1   2   DO S=1 TO 3;
393      1   3   DCL BA(12,1) FLOAT BIN;BA=0;
394      1   3   DO I=1 TO 11;DO J=I TO WINDOW;
395      1   5   HA(I,J)=BA(I,J)+US(J+I-1)*SS(J);END;END;
396      1   3   BA=BA/WINDOW;
397      1   3   CC(*,S)=BA(*,1);
398      1   2   WINDOW=WINDOW*2;PUT DATA(CC(*,S));END;
399      1   2   END;
400      1   1   /* SOFER IS THE NUMBER OF ERRORS IN THE OUTPUT OF THE TRANSVERSAL
401      1   1   FILTER.*/
402      1   1   DCL SOFER FLOAT BIN;SOFER=0;
403      1   1   DO I=201 TO 900;
404      1   2   IF SS(I)~=AA(I) THEN SOFER=SOFER+1;END;PUT SKIP DATA(SOFER);
405      1   1   SOFER=SOFER*100/700;PUT SKIP DATA(SOFER);
406      1   1   DD=DD+1;IF DD=1 THEN GO TO SOF;IF DD=2 THEN GO TO SOF;
407      1   1   IF DD=3 THEN GO TO SOF;
408      1   1   IF DD=4 THEN GO TO SOF;
409      1   1   KETZ;
410      1   1   DD=1;
411      1   1

```

GODARD:PROC OPTIONS(MAIN);

STMT LEVEL NEST

```

433      1   1   IF NES=1 THEN GO TO CHAZOR;
434      1   1   DEGEL=DEGEL+1;
435      1   1   NES=2;RAZ=RAZ+1;IF RAZ<4 THEN DO          I=1 TO 11;
436      1   1   IF C1(1,I)~=0 THEN
437      1   2   C1(1,I)=CC(1,RAZ);
438      1   2   ELSE C1(1,I)=0;
439      1   2   FND;
440      1   1   SOFSOF;
441      1   1   /* NC REPEAT THE WHOLE SIMULATION USING THE NEW UNIT PULSE
442      1   1   RESPONSE OF THE CHANNEL, AS IT WAS COMPUTED BY CROSSCORRELATION.*/
443      1   1   IF RAZ<4 THEN GO TO CHAZOR;ELSE GO TO SIUM;
444      1   1   SIUM;
445      1   1   RAZ=0;DD=0;NES=0;DEGEL=0;
446      1   1   WINDOW=100;
447      1   1   END;
448      1   1   END GODARD;
449      1   1

```

REFERENCES - רשימת מקורות

1. Lucky, Salz, Weldon: "Principles of Data Communication", New-York; McGraw-Hill, 1968.
2. R.W.Lucky: "Automatic Equalization for Digital Communication", Bell Systems Technical Journal. April 1965.
3. R.W.Lucky: "Techniques for Adaptive Equalization of Digital Communication Systems"; Bell Systems Tech. Journal. Vol. 45, Feb. 1966.
4. B. Widrow: "Adaptive Filters 1. Fundamentals". Stanford Electronics Lab. Stanford, Cal. Dec. 1966.
5. R.W.Lucky and H.R.Rudin: "An Automatic Equalizer for General Purpose Communication Channels". Bell Systems Tech. Journal, vol. 46, pp 2179-2208, Nov. 1967.
6. A. Gersho: "Adaptive Equalization of Highly Dispersive Channels for Data Transmission". Bell Systems Tech. Jour. Jan. 1969, pp 55-70.
7. A. Lender: "Decision Directed Digital Adaptive Equalization Technique for High-Speed Data Transmission". IEEE Trans. on Comm. Tech. Oct. 1970, pp 625-632.
8. D. Hirsch and W.J. Wolf: "A Simple Adaptive Equalizer for Efficient Data Transmission". IEEE Trans. on Comm. Tech. vol. Com-18, pp 5-11, Feb. 1970.
9. R.P.Gitlin, J.E.Mazo, and M.G.Taylor: "On the Design of Gradient Algorithms for Digitally Implemented Adaptive Filters". IEEE Trans. Circuit Theory, vol. CT-20, pp. 125-136, Mar. 1973.
10. C.J.Macleod, E.Ciapala and Z.J.Jelonek: "Study of Recursive Equalizers for Data Transmission with a Comparison of the Performance of Six

- Systems". Proc. IEE, vol. 122, No. 10, Oct. 1975, pp. 1097-1104.
11. Macleod, Ciapala and Jelonek: "Quantization in Non-Recursive Equalizers for Data Transmission". Proc. IEE, vol. 122, No. 10, Oct, 1975, pp. 1105-1110.
12. J.G.Proakis: "Adaptive Digital Filters for Equalization of Telephone Channels". IEEE Trans. Audio. and Electroacoustics". vol. AU-18, pp. 195-200. June 1970.
13. G.D.Forney Jr.: "The Viterbi Algorithm", Proc. IEEE, vol. 61, pp. 268-278, Mar. 1973.
14. F.R.Magnee Jr. and J.G.Proakis: "Adaptive Maximum Likelihood Sequence Estimation for Digital Signaling in the Presence of Intersymbol Interference", IEEE Trans. Information Theory, vol. 19, pp. 120-124, Jan. 1973.
15. S.H.Richman and M. Schwartz:"Dinamic Programming Training Period for an M.S.E. Adaptive Equalizer", IEEE Trans. Comm. vol. Com.-20, pp. 857-864, Oct. 1972.
16. T.J.Schonfeld and N.Schwartz: "Rapidly Converging Second Order Tracking Algorithm for Adaptive Equalization". IEEE Trans. Information Theory, vol. 17, pp. 572-579, Sept. 1971.
17. T.J.Schonfeld and N.Schwartz: "A Rapidly Converging Training Algorithm for an Adaptive Equalizer". IEEE Trans. Information Theory, vol. 17, pp. 431-439, July 1971.
18. R.W.Chang: "A New Equalizer Structure for Fast Start-up Digital Communication". Bell Systems Tech. Journal, vol. 50, pp. 1969-2014, July-August 1971.

19. Jon W. Mark: "A Note on a Modified Kalman Filter for Channel Equalization". Proc. IEEE, Apr. 1973, pp. 481-482.
20. T.S.Lee and David R. Cunningham: "Kalman Filter Equalization for QPSK Communication". IEEE Trans. on Comm. Mar. 1976, pp. 361-364.
21. Sergio Benedetto and Ezio Biglieri: "On Linear Receivers for Digital Transmission Systems". IEEE Trans. on Comm. Sept. 1974, pp. 1205-1215.
22. Angelo Luvison and Giancarlo Pirani: "A Method to Compute Optimal Gains in Recursive Linear Filtering Applications". IEEE Trans. on Comm. March 1975, pp. 399-400.
23. H.W.Sorenson: "Kalman Filtering Techniques", Advance of Control. Academic Press, 1966.
24. B.Widrow: "Adaptive Filters". from: "In aspects of Networks and Systems Theory", by R. Kalman and N. Declaris. EDS: Holt, Reinehart and Winston, New-York 1971.
25. A.J.Gibbs, A. Quan: "Control Algorithms for Minimum Mean Square Error Automatic Systems". A.T.R., vol. 8, No. 1, 1974, pp. 39-47.
26. A.J.Gibbs: "Generalized Mean Square Error Minimization with Application to Automatic and Adaptive Systems". A.T.R., vol. 6, No. 2, 1972, pp. 30-38.
27. R.E.Lawrence and H.Kaufman: "The Kalman Filter for The Equalization of a Digital Communication Channel". IEEE Trans. Comm. Dec. 1971 vol. Com-19, pp. 1137-1141,
28. N.Morrison: "Introduction to Sequential Smoothing and Prediction". New-York: McGraw-Hill 1968.

29. K. Abend and B.D. Fritchman: "Statistical Detection for Communication Channels with Intersymbol Interference". Proc. IEEE, vol. 58, pp. 779-785, May 1970.
30. D. Godard: "Channel Equalization Using a Kalman Filter for Fast Data Transmission". I.B.M. Journal of Research and Development, May 1974.
31. J. Proakis: "Advances in Equalization for Intersymbol Interference". Advances in Communication Systems, Academic Press 1975.
32. G. Ungerboeck: "Theory on the Speed of Convergence in Adaptive Equalizers for Digital Communication". I.B.M. Journal of Research and Developments, 1972.
33. סמי מנగובי: "זהוי מערכות - נתוח השוואתי של שיטות שונות".
עבודת הגמר לתואר M.Sc, הטכניון, חיפה, 1975.
34. Ronald C. Houts and William J. Barksdale: Final Report on: "A Fast Initializing Digital Equalizer with On Line Tracking for Communication." University of Alabama, May 1974.

EQUALIZATION OF DIGITAL COMMUNICATION CHANNELS
WITH KALMAN FILTERS

FINAL PAPER

Submitted in partial fulfillment of the requirements
for the degree of Master of Science
in Electrical Engineering

by

Michael Temkin

Submitted to the Senate of the Technion - Israel Institute of Technology

Elul 5736

HAIFA

September 1976

This final paper was written in the Faculty of Electrical Engineering
under the supervision of Dr. David Malah.

I wish to thank Dr. David Malah for his guidance and help in writing
this final paper.

I

Abstract

In recent years attention has been focused in the data communication field to the development of high rate transmission systems in band limited channels. The rate of transmission is mainly limited by the dispersion of the transmitted signal, which causes overlapping of successive signals. This phenomena is known as intersymbol interference.

The response of the channel in the frequency domain is not ideal. The attenuation and delay of different frequencies of the transmitted signal are not equal, which causes amplitude and phase distortions, and, therefore, intersymbol interference. Reduction of intersymbol interference is obtained by using proper compensation systems known as equalizers.

A basic element of most equalizers is a transversal filter, which is composed of a tapped delay line and tap multipliers. The output of the transversal filter is the sum of outputs of all the taps, after being multiplied by the tap gains. The various methods of equalization differ from each other by the technique of achieving fast convergence of the tap gains to an optimal value.

Most equalization methods are based on finding the optimal setting of the tap gains by minimizing the peak distortion or the mean square error. Another classification can be made between automatic equalizers, which remain unchanged after reaching the optimal setting of tap gains and do not follow changes in the channel response, and adaptive equalizers, in which tap gains are changed according to changes in the channel response.

One of the automatic equalization methods, suggested by Kaufman and Lawrence, in 1971, is based on minimizing the mean square error using the Kalman filter equations as a sequential algorithm for achieving fast convergence of the tap gains to optimal setting.

II

There are two basic methods using this technique. In the first, a state vector which one of its variables is the desired output, is computed all time of operation. (It is a recursive filter with variable coefficients rather than a classical transversal equalizer). This method does not use transversal filter, and it requires pre-knowledge of the channel unit response.

The other method uses the Kalman filter equations as an algorithm to compute the tap gains of the transversal filter. It requires transmission of a known test sequence through the channel until convergence is achieved. This method was suggested by Godard of IBM, in 1974.

The advantage of methods which use the the Kalman filter equations is fast convergence of the algorithm, which enables transmission of actual data through the channel after a very short period of time.

These two methods which use the Kalman filter algorithm for equalization are simulated and examined in this work. In addition modifications to the above approaches are suggested, simulated and analyzed.

The first suggested modification is a combination of the two mentioned above methods. It uses the output of the Kaufman-Lawrence filter instead of the known test sequence, which is needed by the Godard method. This is done under the assumption of low error rate at the output of the Kalman filter. This eliminates the need for halting transmission of data and sending a known test sequence. Once convergence is achieved the Kalman filter is disengaged and we do not have to compute continuously the state vector, as the Kaufman-Lawrence method requires.

The method requires however the knowledge of the unit pulse response of the channel. This can be done by interrupting the data transmission from time to time and transmitting a pulse, in order to find the channel response. To avoid this undesired interruption, an approach

III

which uses the crosscorrelation between the input and the output of the channel has been examined, as a mean for estimating the unit sample response. Furthermore, to avoid transmission of a known test sequence the estimated sequence at the output of the transversal equalizer is used in place of the input sequence to the channel.

The second method which is suggested in this work uses the Godard technique, but after using, for the first convergence, a known test sequence, the estimated data at the output of the transversal filter is later taken as being errorless. It enables continuous transmission and a possibility to follow slow changes in the channel response.

In the third suggested method the Godard approach is first used for initial fast convergence, but tracking of channel variations is obtained by using the well known gradient method. The system works then as an adaptive equalizer.

The comparison among the various methods shows that best results are achieved by using the Kaufman -Lawrence approach. The error rate is low, and the convergence is fast. Its disadvantage is the necessity to compute the output continuously, which requires use of a computer or special hardware, in a somewhat complicated computation, all time of operation. The use of the crosscorrelation between the channel output and the output of the whole system for estimating the unit pulse response enables us to use this approach as an adaptive equalizer.

The Godard method has been found to yield fast convergence and low error rate (in high signal to noise ratios), although its results are not as good as those of the Kaufman-Lawrence method. Its disadvantage is the need to interrupt transmission for sending a known test sequence.

The method suggested in this work, which combines the Kaufman-Lawrence and Godard approaches proves to be very efficient too. Its convergence is fast, and its error rate low, in high signal to

IV

noise ratios. It enables to follow changes in the channel unit response, eliminates the necessity to send a known test sequence through the channel and operates most of the time without the Kalman filter.

Between the two other methods suggested and checked in this paper - good results are obtained by the method which uses the Godard technique with a known test sequence for first convergence, and then uses the estimated data sequence at the output of the transversal filter. Those results are good in high signal-to-noise ratios. (30 db). Worst results are achieved by the third suggested method, which combines the Godard and the gradient techniques.