



הטכניון – מכון טכנולוגי לישראל  
Technion – Israel Institute of Technology

**ספריות הטכניון**  
*The Technion Libraries*

**בית הספר ללימודי מוסמכים ע"ש ארווין וג'ואן ג'ייקובס**  
*Irwin and Joan Jacobs Graduate School*

©

**All rights reserved**

*This work, in whole or in part, may not be copied (in any media), printed, translated, stored in a retrieval system, transmitted via the internet or other electronic means, except for "fair use" of brief quotations for academic instruction, criticism, or research purposes only.  
Commercial use of this material is completely prohibited.*

©

**כל הזכויות שמורות**

*אין להעתיק (במדיה כלשהי), להדפיס, לתרגם, לאחסן במאגר מידע, להפיץ באינטרנט, חיבור זה או כל חלק ממנו, למעט "שימוש הוגן" בקטעים קצרים מן החיבור למטרות לימוד, הוראה, ביקורת או מחקר. שימוש מסחרי בחומר הכלול בחיבור זה אסור בהחלט.*

גילוי ועקיבת אחר מטרה נקודתית ברצף תמונות וידאו

חבור על מחקר  
לשם מלוי חלקי של הדרישות לקבלת התואר  
מגיסטר למדעים  
בהנדסת חשמל

מאת

כרמי אילן

818

הטכניון-מכון טכנולוגי לישראל  
הפקולטה להנדסת חשמל  
הפקולטה למדעי המוח  
ס פ ר י ה

הוגש לסבט הטכניון - מכון טכנולוגי לישראל  
תשרי תשמ"ה ח'פה דצמבר 1984

2031323



000001009804

עבודה זאת מוקדשת  
בחוקרה  
להורי ולאשתי

המחקר נעשה בהנחיית פרופסור מלאך  
במעבדה לעבוד אותות, בפקולטה להנדסת חשמל.

תודתי העמוקה לפרופסור דוד מלאך על הנחייתו המועילה  
והמסורה בכל שלבי המחקר.

כמו כן אני מודה למהנדס המעבדה מר יורם אור-חן  
על עזרתו ומוערבותו המועילה, ולמהנדסת התוכנה  
גב' ציפי פורטנוי על עזרתה ותדומתה לפעולה  
שוטפת ותקינה של המעבדה.

תודה נתונה למשרד הביטחון על ייזום המחקר וממונו.

תוכן העניניםעמוד

## תקציר

רשימת סמלים וקיצורים

פרק 1: מבוא

- 1.1 מעבדי אות במערכות פסיביות לגילוי מטרות נקודתיות  
1.2 מבנה החיבור

פרק 2: תכונות אות הרקע והמטרות

- 2.1 תכונות זמניות וסטטיסטיות של אות הרקע  
2.2 ספקטרום ההספק של אות הרקע  
2.3 הגדרת המטרות

פרק 3: עיבוד האות במישור התמונה

- 3.1 הגדרת מסנן ה-MSS מסדר N  
3.2 הערכת בצועי מסנן ה-MSS מסדר ראשון  
3.3 תכונות מיוחדות של האות במוצא ה-MSS

פרק 4: עיבוד בין מסגרות של האות

- 4.1 מבוא  
4.2 שימוש בטרנספורם "Hough" לגילוי ישר בתמונה  
4.3 שימוש בטרנספורם "Hough" לגילוי ישר במרחב תלת מימדי  
4.4 הערכת סיבוכיות מימוש טרנספורם "Hough" תלת מימדי  
4.4.1 טרנספורם "Huogh" תלת מימדי על אות לאחר סף קשיח  
4.4.2 טרנספורם "Huogh" תלת מימדי על אות לאחר סף רך  
4.4.3 השוואה בין המקרה של הסף הקשיח לבין המקרה של הסף הרך  
4.5 שיטות לפישוט טרנספורם "Hough"

פרק 5: אלגוריתמי מנהרה

- 5.1 אלגוריתם המנהרה עם סף קשיח (HTTA)  
5.1.1 תאור האלגוריתם  
5.1.2 מודל ברנולי לאות  
5.1.3 מודל מרקובי עם תלות מסדר ראשון לאות  
5.1.4 מודל מרקובי עם תלות מסדר שני לאות

תוכן העניינים (המשך)

עמוד

78	5.1.5	מודלים מרקובים עם תלות מסדר גבוה לאות
78	5.1.5.1	מודל מרקובי עם תלות מסדר n-י לאות
80	5.1.5.2	מודל מרקובי עם תלות מסדר רביעי לאות
83	5.1.5.3	מודל מרקובי פשוט עם תלות מסדר רביעי לאות
85	5.1.5.4	שימוש במודל מרקובי לחישוב הסתברות הגילוי
88	5.1.6	קריטריון החלטה אופטימלי "יחס סבירות מירבית"
105	5.2	אלגוריתם מנהרה עם סף רך (STTA)
105	5.2.1	תאור האלגוריתם
113	5.2.2	וריאציות של אלגוריתם המנהרה עם סף רך
117	5.3	הערכת סיבוכיות המימוש של אלגוריתמי המנהרה
117	5.3.1	אלגוריתם המנהרה עם סף קשיח
118	5.3.2	אלגוריתם המנהרה עם סף רך
119	5.3.3	השוואה
120	<u>פרק 6:</u>	אלגוריתמי עקיבה (TA)
123	6.1	תאור אלגוריתם העקיבה
125	6.2	אלגוריתם העקיבה עם סף רך
136	6.3	הערכת סיבוכיות המימוש של אלגוריתם העקיבה.
142	<u>פרק 7:</u>	סיכום ומסקנות
145	<u>נספח א:</u>	הגדרות בתהליכים סטוכסטיים
151	<u>נספח ב:</u>	שערוך מקום המטרה
155		רשימת מקורות.

ת ק צ י ר

במחקר זה נבחנו בצועי מעבדי אוח חלת מימדים הפועלים במערכת פסיבית לגילוי מטרות נקודתיות על רקע האופק (בין הים לשמים). המערכת הפסיבית לגלוי מטרות בה אנו דנים מבוססת על מערך גלאים הסורק את האופק ועל מעבדי אוח הפועלים על האוח המופק.

הרקע בו נמצאת המטרה מהווה מקור לרעש הקרוי Clutler. מקורות נוספים לרעש הם הגלאים והמעגלים האלקטרוניים.

האוח החד-מימדי המופק ע"י מערך גלאים (בהנחת אי קיום מטרה נקרא אוח זה אוח ההפרעה) מסודר במסגרות (תמונות) עוקבות בזמן. לאוח המסודר בצורה הנ"ל נקרא אוח תלת-מימדי.

מעבד האוח התלת-מימדי פועל על האוח החלת מימדי במגמה לאפשר גילוי מטרות ועקיבה אחר מסלולן במרחב.

המרכיב הדומיננטי באוח ההפרעה הינו אוח הרקע הקרוי Clutler. אוח זה אינו אחיד בתכונותיו הסטטיסטיות. אי האחידות נובעת מהעובדה שהרקע הנסרק כולל אזורים השונים זה מזה באופיים, כגון שמים, ים ואזורי גבול בין הים לשמים (אופק).

מעבדי האוח התלת מימדים אינם נפוצים בגלל הכמות הרבה של חישובים וגודל הזיכרון הנדרשים לממושם. במחקר זה נציע אלגוריתמי עיבוד אוח תלת מימדים הדורשים מספר קטן יחסית הן של חישובים והן של זיכרון.

הטיפול בגילוי והעקיבה הופרד לשתי רמות: ברמה הראשונה מבוצע עיבוד על פני כל מסגרת בנפרד (מישור התמונה) במטרה לדכא את אוח הרקע (Clutler). המעבד שנבחר למטרה זו הינו מסנן MSS (Median Smoothing of Subtraction) המבצע סינון מדיאני לאוח הכניסה ומחסיר את האוח המוחלק מהאוח המקורי. לרמה זו של טיפול נקרא קדם עיבוד (Pre-Processing - PP) או עיבוד במישור התמונה.

ברמה השניה מבוצע גלוי ועקיבה אחר המטרה על סמך המידע במסגרות עוקבות.

הגישה הכללית ביותר לגילוי מסלול לינארי של מטרה היא לנסות ולהתאים גליל מתוך מרחב האות התלת מימדי למסלול המטרה, בהנחה שהגליל המתאים ביותר הוא זה שסכום ערכי ה-PIXELS בתוכו יהיה הגדול ביותר.

במסגרת עבודה זו הורחב טרנספורם "Hough" למקרה התלת מימדי. טרנספורם זה מממש את הגישה הכללית הנ"ל.

על מנת להקטין את מספר החישובים פותחו במסגרת עבודה זו שני סוגי אלגוריתמים: "אלגוריתם המנהרה" ו"אלגוריתם העקיבה".

"אלגוריתם המנהרה" הינם מקרה פרטי של הגישה הכללית הנ"ל ובהם הגלילים (הנקראים מנהרות) ניצבים למסגרות, דבר המגביל את אורכם (בציר הזמן) עקב מסלולים לא ניצבים של המטרה הנובעים מתנועתה.

"אלגוריתם העקיבה" הינם נסיון לקירוב טוב יותר לגישה הכללית של מימוש גלילים לא ניצבים למסגרות כאשר האלגוריתמים הינם אדפטיביים לאות.

במסגרת עבודה זו פותח מודל הסתברותי ליצוג האות באחד מאלגוריתמי המנהרה הנ"ל ונבדקה מידת הקירוב של פיתרון זה לפיתרון האופטימלי (בהנחות המודל).

בחינת בצועי האלגוריתמים השונים נעשתה הן בהנחת מודל והן ע"י הפעלת האלגוריתמים על אותות רקע מדודים. הקריטריון לבחינת ביצועי האלגוריתמים השונים היה אופן הסתברות הגילוי כפונקציה של הסתברות התראות השוא.

תוצאות "אלגוריתם המנהרה" ו"אלגוריתם העקיבה" משקפים את השיפור בתוצאות ביחס לעיבוד במישור התמונה. שיפור זה מושג כיוון שלאינפורמציה לצורך החלטה על מטרה הקיימת במישור התמונה נוספת האינפורמציה של עקביות המטרה במסגרות עוקבות.

המסקנות העיקריות אשר התקבלו מהשוואת בצוע האלגוריתמים הן כדלקמן:

א. אלגוריתם המנהרה מורידים את הסתברות התראות השוא עד כדי  $PFA=10^{-4}$  עבור הסתברות גילוי של  $PD=0.98$  לעומת  $PFA=10^{-2}$  ו  $PD=0.98$  בעיבוד דו מימדי של האות (עבור מטרות בעוצמה של 6 רמות אפור).

ב. אלגוריתם המנהרה הם הפשוטים ביותר למימוש מבין האלגוריתמים הפועלים על מסגרות עוקבות שנבדקו.



ג. לאלגוריתמי המנהרה מגרעת רצינית של אי דיוק בשיערוך מקום המטרה ורזולוציה נמוכה, 2.115 PIXELS (עבור מנהרה עם חתך רוחב  $3 \times 3$ ) לעומת 0.5 PIXELS עבור עיבוד בתוך התמונה או שימוש באלגוריתם העקיבה.

ד. הגדלת אורך המנהרה מעבר לאורך מסוים (התלוי במהירות המטרה) לא ישפר עוד את הביצועים. לדוגמא עבור מהירות אופקית הנראת כתזוזה של PIXEL אחד בין מסגרת למסגרת הגדלת אורך המנהרה מעבר ל-8 מסגרות לא יתן שיפור משמעותי בתוצאות.

ה. אלגוריתמי העקיבה מורכבים יותר וקשים יותר למימוש אך ניתן להגיע לתוצאות טובות יותר ע"י הגדלת סדר האלגוריתם (סדר האלגוריתם הוא מספר המציין את מספר המסגרות עליהם מתבצע העיבוד). לדוגמא עבור הסתברות גילוי  $PD=0.98$  ניתן להוריד את הסתברות התראות השוא ל- $PFA=10^{-5}$  ע"י הגדלת סדר האלגוריתם ל-12 (עבור מטרת בעוצמה של 6 רמות אפור).

הגדלה נוספת של סדר האלגוריתם ל-13 עבור אותה הסתברות התראות שוא ל- $PFA=10^{-5}$  ניתן לקבל הסתברות גילוי  $PD=0.99$ .

רשימת סמלים וקיצורים

- PD - הסתברות גילוי
- PFA - הסתברות התראות שוא
- PIXEL - תא תמונה
- $N_L$  - מספר שורות במסגרת
- $N_C$  - מספר עמודות במסגרת
- $N_F$  - מספר מסגרות
- $T_F$  - אינטרוול הזמן החולף בין מסגרת אחת לשניה
- MSS - החלקה מדיאנית והחסרה
- $H_V$  - מהירות אופקית של המטרה בתמונה
- $V_V$  - מהירות אנכית של המטרה בתמונה
- $m_{ph}$  - מספר ה-PIXELS שהמטרה עברה בכיוון האופקי ב- $N_F$  מסגרות עוקבות
- $m_{pv}$  - מספר ה-PIXELS שהמטרה עברה בכיוון האנכי ב- $N_F$  מסגרות עוקבות
- $T_A$  - עוצמת רמת האפור של מטרה
- $T_G$  - סף רמת אפור
- $T_{cs}$  - שטח חתך מנהרה
- D - עומק מנהרה
- $T_R$  - סף מספר ההופעות של מטרה במנהרה
- HTTA - אלגוריתם מנהרה עם סף קשיח
- STTA - אלגוריתם מנהרה עם סף רך
- TA - אלגוריתם עקיבה
- $N_{PTT}$  - מספר ההופעות של מטרה במנהרה
- $S_n^D$  - קבוצת וקטורי המצבים (S) במודל מרקובי עם תלות מסדר n לאות המיצגים מנהרות בעומק D
- $S_{n,T_R}^D$  - קבוצת מקטורי המצבים (S) במודל מרקובי עם תלות מסדר n לאות המיצגים מנהרות בעומק D שמספר הופעות המטרה בהן הוא  $T_R$

רשימת סמלים וקיצורים (המשך)

- $\Pi$  - וקטור הסתברויות המצבים במודל מרקובי
- $N_{PMM}$  - מספר הפרמטרים במודל מרקובי
- $N_{MMNP}$  - מספר הפרמטרים במודל מרקובי פשוט
- $M_o$  - סדר המודל
- $H_{DFZ}$  - מרחק הממינג של מספר מאפס
- $\Omega$  - מרחב האות
- $\Gamma$  - מרחב המדידה
- $A$  - מרחב ההחלטה
- $\Pi(S)$  - הסתברות אפריורית
- $T_S$  - סף באלגוריתם המנהרה עם סף רך
- $S_{PTT}$  - סכום ערכי המטרות הפוטנציאליות במנהרה
- $D_T$  - מספר המסגרות עליהן פועל אלגוריתם העקיבה
- $S.B.$  - חלון חיפוש של אלגוריתם העקיבה

פרק 1 מבוא

מחקר זה עוסק בגילוי מטרות המופיעות על רקע האופק בין שמים וים מתוך אותות הוידאו המופקים ע"י מערך פסיבי של גלאים הסורק את הרקע.

הרקע בו נמצאת המטרה מהווה מקור לרעש הקרוי-clutter. מקורות נוספים לרעש הם הגלאים והמעגלים האלקטרוניים. לשה"כ האות המופק ע"י מערך גלאים אנו קוראים אות ההפרעה (בהנחת אי קיום מטרה).

מטרת מחקר זה היא להציע ולבחון מעבדי אות תלת מימדים לגילוי מטרות נקודתיות על רקע האופק בין הים לשמים.

מטרה נקודתית היא מטרה אשר מימדיה קטנים או שווים לממדי שדה הראיה של גלאי בודד, כל האנרגיה של מטרה מיוצגים ע"י PIXEL (תא תמונה) בודד.

האות מסודר במסגרות (Frames) בעלות  $N_L$  שורות ו  $N_C$  עמודות.  $T_F$  הינו משך הזמן החולף בין קליטת מסגרת אחת לקליטת השניה.

במסגרת מחקר זה נבדקו מעבדים אשר צריכים להצהיר על גילוי מטרה בגמר סקירת מסגרת כאשר את העיבוד ניתן לעשות על  $N_F$  מסגרות האחרונות.

משמעות הדרישה הנ"ל היא שניתן לאגור בזיכרון המעבד  $N_F$  מסגרות ולכצע עיבוד תלת מימדי (מימד שורות, מימד עמודות ומימד הזמן) על האות.

אות ההפרעה אינו סטציונרי בגלל העובדה שהרקע הנסרק אינו הומוגני ומכיל איזורי שמים ים גלים, קצף גלים וכו'. השינויים המקומיים באות ההפרעה הם גדולים במיוחד בצירי השורות והעמודות.

השינויים באות בציר הזמן קטנים יותר בגלל האופי הקבוע של ה-clutter בציר הזמן. מעבדי אות תלת מימדים יכולים לנצל תכונה זו ולשפר באופן משמעותי את יחס אות המטרה לאות ההפרעה.

מגבלותיהם העיקריות של מעבדי האות התלת מימדים הם כוח החישוב הרב וגודל הזיכרון שנדרשים למימושם.

### 1.1 מעבדי אות במערכת פסיבית לגילוי מטרות נקודתיות

מעבדי האות אשר מקובל להשתמש בהם במערכות פסיביות לגילוי מטרות נקודתיות הם חד-מימדים או דו-מימדים, כלומר העיבוד נעשה במישור התמונה. מעבדי האות התלת מימדים פחות מקובלים בגלל מגבלות המימוש.

מעבדי האות המקובלים במישור התמונה הם בדר"כ מסננים לינארים קבועים בזמן ומסננים לינארים אדפטיביים.

ב[1] מודגם שימוש במסנן WIENER ומסננת מתואמת לשיפור יחס המטרה לאות ההפרעה. כמו כן נבחנו מסננים לינארים (WIENER ומסננת מתואמת) מסתגלים כאשר לצורך התגברות על בעיית אי הסטציונריות של האות חולקה תמונת הוידאו לתת תמונות קטנות בהן הונח קיום סטציונריות. אחת המסקנות של העבודה היתה כי רווח העיבוד (המוגדר כמנה של יחס הספק אות להספק הפרעה ביציאת המסנן ושל יחס זה בכניסתו) תלוי בצורה חזקה בגורם הקורלציה של אות ההפרעה. ככל שהקורלציה חזקה יותר מושג רווח עיבוד גבוה יותר.

מסקנה נוספת ב [1] היתה שעבור מטרה נקודתית מסנן WIENER ומסננת מתואמת נותנים תוצאות כמעט זהות.

אריאלה זעירה [2] בחנה בעבודתה את בצועי מעבד האות הלא לינארי MSS (Median Smoothing & Substruction). המבצע סינון מדיאני לאות הכניסה, ומחסיר את האות המוחלק מן האות המקורי. ב-[2] בוצעה השוואה בין בצועי מסנן ה-MSS לא לינארי ומסנן WIENER.

המסקנות העיקריות אשר התקבלו מהשוואת בצועי המעבדים הנ"ל הן כדלקמן:  
א. ככל שגורם הקורלציה של אות ה-clutter גבוה יותר, בצועי המעבדים (מסננים לינארים ומעבד MSS) טובים יותר.

ב. בתנאי clutter בעל גורם קורלציה גבוה ( $\rho > 0.96$ ) בצועי מעבד ה-MSS מסדר ראשון  $MSS_1$  (עם חלון מדיאני באורך 3) טובים מבצועי מסנן WIENER.

ג. בתנאי clutter בעל גורם קורלציה נמוך ( $\rho < 0.9$ ) בצועי מסנן WIENER טובים מבצועי מעבד  $MSS_1$ .

ד. באיזורים מעורבים (clutter בעל גורם קורלציה גבוה ו-clutter בעל גורם קורלציה נמוך) כמו שמים ועננים בצועי מעבד  $MSS_1$  טובים מבצועי מסנן WIENER.

ה. באיזורים מעורבים בצועי מעבד  $MSS$  מסדר שני (חלון מדיאני באורך 5) נחותים בהשוואה לבצועי מסנן WIENER ובהשוואה לבצועי מעבד  $MSS$  מסדר ראשון.

יתרוננו הגדול של מסנן ה- $MSS$  על פני המסננים הלינארים הוא בפשטותו ואי תלות המסנן באות.

### 1.1.2 מעבדי אותות בציר הזמן

ניתן לישם את אותן טכניקות של סינון לינארי גם בציר הזמן אך הדבר דורש כמות גדולה של חישובים וזיכרון גדול. הטכניקות הפשוטות המקובלות הן חישוב הפרשים מסדרים שונים בין תמונות עוקבות כפי שמוצג במאמרים [3] ו [1].

גישה זו של הפרשים מסדרים שונים בין תמונות, היא בעלת ביצועים טובים כאשר המטרה משנה את הקואורדינטות שלה מתמונה לתמונה.

ב-[1] גם מראים שרווח העיבוד הכולל המורכב מסינון במישור התמונה ע"י מסנן WIENER (או מסננת מתואמת) ומהפרשים בין תמונות שווה למכפלת רווח העיבוד במישור התמונה ברווח העיבוד כתוצאה מהפרשים בין תמונות. כמו כן רווח העיבוד הכולל אינו משתנה אם משנים את סדר בצוע שני השלבים.

ב-[3] מוצע לבצע הפרשים מסדר גבוה בין תמונות עוקבות ושימוש בטרנספורם "Haugh" לגילוי המטרה מתוך תמונת ההפרש.

כשתי העבודות, [1] [3], ההנחה היא שהמטרה משנה את מקומה בתמונה בין תמונה לתמונה.

1.2 מבנה החיבור והחידושים שבו

במחקר זה הורחב טרנספורם "Hough" מטרנספורם המיועד לגילוי ישר (או עקומה) בתמונה לטרנספורם המיועד לגילוי ישר במרחב תלת מימדי. כמו כן הצענו להשתמש בהרחבה זו לגילוי מסלול המטרה (קו ישר) במרחב האות התלת מימדי (קואורדינטות בתוך התמונה וציר הזמן).

היתרון של השימוש בהרחבה הנ"ל הוא שאין צורך בהנחת שינוי מיקום המטרה בין תמונה לתמונה.

הצענו שני אלגוריתמים פשוטים יותר שהינם מקרים פרטים של ההרחבה הנ"ל: אלגוריתם המנהרה ואלגוריתם העקיבה.

במקרה של האלגוריתם הראשון (אלגוריתם המנהרה) פיתחנו גם מודל הסתברותי לתאור האות ולחישוב הסתברות הגילוי והסתברות התראות השוא. בצענו מדידות על האות לקבלת הסתברות גילוי והסתברות התראות שוא. השוואה בין תוצאות המדידה ותוצאות החישוב עפ"י המודלים הראתה התאמה טובה.

מבנה החיבור הוא כדלקמן:

פרק 2: דן בתכנון אותות הרקע (שהם אותות האופק בין שמים לים המהווים יחד עם רעש הגלאים והמעגלים האלקטרוניים את אותות ההפרעה) ואות המטרה.

פרק 3: דן בעיבוד האות במישור התמונה.

פרק 4: דן בעבוד בין מסגרת של האותות ובהרחבת טרנספורם "Hough" למקרה התלת מימדי.

פרק 5: דן באלגוריתם המנהרה המהווה מקרה פרטי של ההרחבה שבפרק 4 ובהצגת המודל ההסתברותי באלגוריתם זה.

פרק 6: דן באלגוריתם העקיבה המהווה מקרה פרטי של ההרחבה שבפרק 4.

פרק 7: מסכם את המחקר.

## פרק 2 תכונות אות הרקע והמטרות

בפרק זה נדון בתכונות אותות הרקע ובתכונות המטרה והתנהגותה בציר הזמן. לפני תאור תכונותיהם של אותות הרקע ותכונות המטרות, בקדים ונציין כי מחקר זה מתבסס בחלקו על אותות רקע אשר נמדדו ונרשמו באופן הבא: אותות הגלאים במערך הסורק הוגברו ע"י מגבר, והוקלטו ברשם וידאו, כך שהאותות המוקלטים מהווים סדרה של מסגרות. תמונות הוידאו אשר שמשו במחקר זה בעלות רצף זמני ביניהן.

### 2.1 תכונות זמביות וסטטיסטיות של אות הרקע

אות ההפרעה מורכב מ-clutter ומרעש הנוצר ע"י הגלאים והמעגלים האלקטרוניים כאשר המרכיב הדומיננטי הוא ה-clutter. אות ה-clutter מוצג אנרגיה שנקלטה ע"י הגלאי שמקורה ברקע כאשר במקרה שלנו הרקע אינו אחיד והוא מורכב משמים אופק וים. כל אחד מהאיזורים הללו בעל תכונות שונות ויותר מכך, כל אחד מהאיזורים הללו איננו הומוגני. השמים מורכבים מקטעי שמים כחולים וקטעי עננים. הים מורכב מקטעי גלים, קצף ומשטחי מים והאופק הינו איזור מעבר בין השמים לים.

השינויים באות בין האיזורים השונים ובתוכם יכולים להיות גדולים בכמה סדרי גודל מהשינויים באות הרעש הנובע מרעש הגלאים ורעש המעגלים האלקטרוניים.

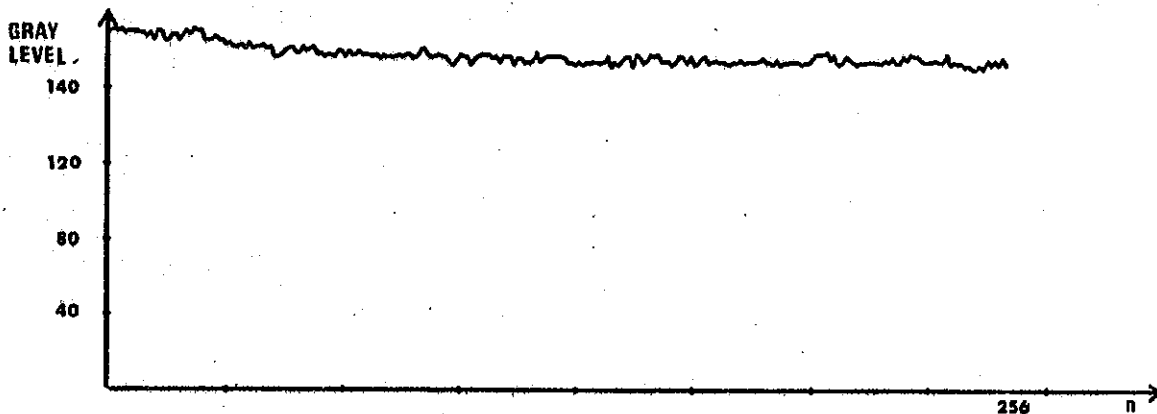
בציור 2.1 מוצגת שורה טיפוסית באות הנתון ובציור 2.2 מוצגת אותה שורה (בקנה מידה אחר) לאחר החסרת ממוצע השורה (רכיב ה-DC).

כדי לקבל מושג כללי על השינויים החריפים בתכונות האות בחלקים השונים של התמונה, חישבנו את השונות של כל אחת משורות התמונה והצגנו שוביות אלו בציור 2.3

### 2.2 ספקטרום ההספק של אות הרקע

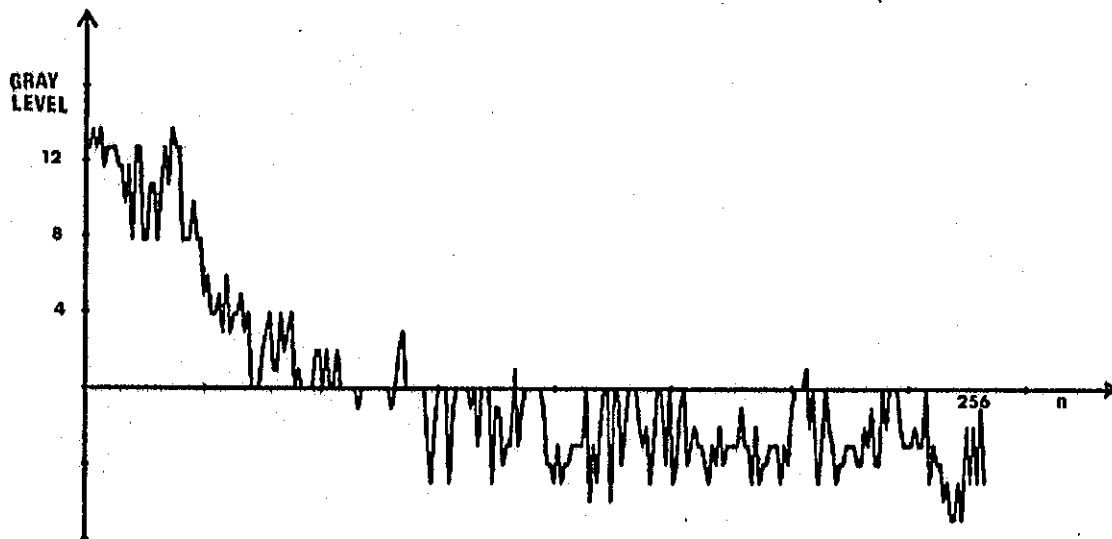
כפי שהראנו קודם לאות הרקע תכונות שונות באיזורים שונים של התמונה דבר הגורר חוסר סטציונריות של האות. אם האות היה בעל אזורים מוגדרים בעלי תכונות משותפות ניתן היה להפריד בין האזורים השונים ולשערך את ספקטרום ההספק של כל אחד מהאזורים הנ"ל בהנחה שבכל אחד מהאזורים המוגדרים האות סטציונרי. אך כיוון שלא ניתן לבדוד בקלות את האיזורים השונים בוצע שערך ספקטרום ההספק של אות הרקע ללא בדוד האזורים השונים.





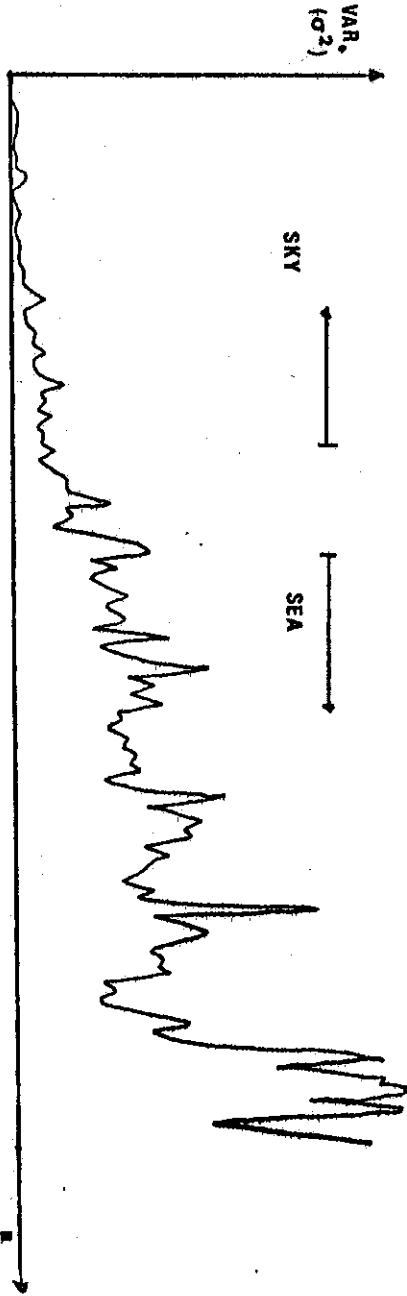
ציור 2.1: שורה טיפוסית באות הנתון.

Fig. 2.1: Typical Line in Video Signal.



ציור 2.2: שורה טיפוסית באות הנתון לאחר החסרת ממצע השורה.

Fig. 2.2: Typical Line in Video Signal after Line Average Substraction.



צירוף 2.3: שונות השורה כפונקציה של מספר השורה במסגרת (שורה עליונה=שורה מספר אפס).

Fig. 2.3: Line Variance Vs. Line Number (Top Line in Frame=Line Number 0).

- שערוך ספקטרום ההספק של אות הרקע בוצע בשלושה שלבים.
- החסרת הממצע של כל שורה מכל שורה בתמונה
  - חישוב ספקטרום ההספק של השורה
  - מיצוע ספקטרום ההספק של כל השורות.

בציור 2.4 מוצג ספקטרום ההספק המשוערך של אות הרקע. ניתן לראות כי הספק ה-clutter מרוכז בעיקר בתחום התדרים הנמוכים. לכן, כל מעבד אות חד-מימדי חייב להיות בעל תכונות של מסנן מעביר גבוהים.

### 2.3 הגדרת המטרות

לצורך בחינת יעילותם של מעבדי האות השונים (הסתברות הגילוי בתלות בהסתברות התראות השוא) היה עלינו להוסיף מטרות לאות.

המטרה הוגדרה כנקודתית, כלומר כל האנרגיה כתוצאה מהמטרה מופיעה בתוך PIXEL (תא תמונה) בודד בתמונה ועוצמת המטרה תמיד יותר בהירה מאות הרקע ב- $T_A$  (Target Amplitude) רמות אפור. המחקר נעשה עבור שני מקרים. מקרה אחד בו  $T_A$  הוא פרמטר המקבל שלושה ערכים (6,8,10), ומקרה שני בו  $T_A$  הוא בעל פילוג גאוסני עם ממוצע  $\bar{T}_A$  (6,8) וסטית תקן  $\sigma_{TA}=1$ .

המטרה נעה בין מסגרות תמונה בתנועה שהיא סיכום של שלושת התנועות הבאות:

- תנועה לינארית בציר האופקי בלבד. תנועה זו נמדדת במספר ה-PIXELS של התזוזת לכל מסגרת והיא קבועה עבור רצף תמונות

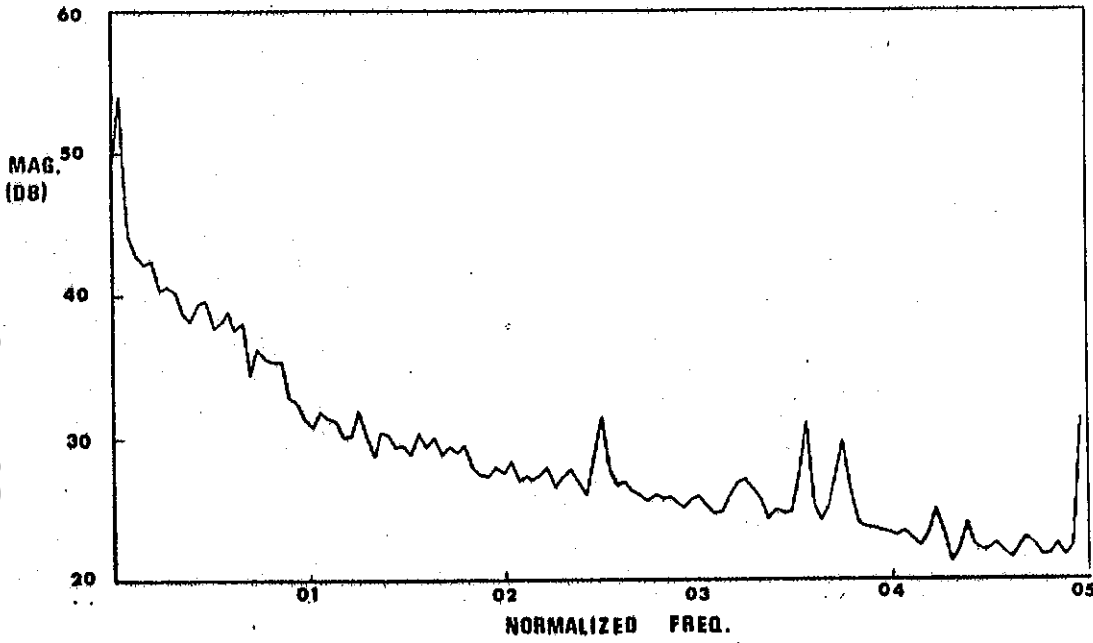
$$(2.1) \quad H_V = \frac{n_{ph}}{N_F}$$

$H_V$  - מהירות אופקית (Horizontal Velocity) כאשר יחידת המהירות היא PIXELS למסגרת.

$n_{ph}$  - מספר ה-PIXELS שהמטרה עברה בכיוון האופקי ב  $N_F$  מסגרות עוקבות.

$H_V$  - יקבל ערכים בתחום [0,1] כאשר ערך טיפוסי עבור  $H_V$  הוא  $H_V=0.15$ .

$H_V$  שימש כפרמטר במחקר ובוצעו ניסויים עבור ארבעה ערכי  $H_V$  (0,0.15,0.5,1)



ציר 2.4: ספקטרום החטף המשוער של אות ההפרעה.

Fig. 2.4: Clutter Power Spectrum.

ב. תנועה לינארית בציר האנכי בלבד. תנועה זו נמדדת במספר ה-PIXELS לכל מסגרת והיא קבועה עבור רצף תמונות

$$(2.2) \quad V_V = \frac{n_{PV}}{N_F}$$

$V_V$  - מהירות אנכית (Vertical Velocity) כאשר יחידת המהירות היא PIXELS למסגרת.

$n_{PV}$  - מספר ה-PIXELS שהמטרה עברה בכיוון האנכי ב  $N_F$  מסגרות עוקבות.

$V_V = 0.05$  - יקבל ערך יחיד לאורך כל המחקר

ג. תנועה אקראית בשני הצירים המאופינת ע"י תזוזה בזווית  $\theta$  למרחק  $r$ .

$r$  - מפולג נורמלית עם ממוצע אפס וסטית תקן 0.4 כאשר הפילוג מוגבל בתחום  $[-2, 2]$

$\theta$  - מפולג אחיד בתחום  $[0, \Pi]$  (כיוון ש- $r$  מקבל גם ערכים שליליים).

התנועה הכוללת של המטרה בציר הזמן היא סכום התנועות שפורטו לעיל.

פרק 3 עיבוד האות במישור התמונה

בפרק זה נתאר את העיבודים והבדיקות השונות שבצענו באות במישור התמונה. בעבודתה של אריאלה זעירא [2] נמצא מסנן ה-MSS מסדר ראשון כבעל ביצועים עדיפים על פני המסננים הלינאריים עבור אותות חדומים לאלו ששמשו אותנו במחקר זה.

במחקר זה בדקנו את ביצועי מסנן ה-MSS<sub>1</sub> והשוונו אותם לביצועי מסנן MSS<sub>2</sub>, מסנן MSS<sub>1</sub> דו-מימדי (עם חלון ריבועי 3x3 נקודות) והמסקנה שהתקבלה ב[2] קיבלה אישור גם בעבודתנו. יתר על כן ביצועי מסנן ה-MSS<sub>1</sub> על אות הוידאו לאורך השורות בתמונה (מקביל לאופק) היו עדיפים על ביצועי מסנן ה-MSS<sub>1</sub> על אות הוידאו לאורך העמודות בתמונה.

בגלל התוצאות הנ"ל נבחר מסנן ה-MSS<sub>1</sub> המעבד את אות הוידאו לאורך השורות כמעבד האות במישור התמונה במחקר זה.

3.1 הגדרת מסנן ה-MSS מסדר N

היה הסדרה הדיסקרטית  $\{S_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$  סדרת חכניסה למסנן ה-MSS מסדר N (MSS<sub>N</sub>) ו  $\{x_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$  סדרת היציאה יהיה N שלם חיובי המציין את סדר המסנן, יהיה  $M=2 \times 2 + 1$  אורך חלון המסנן אזי

$$(3.1) \quad X_i = S_i - \text{Median}[S_{i-N}, S_{i-N+1}, \dots, S_i, \dots, S_{i+N}]$$

כאשר Median של קבוצת איברים  $[S_{i-N}, \dots, S_i, \dots, S_{i+N}]$  הינו האבר החיצוני בקבוצה זו, זאת אומרת אם נסדר קבוצה זו בסדר עולה (או יורד) האבר האמצעי בקבוצה מסודרת זו יהיה האבר החיצוני (לפחות חצי מאברי הקבוצה גדולים או שווים לו ולפחות חצי מאברי הקבוצה קטנים או שווים לו).

הסינון המדיאני הוצע לראשונה ע"י Tukey [4] אשר השתמש בסינון מדיאני כשיטת החלקה באנליזת סדרות זמביות.

עבודות רבות [5-16] עסקו בסינון המדיאני בתכונותיו הסטטיסטיות ובמימוש המהיר שלו.

הסינון המדיאני נמצא יעיל ביותר לדיכוי דעש אימפולסי ודעש מסוג Salt of Pepper ולשמירה על קצוות חדים באות.

בעבודתה של זעירא [2] מוצג סיכום התכונות של המסנן המדיאני.

3.2 הערת ביצועי מסנן ה-MSS מסדר ראשון

בציור 3.1 מוצגת שורה בתמונת וידאו של אות ההפרעה הנתון. הסדרה  $\{s_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$  מוצגת את אות ההפרעה המורכב מרעש ו Clutter.

לצורך דימוי מטרות בנינו את הסדרה  $\{s_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$  כאשר  $T_A$  מקבל את הערך  $T_A$  כאשר יש בנקודה ה-n -ית מטרה ואת הערך "0" כאשר אין בנקודה ה-n -ית מטרה. הסדרה  $\{T_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$  גם היא, כמו הסדרה  $\{s_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$ , תוצאה של סידור ה-PIXELS של מסגרות עוקבות לפי שורות בטור אינסופי.

כאשר מטפלים באות ללא מטרות בעיבוד הוא של סדרה  $\{s_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$  וכאשר מטפלים באות עם מטרות אזי הסידרה המעובדת היא מהווה סיכום איבר מול איבר של שתי הסדרות  $\{s_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$  ו  $\{T_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$ .

את המטרות בסדרה  $\{T_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$  פיזרנו לפי הגדרת המטרה שבפרק 2 (עם שלושת התנועות: תנועה לינארית בציר האנכי, תנועה לינארית בציר האופקי ותנועה אקראית בשני הצירים) עבור זוגות הפרמטרים הבאים:

$T_A$	6	8	10	10	10	10
$H_V$	0.15	0.15	0.15	0.0	0.5	1.0

וכן כאשר לערכי  $T_A$  פילוג גאומי עם ממוצע 8 או 6  $\bar{T}_A=6$  וסטית תקן  $\sigma_{T_A}=1$ .  
וערכים מוגבלים עבור  $\bar{T}_A=6$  בתחום  $T_A \in [6, 10]$ .

מקום המטרה הוא אקראי עם אילוף של מרחק מינימלי של 12 PIXELS בין המטרות בציר האופקי ו 9 PIXELS בציר האנכי.

בציור 3.1 מוצגת שורה של האות שהיא קטע של הסדרה  $\{s_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$ . בציור 3.2 מוצגת שורה של מטרות.

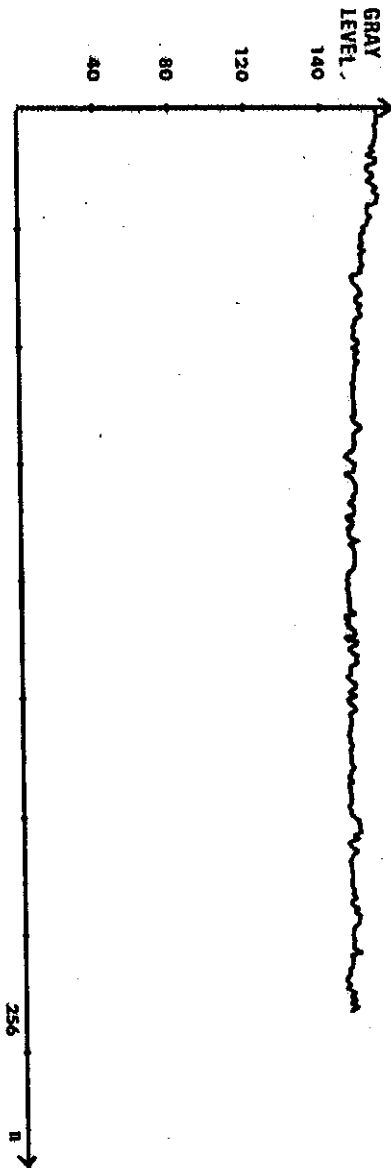
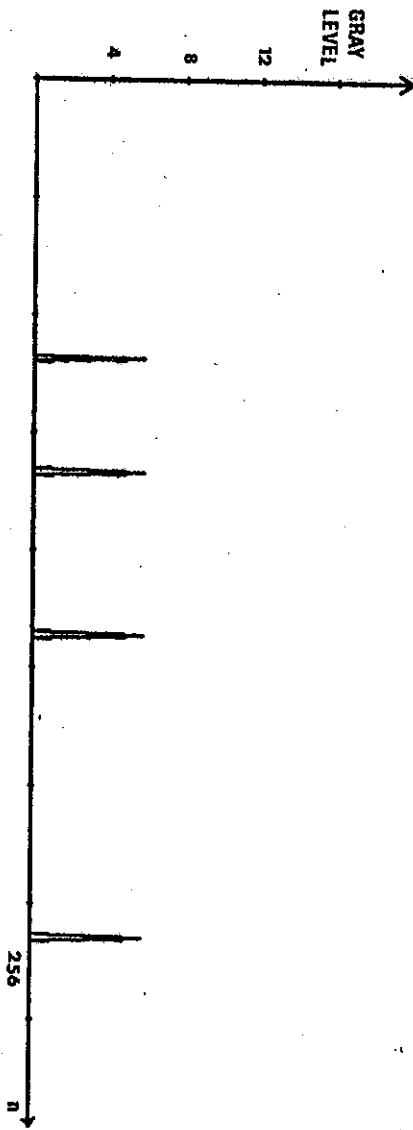


Fig. 3.1: Typical line in Video Signal.

שורה סטנדרטית באותו הזמן : 3.1 נקודה





צילום : 3.2 שורה טיפוסית בתמונת מטרה.  
Fig. 3.2: Typical line in Video Target Picture.

שהיא קטע של הסדרה  $\{T_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$  (שים לב ששני הצינורים האחרונים לא באותו קנה מידה) ו בציר 3.3 מוצגת שורה של האות עם המטרות שהיא קטע של הסדרה  $\{S_i + T_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$ .

בציר 3.4 חזרנו והצגנו את השורה שבציר 3.1 לאחר החסרת ממוצע השורה ושינוי קנה המידה של ציר ערך רמת האפור פי 10. את אותה הפעולה בצענו על ציר 3.3 ואת התוצאה הצגנו בציר 3.5.

כפי שהגדרנו קודם, הסדרה  $\{S_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$  מוצגת את אות ההפרעה ללא מטרות המורכב מרעש ו Clutter. את מרכיב הרעש ב-PIXEL ה- $i$  נסמן ע"י  $N_i$  ואת מרכיב ה-Clutter נסמן ע"י  $C_i$ .

בדקנו שתי אפשרויות לקשר בין  $N_i$  ו  $C_i$  :

א. קשר אדיטיבי  $S_i = N_i + C_i$

ב. קשר מולטיפליקטיבי  $S_i = C_i \times (1 + N_i)$   $N_i \ll 1$

אם מניחים שהקשר בין הרעש ל-Clutter הינו אדיטיבי הרי שמסנן  $MSS_1$  מסדר ראשון יתן התוצאה הבאה

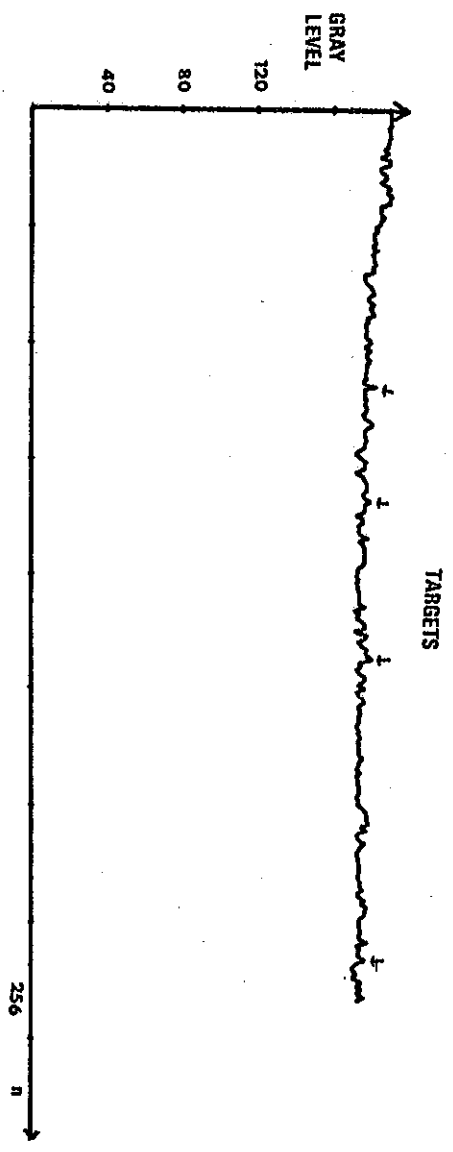
$$(3.2) \quad X_i = \begin{cases} C_i - C_{i-1} + N_i - N_{i-1} & \text{IF } S_{i-1} = \text{Median}[S_{i-1}, S_i, S_{i+1}] \\ 0 & \text{IF } S_i = \text{Median}[S_{i-1}, S_i, S_{i+1}] \\ C_i - C_{i+1} + N_i - N_{i+1} & \text{IF } S_{i+1} = \text{Median}[S_{i-1}, S_i, S_{i+1}] \end{cases}$$

מאחר ואנחנו מניחים שהשתנות ה-Clutter איטית ביותר ביחס להשתנות הרעש לכן

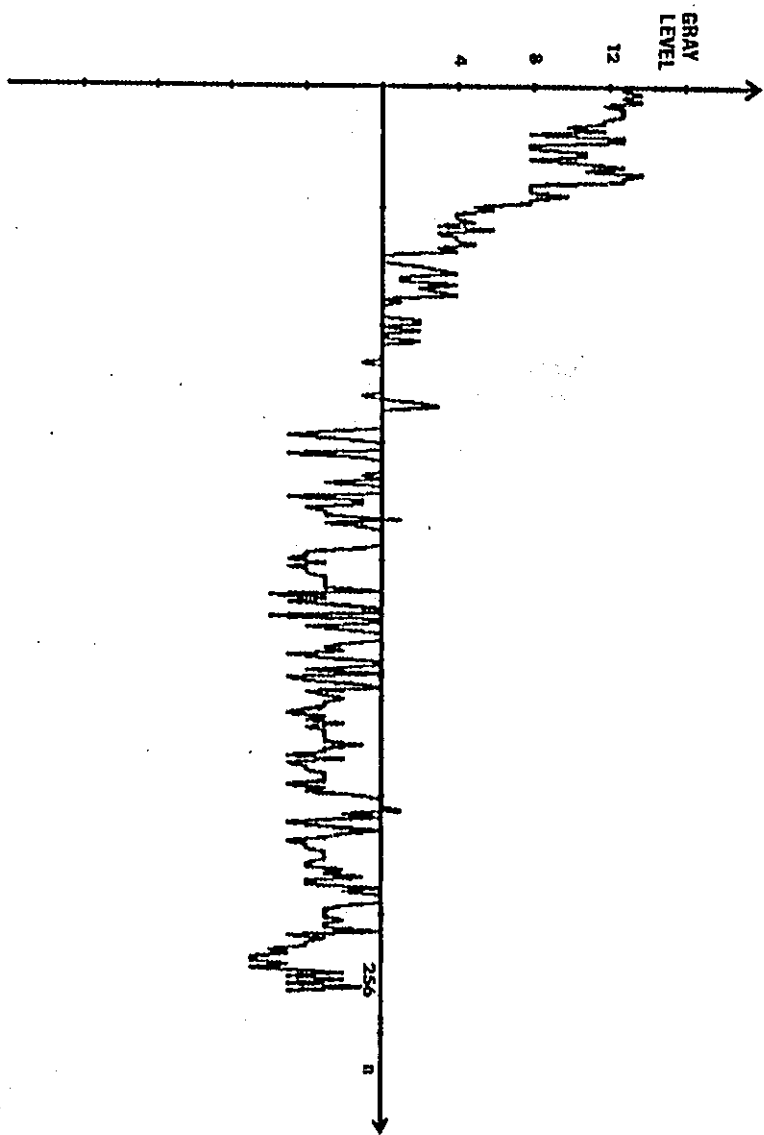
$$(3.3) \quad C_{i-1} \cong C_i \cong C_{i+1}$$

לכן הצבת (3.3) ב (3.2) נותנת לנו את הקירוב הבא:

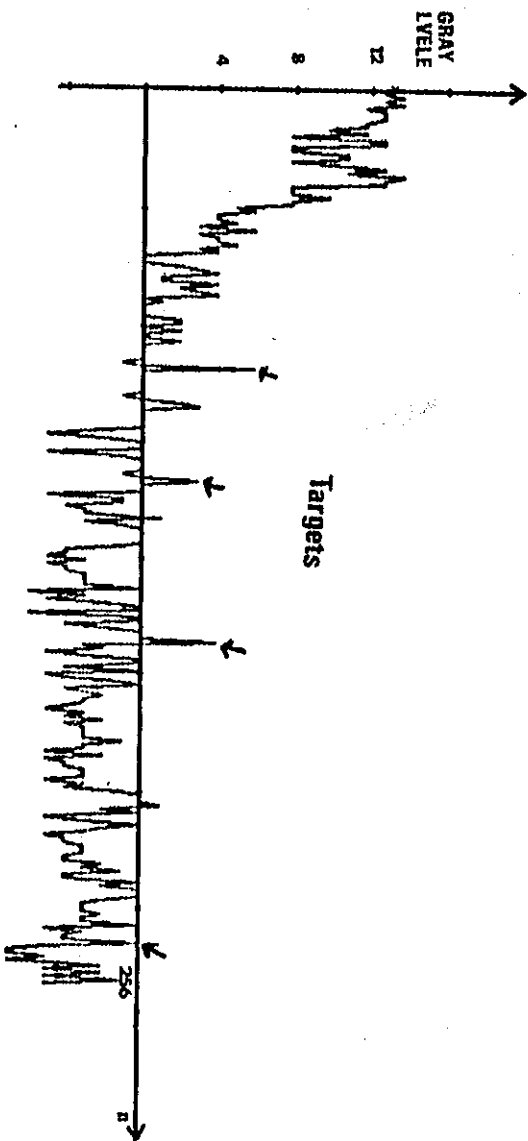
$$(3.4) \quad X_i \cong \begin{cases} N_i - N_{i-1} & \text{IF } S_{i-1} = \text{Median}[S_{i-1}, S_i, S_{i+1}] \\ 0 & \text{IF } S_i = \text{Median}[S_{i-1}, S_i, S_{i+1}] \\ N_i - N_{i+1} & \text{IF } S_{i+1} = \text{Median}[S_{i-1}, S_i, S_{i+1}] \end{cases}$$



צילום 3.3: שורת טרפזים באות הנחון (עם מטלות).  
Fig. 3.3: Typical Line in Video Signal (with Targets).



צילום 3.4: שורה טיפוסית באות הנמוך לאחר הסרת  
מוצע השורה.  
Fig. 3.4: Typical Line In Video Signal after  
Line Average Substraction.



צילור 3.5: שורה טלפוסקופית באות הנתון (עם מערות)  
לאחר הסרת ממוצע השורה.

Fig. 3.5: Typical Line in Video Signal (with  
Targets) after Line Average Subtraction.

אם לעומת זאת מניחים שהקשר בין הרעש ל-Clutter הינו מולטיפליקטיבי  
 הרי שאת מעבד ה-MSS מסדר ראשון יש להזיז בלוגריתם אות ההפרעה ואז נקבל

$$(3.5) \quad X_i \cong \begin{cases} \log C_i - \log C_{i-1} + N_i - N_{i-1} & \text{IF } S_{i-1} = \text{Median}[S_{i-1}, S_i, S_{i+1}] \\ 0 & \text{IF } S_i = \text{Median}[S_{i-1}, S_i, S_{i+1}] \\ \log C_i - \log C_{i+1} + N_i - N_{i+1} & \text{IF } S_{i+1} = \text{Median}[S_{i-1}, S_i, S_{i+1}] \end{cases}$$

את ביטוי (3.5) קיבלנו כיוון שניתן לפרק את  $\log C_i(1+N_i)$  לפרק לטור  
 טיילור באופן הבא

$$(3.6) \quad \log C_i(1+N_i) = \log C_i + \log(1+N_i) = \log C_i + N_i - \frac{N_i^2}{2} + \frac{N_i^3}{3} - \frac{N_i^4}{4} + \dots$$

$|N_i| < 1$

כאשר מניחים  $N_i < 1$  ניתן לקרב את ביטוי (3.6) בצורה הבאה

$$(3.7) \quad \log C_i(1+N_i) \cong \log C_i + N_i$$

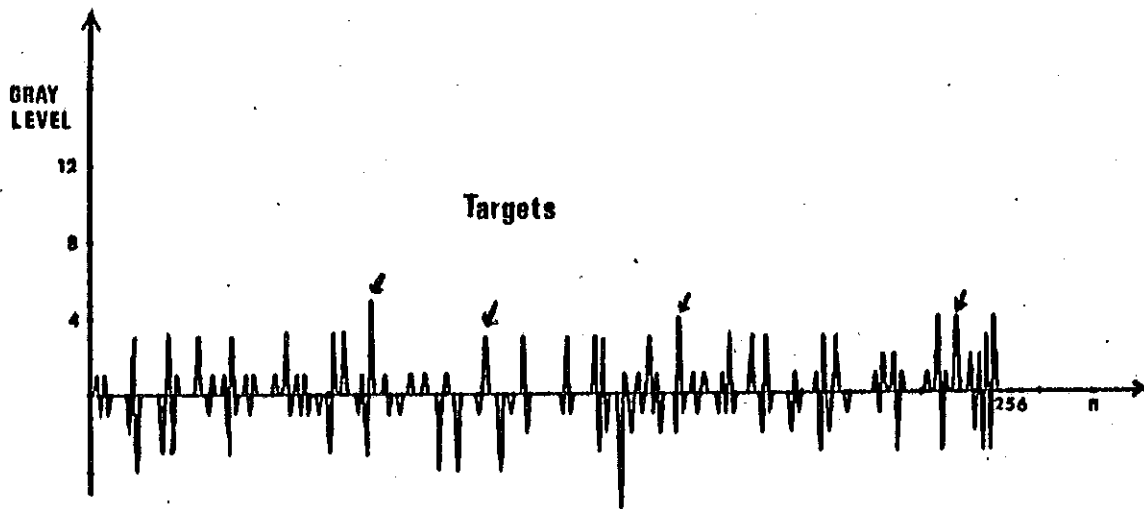
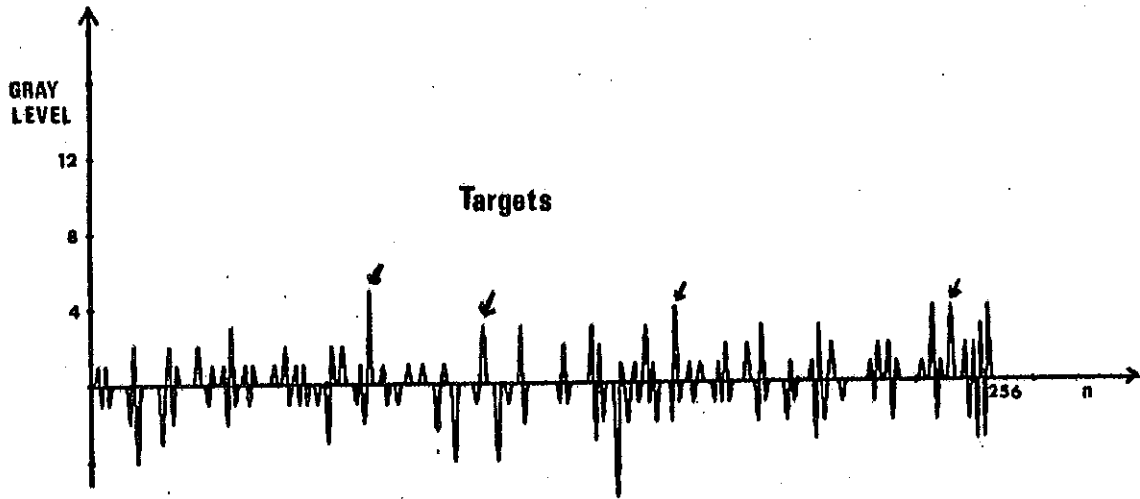
אם משתמשים בהנחת הקירוב של ביטוי (3.3) לגבי ה-Clutter ניתן לקבל קירוב  
 לביטוי (3.5) באופן הבא:

$$(3.8) \quad X_i \cong \begin{cases} N_i - N_{i-1} & \text{IF } S_{i-1} = \text{Median}[S_{i-1}, S_i, S_{i+1}] \\ 0 & \text{IF } S_i = \text{Median}[S_{i-1}, S_i, S_{i+1}] \\ N_i - N_{i+1} & \text{IF } S_{i+1} = \text{Median}[S_{i-1}, S_i, S_{i+1}] \end{cases}$$

אות ההפרש (תפוקת מסנן ה-MSS) עם ביצוע LOG ללא ביצוע LOG מוצג בצורה 3.6

כדי להחליט איזו מבין שתי ההנחות לגבי הקשר בין הרעש ל-Clutter (אדיטיביות  
 או מולטיפליקטיביות) היא המתאימה לאות שברשותינו חישבנו את אופיין הסתברות  
 הגילוי כפונקציה של הסתברות התראות השוא.

תחילה נגדיר את שיטת הדטקציה:



צילור 3.6: שורה טיפסית של אוח (עם מטרות) במוצא מעבד ה-MSS<sub>1</sub>.

Fig. 3.6: Typical Line in Signal (with Targets) fo the MSS<sub>1</sub> processor output.

נסמן  $\triangleq T_G$  סף (רמת אפור)

חוק ההחלטה:  $X_i \geq T_G$  בדגם  $i$  יש מטרה

(3.9)

$X_i < T_G$  בדגם  $i$  אין מטרה

ונגדיר

(3.10)  $PFA \triangleq Prob\{X_i \geq T_G | H_0\}$

הסתברות התראות שוא

(3.11)  $PD \triangleq Prob\{X_i \geq T_G | H_1\}$

הסתברות גילוי

כאשר

$H_0$  מצין הנחת אי קיום מטרה

$H_1$  מצין הנחת קיום מטרה.

בציור 3.7 מוצגים אופיני הסתברות הגילוי כפונקציה של הסתברות התראות  
השוא כאשר בצענו את עיבוד ה- $MSS_1$  פעם על האות ופעם על לוגריתם האות.

מתוך התוצאות נראה כי הנחת קשר של אדיטיביות בין הרעש ל-Clutter נותנת  
תוצאות טובות יותר ולכן נביח כי היא המתאימה יותר כאן.

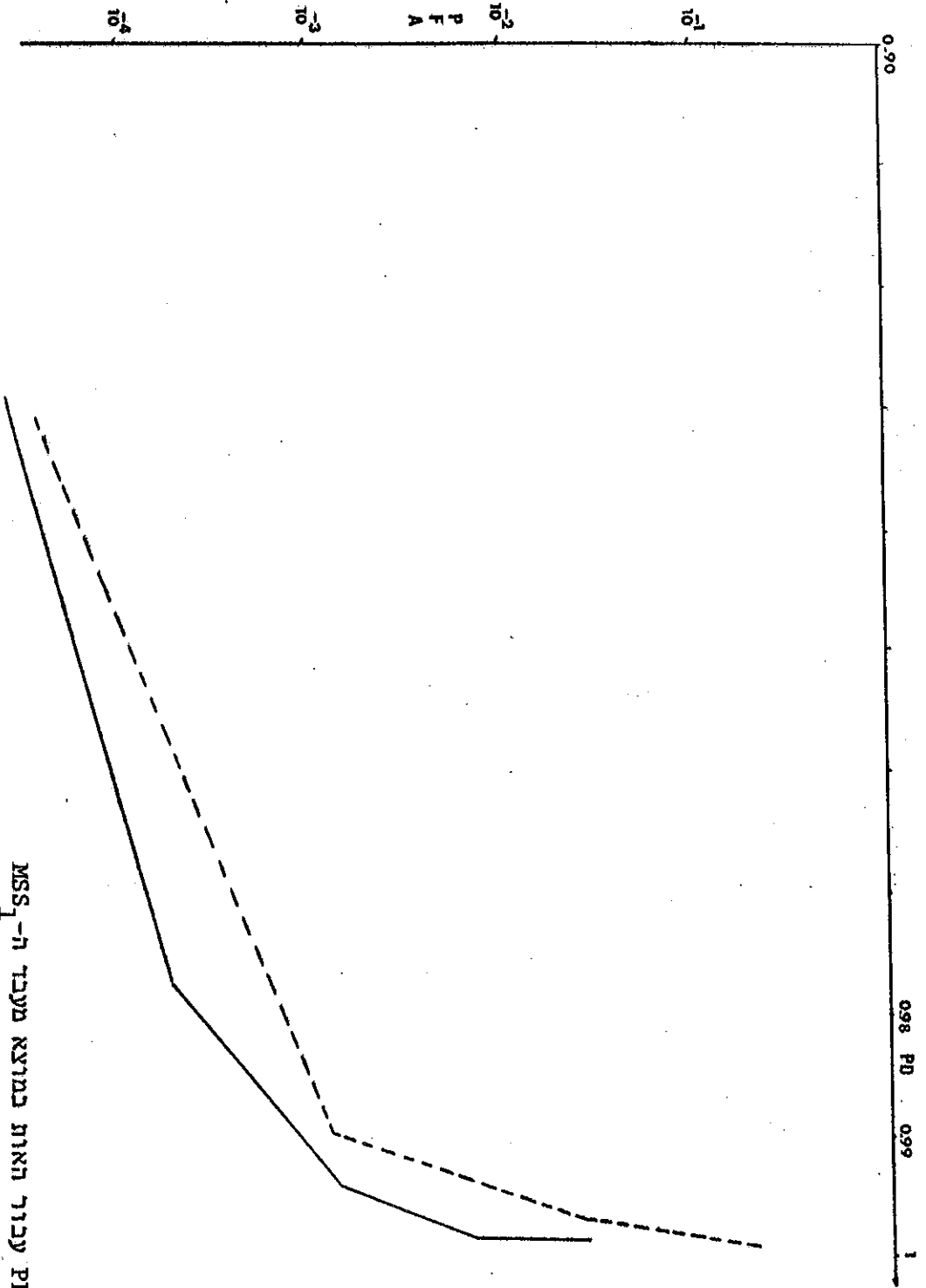
3.3 תכונות מיוחדות של האות במוצא ה- $MSS$

בדקנו את השפעת שינוי עוצמת המטרה ( $T_A$ ) על אופין הסתברות הגילוי כפונקציה  
של הסף עבור שלושה ערכי  $T_A$  (6,8,10) כאשר בכל שלושת המקרים המחירות האופקית  
של המטרה שווה. ( $H_V=0.15$ ). התוצאה מוצגת בציור 3.8.

התופעה המעניינת שבתוצאה האחרונה היא שהסתברות הגילוי עבור סף  $T_{G1}$  נתון  
ועבור עצמת מטרה  $T_{A1}$  נתונה שווה להסתברות הגילוי עבור סף  $T_{G1} + \Delta$  ועבור עצמת  
מטרה  $T_{A1} + \Delta$ . תוצאה זאת ניתן לבצע ע"י השוויון הבא.

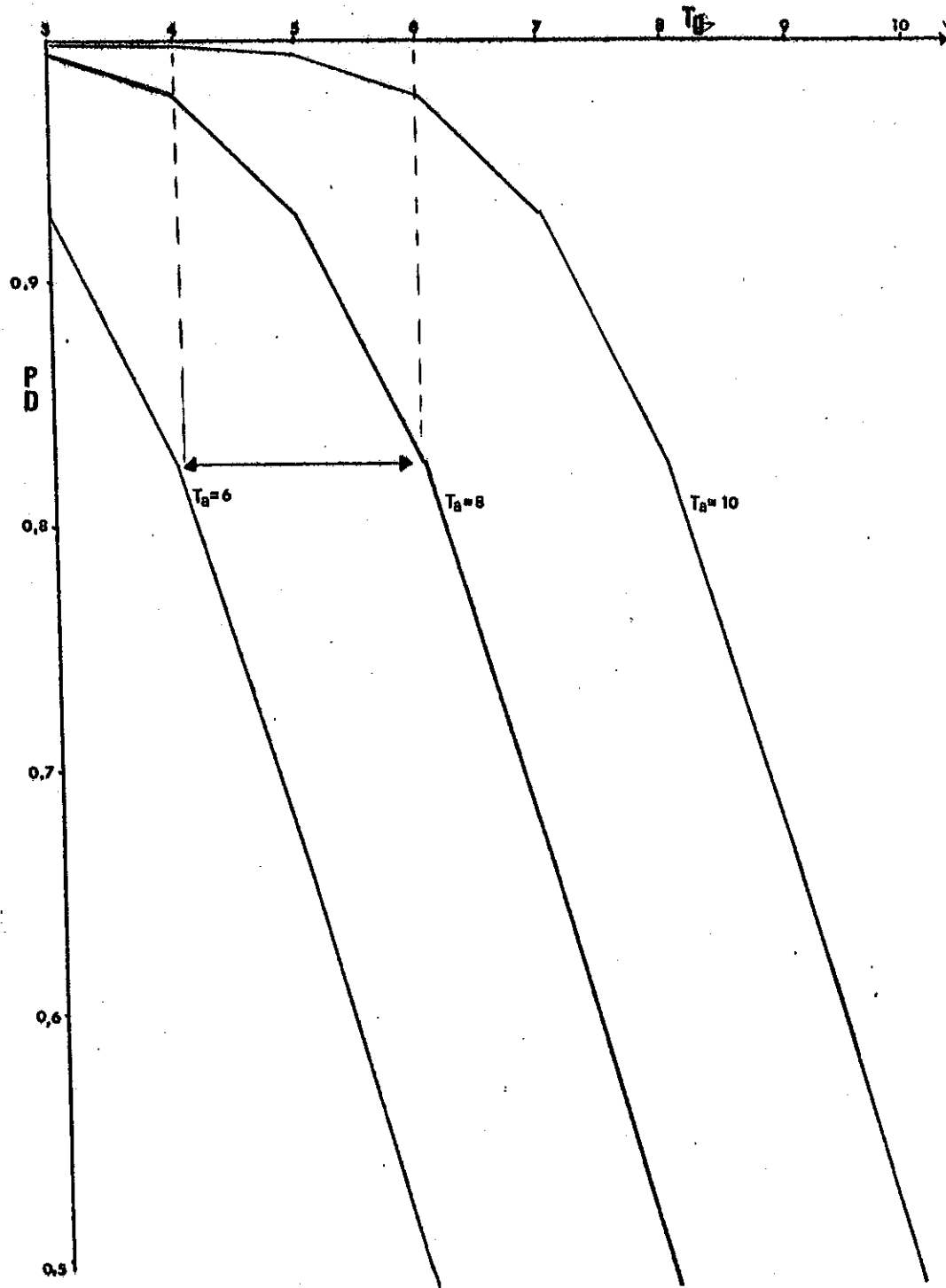
(3.12)  $P_r\{X_i \geq T_{G1} | H_1, T_A = T_{A1}\} = P_r\{X_i \geq T_{G1} + \Delta | H_1, T_A = T_{A1} + \Delta\}$





ציור 3.7: PD כפונקציה של PFA עבור האות במוצא מעבד ה-MSS<sub>1</sub> (עם וכלי הישור לוגריתם האות בכניסה).

Fig. 3.7: PD Vs. PFA for the Output Signal of the MSS<sub>1</sub> Processor (With and Without Logarithm Computation at the Input of the MSS<sub>1</sub>).



ציר 3.8: PD כפונקציה של  $T_G$  עבור האות המוצא מעבד ה- $MSS_1$  עבור ערכי  $T_A$  שונים.

Fig. 3.8: PD Vs.  $T_G$  of the Signal at the Output of the  $MSS_1$  Processor for number of  $T_A$  Values.

נקדיש את הפסקה הבאה להסבר התופעה הנ"ל.

נסמן את האות הנתון (ללא מטרוח) ע"י הסדרה  $\{S_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$  כאשר  $S_i$  מיצג את ערך רמת האפור של ה-PIXEL ה- $i$  כאשר מסדרים את ה-PIXELS של המסגרות העוקבות לפי שורות בטור אינסופי.

הראנו קודם שאת המטרות ניתן לסמן ע"י סדרה אינסופית  $\{T_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$  כאשר

$$(3.13) \quad T_i = \begin{cases} T_A & \text{IF } H_1 \text{ is true} \\ 0 & \text{IF } H_0 \text{ is true} \end{cases}$$

מסיכום שתי הסדרות  $\{S_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$  ו  $\{T_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$  נקבל את הסדרה  $\{S_i + T_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$  עליה נבצע את עיבוד ה- $MSS_1$  לקבלת אות ההפרש  $\{X_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$

$$(3.14) \quad X_i = S_i + T_i - \text{Mediam} \{S_i + T_{i-1}, S_i + T_i, S_{i+1} + T_{i+1}\}$$

כיוון שפיזרנו את המטרות ברווחים גדולים הרי שלתוך חלון הסינון המדיאני תכנס רק מטרה אחת לכל היותר.

נניח שבנקודה  $i$  קיימת מטרה אזי ניתן להניח כי מתקיים

$$(3.15) \quad \begin{aligned} S_{i-2} + T_{i-2} &= S_{i-1} \\ S_{i-1} + T_{i-1} &= S_{i-1} \\ S_i + T_i &= S_i + T_A \\ S_{i+1} + T_{i+1} &= S_{i+1} \\ S_{i+2} + T_{i+2} &= S_{i+2} \end{aligned}$$

זאת מכיוון שאם  $T_i = T_A$  אזי במרחק מספר PIXELS ממנו לכל כיוון אין מטרה

נוספת.

נחלק את הציר הממשי לשלושה תחומים בתלות בערכי שלושת הדגמים

$$s_{i+1}, s_i, s_{i-1}$$

$$(3.16) \quad \begin{aligned} R^+ &\triangleq \{x \mid x > [\text{MAX}\{s_{i-1}, s_{i+1}\} - s_i]\} \\ R^0 &\triangleq \{x \mid [\text{MIN}\{s_{i-1}, s_{i+1}\} - s_i] \leq x \leq [\text{MAX}\{s_{i-1}, s_{i+1}\} - s_i]\} \\ R^- &\triangleq \{x \mid x < [\text{MIN}\{s_{i-1}, s_{i+1}\} - s_i]\} \end{aligned}$$

$$(3.17) \quad \text{Median}\{s_{i-1}, s_i, s_{i+1}\} = \begin{cases} \text{MAX}\{s_{i-1}, s_{i+1}\} & \text{IF } T_A \in R^+ \\ s_i + T_A & \text{IF } T_A \in R^0 \\ \text{MIN}\{s_{i-1}, s_{i+1}\} & \text{IF } T_A \in R^- \end{cases}$$

קל לראות כי

לכן במוצא מסנן ה- $MSS_1$  נקבל

$$(3.18) \quad X_i = \begin{cases} T_A - [\text{MAX}\{s_{i-1}, s_{i+1}\} - s_i] & \text{IF } T_A \in R^+ \\ 0 & \text{IF } T_A \in R^0 \\ T_A - [\text{MIN}\{s_{i-1}, s_{i+1}\} - s_i] & \text{IF } T_A \in R^- \end{cases}$$

וכן ניתן לראות כי

$$(3.19) \quad X_i = \begin{cases} \text{חיובי} & \text{IF } T_A \in R^+ \\ 0 & \text{IF } T_A \in R^0 \\ \text{שלילי} & \text{IF } T_A \in R^- \end{cases}$$

נבחר  $T_{A1}$  כזה שעבור כל  $i$  PIXEL שבו קיימת מטרה מתקיים  $T_{A1} \in R^+$  לכן נוכל לרשום את הביטוי הבא.

$$(3.20) \quad X_i = T_{A1} - [\text{MAX}\{s_{i-1}, s_{i+1}\} - s_i] > 0$$

כיוון שחלק הביטוי הנ"ל הנתון בתוך סוגרים מרובעות תלוי באות ההפרעה בלבד, הרי שעבור ערכי  $i$  בהם קיימת מטרה,  $X_i$  תלוי לינארית בערך  $T_A$ .

אם נבחר  $T_{A2}$  כך ש  $T_{A2} = T_{A1} + \Delta$  הרי שאם  $T_{A1} \in R^+$  זה גורר שגם  $T_{A2} = T_{A1} + \Delta \in R^+$  לכן מתקיים

$$(3.21) \quad \hat{X}_i = T_{A1} + \Delta - [\text{MAX}\{s_{i-1}, s_{i+1}\} - s_i]$$

$X_i$  הוא תפוקת ה- $MSS_i$  כאשר ב-PIXEL  $i$  קיימת מטרה בעצמה  $T_{A1}$  ו- $\hat{X}_i$  הוא תפוקת ה- $MSS_i$  כאשר ב-PIXEL  $i$  קיימת מטרה בעצמה  $T_{A1} + \Delta$  (אות ההפרעה  $\{s_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$  זהה בשני המקרים).

מ (3.20) ומ (3.21) מקבלים כי

$$(3.22) \quad \hat{X}_i = X_i + \Delta$$

כלומר הגדלת ערך המטרה ב- $\Delta$  גורר הגדלת ערך תפוקת מסנן ה- $MSS_i$  בנקודות בהן קיימת מטרה ב- $\Delta$ .

לכן ניתן לרשום

$$(3.23) \quad P_r \{ \hat{X}_i \geq T_G + \Delta | H_1 \} = P_r \{ X_i + \Delta \geq T_G + \Delta | H_1 \}$$

$$(3.24) \quad P_r \{ \hat{X}_i \geq T_G + \Delta | H_1 \} = P_r \{ X_i \geq T_G | H_1 \}$$

ביטוי (3.24) הוא בדיוק שווה לביטוי (3.12) ובכך הוכחנו את הטענה של ביטוי (3.12).

מה שנוותר לבדוק הוא האם בכל הנקודות בהן פזרנו מטרות  $T_A \in R^+$  הבדיקה העלתה כי עבור ערכו  $\geq 5$  הרי ש  $T_A \in R^+$ .

מתוך תוצאות הבדיקה מתברר ששלושת המקרים שבדקנו עבור  $T_A \in (6, 8, 10)$  מתקיים התנאי  $T_A \in R^+$  וזה מסביר את התוצאות המוצגות בציר 3.8.

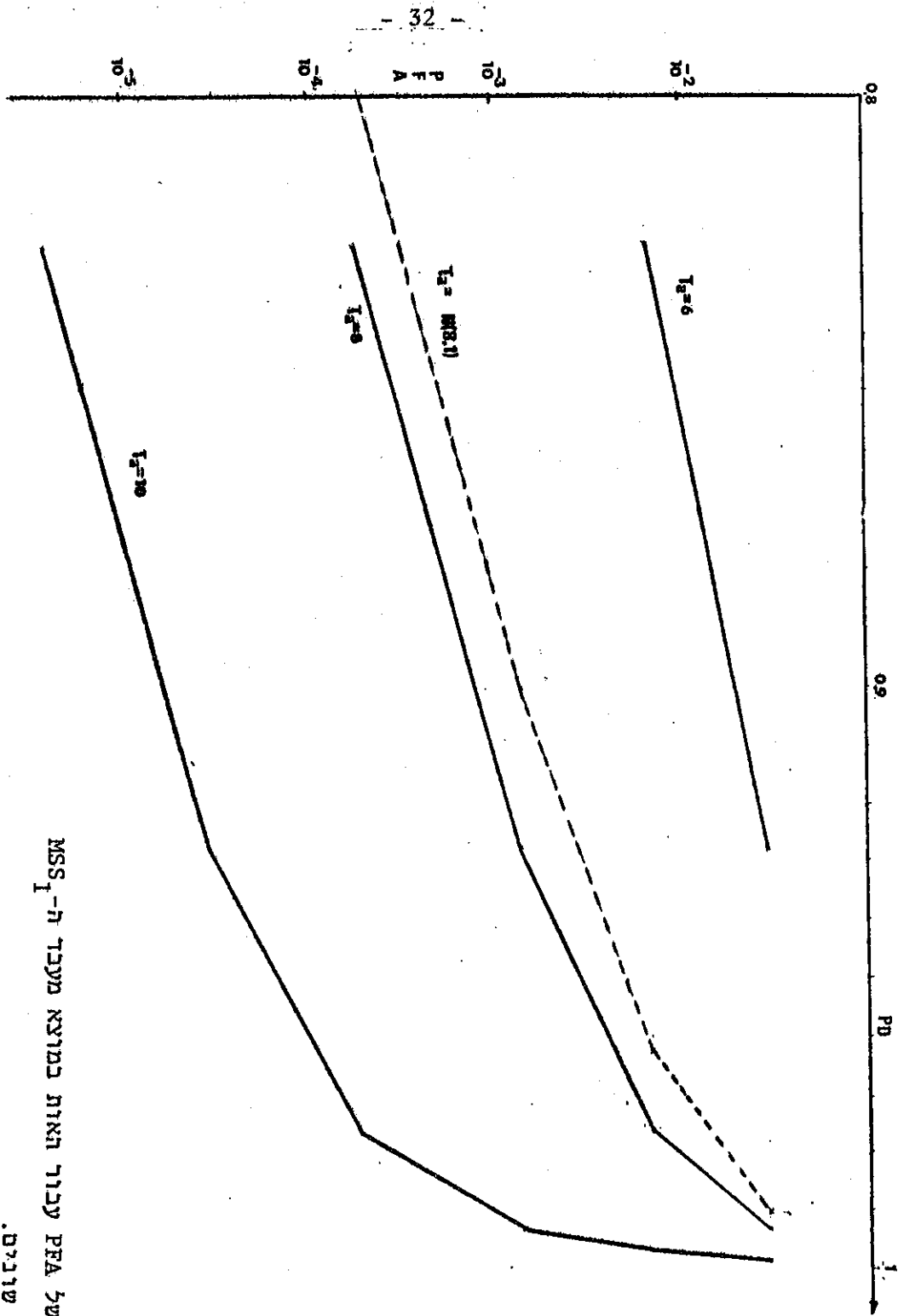


Fig. 3.9: PD Vs. PFA of the Signal at the output of the MSS<sub>I</sub> Processor for Number of T<sub>A</sub> Values.

ציור 3.9: PD כפונקציה של PFA עבור האות במוצא מעבד ה-MSS<sub>I</sub> עבור ערכי T<sub>A</sub> שונים.

פרק 4: עיבוד בין מסגרת של האות

4.1 מבוא

המטרה המרכזית של מחקר זה היא לבחון את האפשרות להקטין את הסתברות התראות השוא בצורה משמעותית עבור הסתברות גילוי נתונה.

בפרק 3 ראינו שע"י עיבוד האות במישור התמונה מקבלים עבור הסתברויות גילוי גבוהות ( $PD > 0.9$ ) - הסתברות התראות שוא גדולה למדי. לדוגמא, עבור עצמת מטרה  $T_A = 6$  הסתברות התראות השוא גדולה מ- $10^{-2}$ .

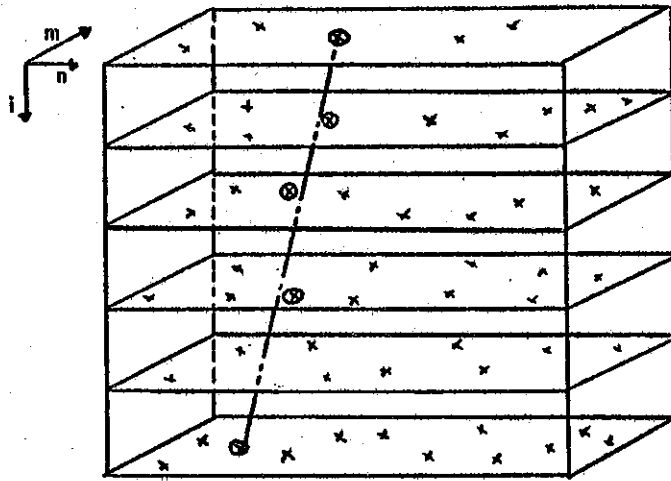
קרוב לוודאי שניתן להקטין את הסתברות התראות השוא ע"י שיפור חסינון או מימוש סף אדפטיבי אך קשה להניח שעבור עבוד האות חנתון במסגרת בודדת אפשר יהיה להוריד את הסתברות התראות השוא לרמות של  $10^{-5}$  ומטה עבור הסתברויות גילוי גבוהות ( $PD > 0.9$ ).

במחקר זה השתמשנו במידע הקיים לגבי האות והמטרה במסגרות עוקבות על מנת להקטין את הסתברות התראות השוא.

את האות ניתן לסדר בצורה תלת מימדית ע"י סידור המסגרות אחת על השניה כפי שמתואר בציור 4.1. מתקבלת מערכת בעלת שלושה צירים ( $m, n, i$ ) כאשר צירים  $m$  ו- $n$ , מוגדרים בכל מסגרת כציר השורות וציר העמודות בהתאמה, וציר  $i$  הוא ציר "הזמן" (Temporal Axis) אשר יחידותיו הן מספר המסגרת (אותו ניתן להמיר לזמן, כיוון שידוע אינטרוול הזמן הקבוע בין מסגרת למסגרת).

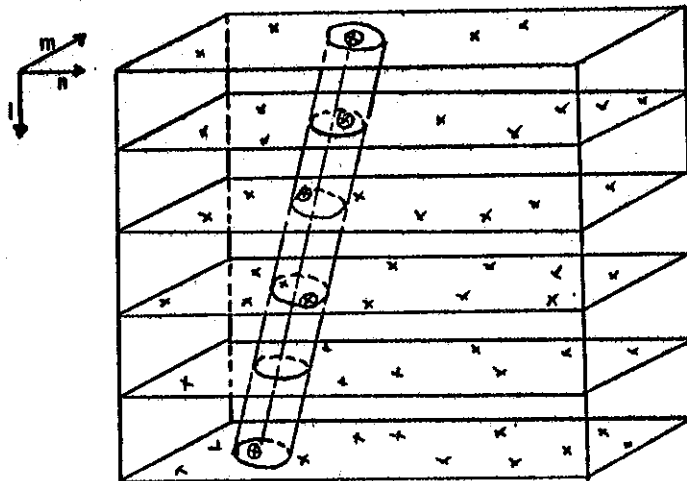
בפרק 2 מוגדרת התנהגותה הצפויה של המטרה בשלושת הצירים: תנועה במהירות קבועה אופקית (בכיוון ציר העמודות), תנועה במהירות קבועה אנכית (בכיוון ציר השורות) וריטוט של המטרה עם פילוג גאוסי בשני הצירים הנ"ל. כמו כן ישנה התקדמות קבועה של המטרה בציר הזמן כיוון שהמטרה קיימת בכל מסגרת ומסגרת.

ניתן להניח שבמרחב התלת מימדי של האות שמתואר בציור 4.1 המטרה מתארת מסלול לאורך קו ישר שזויתו המרחבית יחסית למישורי המסגרות נקבעת ע"י המהירות האופקית והאנכית של המטרה ועם ריטוט סביב הישר הנובע מריטוט המטרה בצירים  $m$  ו- $n$  בין מסגרת למסגרת.



צילור 4.1: מסלול מטרה במרחב תלת מימדי של האות.

Fig. 4.1: Target Track in the Signal 3-D Space.



צילור 4.2: ה"גליל" סביב למסלול המטרה.

Fig. 4.2: The "Cylinder" Around the Target Track.



במחקר זה ננסה להתאים גליל למסלול אותו מתארת המטרה כך שיכיל את כל ה-PIXELS בהן הופיעה המטרה לאורך המסלול. רדיוס חתך הגליל יהיה תלוי במידת הריטוט של המטרה.

הדרך הישירה המתבקשת היא לנסות את כל האפשרויות של מיקום הגליל הנ"ל במרחב התלת מימדי של האות (מספר גדול מאד של אפשרויות), לסכם את ערכי ה-PIXELS שבתוך הגליל ולהעביר סכום זה דרך סף ובצורה זו להחליט על מטרה.

חילקנו את עיבוד האות לשני שלבים: השלב הראשון הוא שלב העיבוד במישור התמונה. עיבוד זה מתואר בפרק 3 (סינון MSS עם חלון של שלושה PIXELS לאורך השורות) שתוצאתו היא אות ההפרש. את אות ההפרש מעבירים דרך מערכת סף. לאורך כל המחקר נטפל בשני מקרים: אות הפרש לאחר סף קשיח היוצר מרחב אות תלת מימדי בינרי (ערכי ה-PIXELS במרחב מקבלים ערכי "0" או "1"), ואות הפרש לאחר סף רך היוצר מרחב אות תלת מימדי מרובה רמות כאשר רוב ה-PIXELS בו מקבלים ערך "0".

לביצוע השלב השני של העיבוד שמטרתו גילוי מסלול המטרה מוצעת תחילה הגישה הישירה: שימוש בטרנספורם "Hough" לגילוי ישר במרחב תלת מימדי שיתואר בהמשך הפרק.

שתי גישות נוספות המפשטות את העיבוד הנדרש בגישה הישירה יהיו:

- א. שימוש בגלילים הניצבים למישור התמונה.
- ב. שימוש באלגוריתם היוריסטי למימוש גלילים העוקבים באופן אדפטיבי אחר מסלול המטרה.

גישות אלו יפורטו בהמשך.

4.2 שימוש הטרנספורם "Hough" לגילוי ישר בתמונה

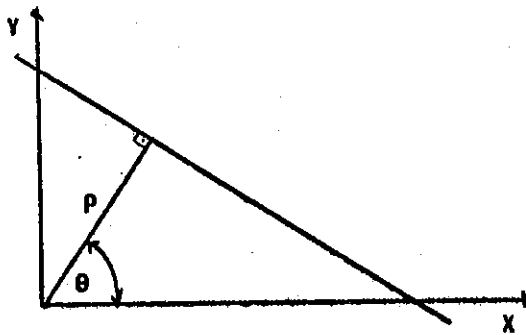
טרנספורם "Hough" ניתן לתיאור כטכניקה לגילוי קו ישר בתמונה ע"י בדיקת היחס בין קבוצת נקודות לאורך הקו הישר לבין הפרמטרים של הישר. כל קו ישר במרחב דו-מימדי (מישור) ניתן לתאור ע"י שני פרמטרים. טרנספורם "Hough" מתאר מיפוי של קבוצת נקודות ממרחב האות (התמונה) למרחב הדו-מימדי של הפרמטרים.

טרנספורם "Hough" במקור [18] השתמש בפרמטרים  $a$  ו  $b$  של הצגת הישר במערכת צירים קרטזית.

$$(4.1) \quad y=ax+b$$

עבור תמונה שהיא חלק מלבני של מישור, ובהנחה שראשית הצירים בתוך התמונה, ערכו של  $b$  יהיה חסום גם מלמעלה וגם מלמטה בעוד שערכו של  $a$  בלתי חסום, דבר המעורר בעיות חישוביות במקרה של קוים בעלי שיפוע גדול.

[19] Duda & Hart הציעו שימוש ביצוג הנורמלי של ישר:



ציור 4.3: ישר במרחב דו-מימדי (מישור).

Fig. 4.3: A Straight Line in 2-D Space (Plane).

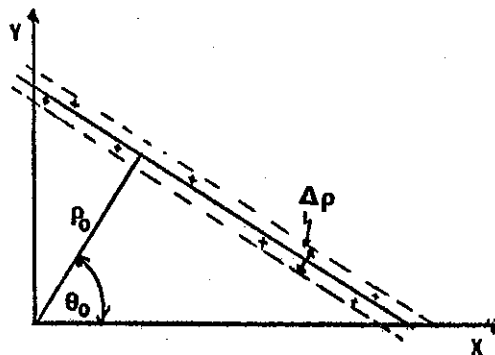
$$(4.2) \quad \rho = x \cos \theta + y \sin \theta$$

ביצוג זה הפרמטר  $\theta$  חסום בתחום  $[0, \pi]$  והפרמטר  $\rho$  חסום ע"י אורך האלכסון של התמונה.

טרנספורם "Hough" ממפה נקודות  $(x, y)$  ממרחב הדו-מימדי של התמונה למרחב הדו-מימדי של הפרמטרים  $\rho$  ו  $\theta$ . למיפוי זה התכונות הבאות:

- א. נקודה במרחב התמונה ממופת לעקום סינוסי במרחב הפרמטרים.
- ב. נקודה במרחב הפרמטרים מתאימה לישר במרחב התמונה.
- ג. נקודות המונחות לאורך ישר במרחב התמונות מתאימות לעקומים סינוסים במרחב הפרמטרים הנחתכים כולם בנקודה אחת המתאימה לישר.
- ד. נקודות המונחות על עקום סינוסי במרחב הפרמטרים מתאימות לישרים במרחב האות הנחתכים כולם בנקודה אחת המתאימה לעקום הסינוסי.

[19] Duda & Hart מתארים מימוש טרנספורם "Hough" ע"י חלוקת התמונה ל-PIXELS וחלוקת מרחב הפרמטרים ל-PIXELS. ממדי ה-PIXELS במרחב הפרמטרים נקבע עפ"י הרזולוציה הנדרשת במרחב התמונה לתאור הקו הישר (ראה ציור 4.4)



ציור 4.4: נקודות סביב קו ישר במרחב דו-מימדי.

Fig. 4.3: Points around a straight Line in 2-D Space.

בציור 4.4 מוצגת קבוצת נקודות בתוך פס לאורך ישר. קבוצה זו תמופה כולה לתוך PIXEL אחד  $(\rho_0, \theta_0)$  במרחב הפרמטרים כאשר הרזולוציה של ה-PIXELS במרחב הפרמטרים לגבי פרמטר  $\rho$  היא  $\Delta\rho$ , ולגבי פרמטר  $\theta$  היא  $\Delta\theta$ .

Duda & Hart [19] טיפלו רק בתמונות בינריות ומכניזם הטרנספורם שהציעו מצמצם את הטיפול רק לאותם PIXELS במישור התמונה המקבלים ערך "1". לכל PIXEL כזה מחשבים עבור כל ערך של  $\theta$  במרחב הפרמטרים את ה- $\rho$  המתאים לפי ביטוי (4.2) ולכל ה-PIXELS במישור הפרמטרים המתאימים לזוגות  $(\rho, \theta)$  המתקבלים עבור נקודה אחת במישור התמונה מוסיפים "1" בצורה כזאת עוברים על כל הנקודות במישור התמונה כך שה-PIXELS במישור הפרמטרים צוברים ערכים שונים.

בציור 4.5 מודגמת תמונה בינרית המכילה נקודות לאורך ישר בעל פרמטרים  $(\rho_0, \theta_0)$  וגם רעש. תוצאת התמרת "Hough" לפי הטכניקה של Duda & Hart של תמונה זו מוצגת בציור 4.6. השיא הנראה בציור 4.6 שייך לקבוצת הנקודות המפוזרות ליד הישר בתמונה 4.5. הרעש והנקודות הנמצאות מחוץ לפס ברוחב  $\Delta\rho$  לאורך הישר הנ"ל תורמות להיווצרות שיאים נמוכים יותר סביב  $(\rho_0, \theta_0)$ .

בציור 4.5 מודגמת תמונה בינרית המכילה רעש בלבד. תוצאת התמרת "Hough" לפי הטכניקה של Duda & Hart של תמונה זו מוצגת בציור 4.6.

Sklansky [20] הרחיב את השימוש בטרנספורם "Hough" גם לתמונות עם PIXELS בעלי ערכי רמות אפור רבות. מכניזם הטרנספורם שהציע דומה לזה של Duda & Hart. גם במכניזם של Sklansky מטפלים רק באותם PIXELS במישור התמונה המקבלים ערך שונה מאפס. לכל PIXEL כזה מחשבים עבור כל ערך של  $\theta$  במרחב הפרמטרים את ה- $\rho$  המתאים לפי ביטוי (4.2) ולכל ה-PIXELS במישור הפרמטרים המתאימים לזוגות  $(\rho_0, \theta_0)$  המתקבלים עבור נקודה אחת במישור התמונה מוסיפים את ערך רמת האפור של הנקודה במישור התמונה. בצורה כזאת עוברים על כל הנקודות במישור התמונה כך שה-PIXELS במישור הפרמטרים צוברים ערכים שונים.

Sklansky [20] גם הראה כי טרנספורם "Hough" שקול למסננת המתואמת ונותן תוצאה אופטימלית במונח של יחס אות לרעש.

למרות שטרנספורם "Hough" יועד במקורו לזהוי קוים ישרים בתמונה הורחב השימוש בו לזהוי עקומים שונים בתמונה.

Deans [21] הראה שטרנספורם "Hough" הינו מקרה פרטי של טרנספורם "Radon" [22] במרחב אוקלידי דו-מימדי. הגדרתו של טרנספורם "Radon" הוא על מרחב  $R^n$  שכל נקודה בו מסומנת ע"י  $\underline{x}=(x_1, x_2, \dots)$  הסימון  $S$  הוא למשתנה יחיד  $\omega$  וקטור יחידה במרחב  $R^n$ .

$$(4.3) \quad \hat{f}(s, \omega) = \int_{\underline{x} \cdot \omega = s} f(\underline{x}) ds = \int f(\underline{x}) \delta(s - \underline{x} \cdot \omega) d\underline{x}$$

כאשר  $\underline{x} \cdot \omega$  מכפלה סקלית.

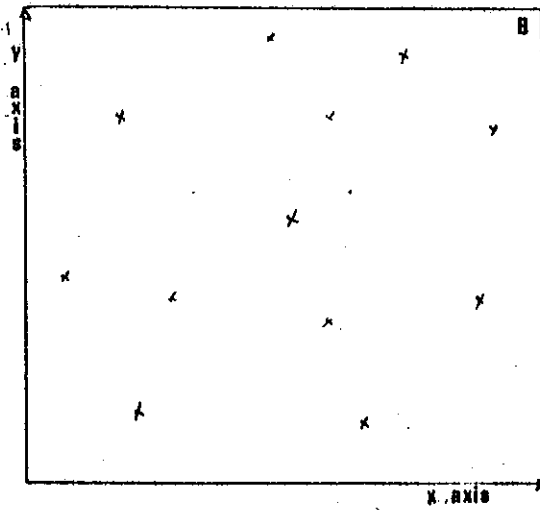
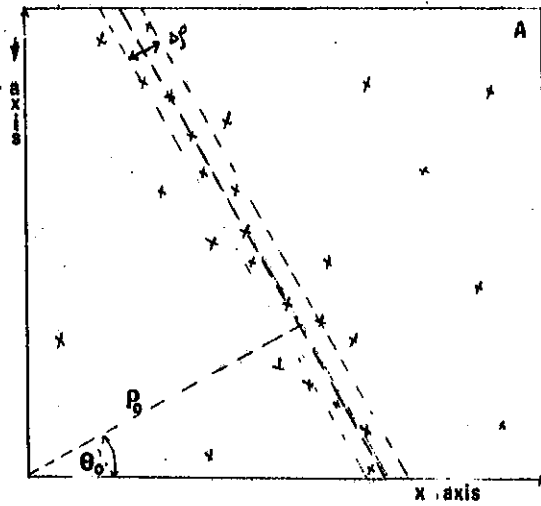
Deans [21] הראה שבמרחב אוקלידי דו-מימדי  $R^2$  ניתן לרשום את טרנספורם "Radon" המופיע בביטוי (4.3) בצורה

$$(4.4) \quad f(\theta, \rho) = \iint F(x, y) \delta(\rho - x \cos \theta - y \sin \theta) dx dy$$

ברור מתוך (4.4) כי רק נקודות על הישר  $F(x, y)$  מקבלות ערך בנקודה  $(\rho, \theta)$  במרחב הפרמטרים.

Cowart, Snyder & Raedyer (שציור 4.6 לקוח מתוך עבודתם) [3] הציעו שימוש בטרנספורם "Hough" לדטקציה של מטרות נעות. במקרה שלהם בוצע טרנספורם "Hough" על תמונה המהווה תוצאה של דיפרנציאלציה משוקללת מסדר  $n$  - בין  $n$ -מסגרות עוקבות לביטול הדי קרקע. שיטה זו טובה לגילוי מטרות נעות בלבד בעוד שמטרות נייחות יבוטלו.

אנחנו נציע בהמשך הפרק הרחבה של טרנספורם "Hough" למקרה התלת מימדי ושימוש בו לגילוי מטרות נעות וניחות גם יחד המתוות מסלול בעל צורה ידועה (במקרה שלנו מסלול ישר) במרחב התלת מימדי של האות.

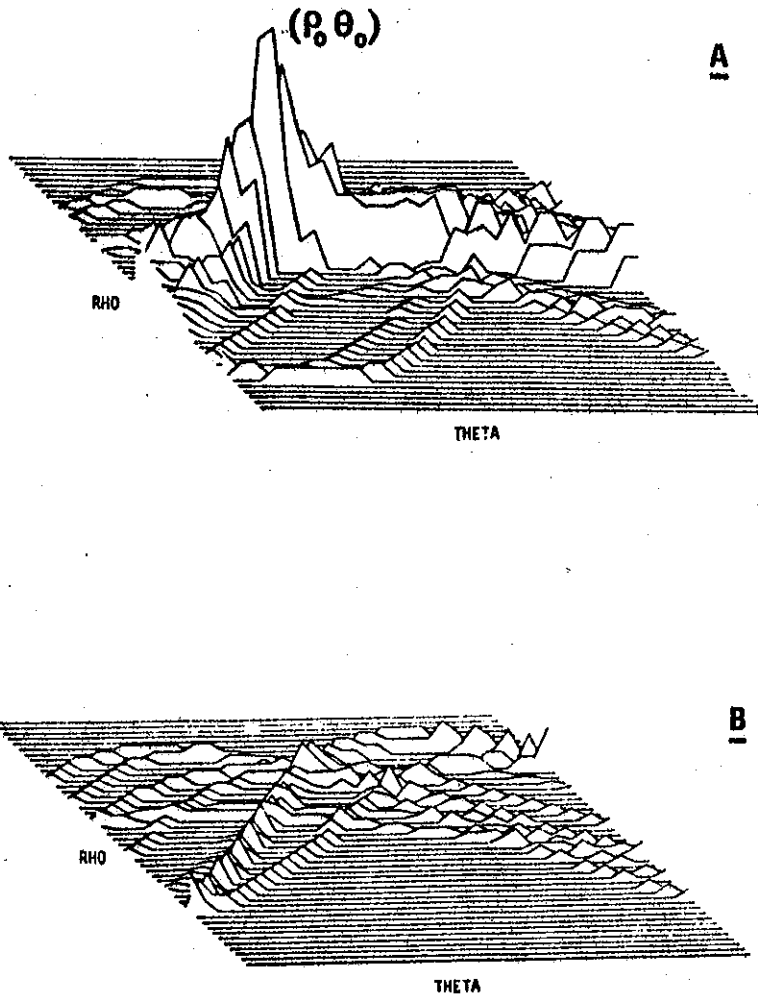


ציר 4.5: מסגרת אמת וידאו

- א. עם נקודות סביב קו ישר
- ב. ללא נקודות סביב קו ישר

Fig. 4.5: Video Frame

- a. with points along a straight Line
- b. without Points along a Straight Line



צילור 4.6: תמונת מישור הפרמטרים של התמרת "Hough" (נלקח מ-[3])

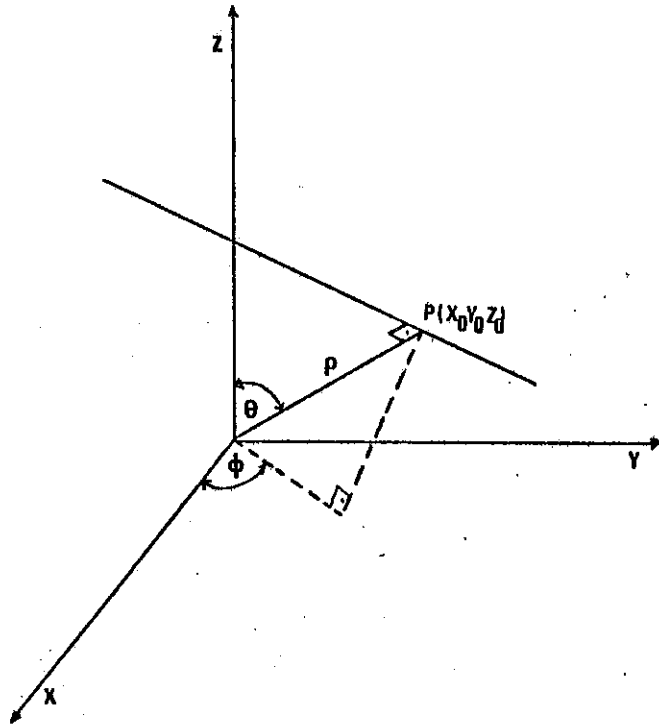
- א. עם נקודות סביב קו ישר במישור האות
- ב. בלי נקודות סביב קו ישר במישור האות

**Fig. 4.6:** Parameter plane of "Hough" Transformation  
a. with points along a Straight line at the Signal Plane  
b. without points along a Straight line at the Signal Plane

4.3 שימוש בטרנספורם "Hough" לגילוי ישר במרחב תלת מימדי

טרנספורם "Hough" משמש לגילוי צורות (קווים לדוגמא) בתמונות. אנו נתאר הרחבה של טרנספורם "Hough" למרחב התלת מימדי.

כל קו ישר במרחב התלת-מימדי ניתן לתאור ע"י שלושה פרמטרים  $(\rho, \theta, \phi)$ .



ציוור 4.7: ישר במרחב תלת מימדי.

Fig. 4.7: Straight line in 3-D space.

תחילה נפתח ביטוי לישר L במערכת צירים קרטזית  $(x, y, z)$  ע"י שלושת הפרמטרים  $(\rho, \theta, \phi)$ .

מישור המאונך לישר L שבציוור 4.7 והעובר דרך ראשית הצירים ניתן לבטא ע"י

$$(4.5) \quad a \cdot x + b \cdot y + z = 0$$



יהא OP האנך לישר L מראשית הצירים שאורכו  $\rho$  ובעל קאורדינאט פולריות  $\theta$  ו  $\phi$  כמתואר בצירור 4.7. האנך OP נופל על המישור המתואר ע"י ביטוי (4.5) כיוון שהמישור מאונך לישר L וחותר את ראשית הצירים. בסמן את נקודת החיתוך של האנך OP עם הישר L ע"י  $(x_0, y_0, z_0)$ .

ההמרה של הנקודה  $(x_0, y_0, z_0)$  ממערכת קאורדינאט פולרית למערכת קאורדינאט קרטזית נתונה ע"י

$$(4.6) \quad \begin{aligned} x_0 &= \rho \cdot \sin\theta \cdot \cos\phi \\ y_0 &= \rho \sin\theta \cdot \sin\phi \\ z_0 &= \rho \cos\theta \end{aligned}$$

משואת הישר L המאונך למישור המתואר ע"י ביטוי (4.5) והעובר דרך הנקודה  $(x_0, y_0, z_0)$  היא

$$(4.7) \quad \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = z - z_0$$

כאשר  $a$  ו  $b$  הם הפרמטרים מתוך ביטוי (4.5) הצבת ביטוי (4.6) ב (4.7) נותנת

$$(4.8) \quad \frac{x - \rho \cdot \sin\theta \cdot \cos\phi}{a} = \frac{y - \rho \sin\theta \cdot \sin\phi}{b} = z - \rho \cos\theta$$

נחלץ את הפרמטרים  $a$  ו  $b$  מתוך ביטוי 4.8 ונקבל

$$(4.9) \quad a = \frac{x - \rho \sin\theta \cdot \cos\phi}{z - \rho \cos\theta}$$

$$(4.10) \quad b = \frac{y - \rho \sin\theta \cdot \sin\phi}{z - \rho \cos\theta}$$

נציב את הפרמטרים  $a$  ו  $b$  שחילצנו לתוך ביטוי (4.5) ונקבל

$$(4.11) \quad \frac{x - \rho \cdot \sin\theta \cdot \cos\phi}{z - \rho \cos\theta} \cdot x + \frac{y - \rho \cdot \sin\theta \cdot \sin\phi}{z - \rho \cos\theta} \cdot y + z = 0$$

נבודד את  $\rho$  בביטוי (4.11) ונקבל תאור לישר L במרחב תלת מימדי ע"י שלושת הפרמטרים  $(\rho, \theta, \phi)$

$$(4.12) \quad \rho = \frac{x^2 + y^2 + z^2}{x \cdot \sin\theta \cos\phi + y \sin\theta \sin\phi + z \cdot \cos\theta} \quad \begin{matrix} 0 \leq \theta \leq \pi \\ 0 \leq \phi \leq \pi \end{matrix}$$

נשתמש במכניזם שהציעו Duda & Hart לגבי מרחב אות תלת מימדי בינרי או במכניזם של Sklansky לגבי מרחב אות תלת מימדי מרובה רמות. ההרחבה של המכניזמים הנ"ל תהיה ע"י חלוקת מרחב האות התלת ממדי ל-3-D PIXELS (Three Dimensional Pixel) וגם את מרחב הפרמטרים התלת מימדי  $(\rho, \theta, \phi)$  ל-3-D PIXELS. גם כאן הטיפול יהיה רק ב-PIXELS המקבלים ערכים שונים מאפס (הן במקרה הבינרי והן במקרה המרובה רמות). לכל PIXEL כזה מחשבים עבור כל ערך של  $\theta$  וכל ערך של  $\phi$  במרחב הפרמטרים ה- $\rho$  המתאים לפי ביטוי (4.12) ולכל ה-PIXELS במרחב הפרמטרים התלת מימדי המתאימים ל- $(\rho, \theta, \phi)$  המתקבלים עבור נקודה אחת במרחב התלת מימדי של האות מוסיפים 1 (עבור מרחב בינרי) או את ערך רמת האפור של הנקודה (עבור מרחב מרובה רמות). בצורה כזאת עוברים על כל הנקודות במרחב האות כך שה-PIXELS במרחב הפרמטרים צוברים ערכים שונים.

לצורך פתרון בעית הדטקציה שעמדה בפנינו ביצענו תחילה עיבוד במישור התמונה כפי שתארנו בפרק 3 והערכנו את אות ההפרש דרך סף רך או קשיח. את האות סידרנו בצורה תלת מימדית כפי שמתואר בציור 4.1 ועל מרחב אות זה ניתן להפעיל את טרנספורם "Hough" התלת מימדי.

ניתן לראות שלמעשה בגלל החלוקה של מרחב הפרמטרים ל-PIXELS הרי שכל ה-PIXELS בתוך גליל (כפי שמוצג בציור 4.2) סביב קו ישר בעל הפרמטרים  $(\rho_0, \theta_0, \phi_0)$  תורמות ל-PIXEL  $(\rho_0, \theta_0, \phi_0)$  במרחב הפרמטרים לכן טרנספורם "Hough" שקול לסיכום ערכי ה-PIXELS בציור בינרי או רב רמות המתאים לגליל סביב ישר בעל פרמטרים  $(\rho, \theta, \phi)$  וחילוף עבור כל הגלילים האפשריים כאשר מספר הגלילים הנבחן תלוי במספר ה-PIXELS במרחב הפרמטרים. כל PIXEL במרחב הפרמטרים מוצג סכום הנקודות בגליל מסוים במרחב האות.

הגדרת תכונות המטרה המתוארת בפרק 2 מטילה הגבלות חזקות למדי על תחום קיום הפרמטרים  $(\rho, \theta, \phi)$  וכך ניתן לצמצם את כמות החישובים.

4.4 הערכת סיבוכיות מימוש טרנספורם "Hough" תלת מימדי

הרחבה התלת מימדית של טרנספורם "Hough" נעשתה קודם הן עבור מרחב אות בינרי והן עבור מרחב אות מרובה דמות. בשלב זה נעריך את כמות החישובים ואת גודל הזיכרון הנדרשים למימוש טרנספורם "Hough" תלת מימדי.

כפי שנאמר קודם לכן ניתן להטיל מגבלות חזקות על החום הקיום של הפרמטרים  $(\rho, \theta, \phi)$ . נניח שאת ההפרש המסודר בצורה תלת מימדית כמוצג בציור 4.1 והמורכב מרצף של  $N_F$  מסגרות. נניח כי גודל המסגרת הוא  $N_L \times N_C$  PIXELS ונניח שבכל מסגרת כ-  $N_{PT}$  PIXELS עוברים את הסף (הרך או הקשית) לאחר עיבוד בתוך התמונה. כל שאר ה-PIXELS ערכם "0".

בגלל ממדי מרחב האות התלת מימדי הפרמטר  $\rho$  יהיה מוגבל לתחום

$$(4.13) \quad 0 \leq \rho \leq \sqrt{N_C^2 + N_L^2 + N_F^2}$$

$N_L$  - מספר השורות במסגרת Number of Lines

$N_C$  - מספר העמודות במסגרת Number of Columns

$N_F$  - מספר המסגרות Number of Frames

כיוון שקיים ריטוט של המטרה בין מסגרת למסגרת וגודל הריטור מוגבל בתחום  $[-2, 2]$  לכן נבחר במרחב הפרמטרים חלוקה ל-PIXELS כך שהרזולוציה של  $\rho$  תהיה  $\Delta\rho$  כלומר  $\rho$  יקבל את הערכים

$$\rho = \frac{\Delta\rho}{2}, \frac{3\Delta\rho}{2}, \frac{5\Delta\rho}{2}, \dots \leq \sqrt{N_C^2 + N_L^2 + N_F^2}$$

$$\rho = 2, 6, 10, 14, \dots \quad \Delta\rho = 4 \text{ ועבור}$$

סה"כ  $N_\rho$  ערכים שונים, כאשר

$$(4.14) \quad N_\rho = \frac{\sqrt{N_C^2 + N_L^2 + N_F^2}}{\Delta\rho}$$

עבור מטרות בעלות מהירות אופקית מקסימלית  $H_V = 1$  ומהירות אנכית מקסימלית של  $V_V = 0.05$ . ניתן להגביל את  $\phi$  ו  $\theta$  לתחום

$$(4.15) \quad 45^\circ \leq \theta \leq 135^\circ$$

$$(4.16) \quad 0 \leq \phi \leq 90^\circ$$

אם נבחר רזולוציה של  $\nabla_\theta$  ו  $\nabla_\phi$  לפרמטרים  $\theta$  ו  $\phi$  הרי ש- $\theta$  ו  $\phi$  יקבלו את הערכים הבאים במרחב הפרמטרים:

$$\begin{aligned} \theta &= 45 + \frac{\nabla_\theta}{2}, 45 + \frac{3\nabla_\theta}{2}, 45 + \frac{5\nabla_\theta}{2}, \dots \leq 135^\circ \\ \phi &= \frac{\nabla_\phi}{2}, \frac{3\nabla_\phi}{2}, \frac{5\nabla_\phi}{2}, \dots \leq 90^\circ \end{aligned}$$

סה"כ  $N_\theta$  ערכים שונים ל- $\theta$  ו  $N_\phi$  ערכים שונים ל- $\phi$ .

$$(4.17) \quad N_\theta = \frac{90^\circ}{\nabla_\theta}$$

$$(4.18) \quad N_\phi = \frac{90^\circ}{\nabla_\phi}$$

מרחב הפרמטרים התלת מימדי יהיה לכן בעל  $N_\theta \times N_\phi \times N_p$  PIXELS. כל אחד מה-PIXELS יכול לקבל ערכים בתחום  $[0, N_{PT} \times N_F]$  עבור תמונות לאתר סף קשיח או בתחום  $[0, N_{PT} \times N_F \times 2^n]$  עבור תמונות לאתר סף רך (בהנחה שאות ההפרש בעל  $2^n$  רמות)

4.4.1 טרנספורם "Hough" תלת מימדי על אות לאתר סף קשיח

הזיכרון שידרש בהנחות שהבאנו קודם יתחלק לשניים: זיכרון למרחב האות וזיכרון למרחב הפרמטרים. זיכרון למרחב האות ידרוש  $N_{SH}$  סיביות ואשר

$$(4.19) \quad N_{SH} = N_{PT} \times N_F \times [\text{Log}_2 N_F + \text{Log}_2 N_L + \text{Log}_2 N_C]$$

זאת בהנחה שלכל PIXEL במרחב האות צריך לאגור את מספר המסגרת בה הוא נמצא ואת הקאודינטות בתוך המסגרת.

זיכרון למרחב הפרמטרים ידרוש  $N_{PH}$  סיביות

$$(4.20) \quad N_{PH} = N_p \times N_\theta \times N_\phi \times [\text{Log}_2 N_{PT} \times N_F]$$

כמות החישובים הנדרשת לביטוי (4.12) היא 9 כפרלים ו4 חיבורים. את הביטוי יש לחשב  $c_{NH} = N_{PT} \times N_F \times N_\theta \times N_p$  פעמים

#### 4.4.2 טרנספורם "Hough" תלת מימדי על אות לאחר סף דך

בהנחה שאות ההפרש בעל  $2^n$  רמות. זיכרון למרחב האות ידרוש  $N_{SS}$  סיביות

$$(4.21) \quad N_{SS} = N_{PT} \times N_F \times [\text{Log}_2 N_F + \text{Log}_2 N_L + \text{Log}_2 N_c + M]$$

וזכרון למרחב הפרמטרים ידרוש  $N_{PS}$  bit

$$(4.22) \quad N_{PS} = N_p \times N_\theta \times N_\phi \times [\text{Log}_2 N_{PT} \times N_F + M]$$

כמות החישובים הנדרשת זהה למקרה של הסף הקשיח כיוון שלחישוב ביטוי (4.12) אין צורך בערכי ה-PIXELS עצמם.

#### 4.4.3 השוואה בין המקרה של הסף הקשיח לבין המקרה של הסף הרך

נחשב את היחס בין גודל זיכרון האות במקרה של הסף הרך לבין גודל הזיכרון במקרה של הסף הקשיח

$$(4.23) \quad R_S = \frac{N_{SS}}{N_{SH}} = 1 + \frac{M}{\text{Log}_2 N_F + \text{Log}_2 N_L + \text{Log}_2 N_c}$$

נחשב את היחס בין גודל זיכרון הפרמטרים במקרה של הסף הרך לבין גודל הזיכרון במקרה של הסף הקשיח

$$(4.23) \quad R_P = \frac{N_{PS}}{N_{PH}} = 1 + \frac{M}{\text{Log}_2 N_{PT} \times N_F}$$

היחס בין מספר הכפלים ומספר החיבורים בשני המקרים הוא 1.

לדוגמא נבחר ערכים ספציפיים לפרמטרים מתוך האות שהיה ברשותנו:

$$N_L = 256$$

$$N_c = 256$$

$$N_F = 32$$

$$n = 4$$

$$N_{PT} = 75$$

$$\nabla\theta = 3^\circ$$

$$\nabla\phi = 3^\circ$$

$$\nabla\rho = 4$$

בטבלה 4.1 מוצגת השוואה בין כמות הזיכרון ומספר החישובים הנדרש בשני המקרים (הסף הרך והקשיח).

מספר החיבורים למסגרת	מספר חכפלים למסגרת	גודל זיכרון הפרמטרים [bit]	גודל זיכרון האות [bit]	
$0.27 \times 10^6$	$0.6075 \times 10^6$	982,800	50,400	סף קשיח
$0.27 \times 10^6$	$0.6075 \times 10^6$	1,310,400	60,000	סף רך
1.0	1.0	1.33	1.19	יחס

מתוך הטבלה רואים שההבדל העיקרי בין הדרישות עבור סף קשיח לבין הדרישות עבור סף רך הוא הגדלה בכ-33% בגודל זיכרון הפרמטרים עבור סף רך. לכן המסקנה המתבקשת היא שיש עדיפות למוש עם הסף הרך כיוון שצפוי באמצעותו שיפור בביצועים.

4.5 שיטות לפישוט טרנספורם "Huouh" התלת מימדי

מימוש ההרחבה התלת מימדית של טרנספורם "Hough" שהצענו דורש זיכרון גדול מאוד וכן כמות גדולה של חישובים בגלל דרישות אלו נציע שתי שיטות לפישוט הטרנספורם:

א. בשיטה הראשונה, שנקרא לה "אלגוריתם המנהרה", נבצע סדיקה של כל המרחב התלת מימדי ע"י "גלילים" מאונכים למסגרות. הפשטה הזאת מוצעת בהנחה שאם לוקחים מספר לא גדול של מסגרות אזי המטרה לא מספיקה לנוע הקבה בכיוון האופקי או האנכי ולכן קיים סכוי רב שתשאר בתוך ה"גליל". הפשטה נוספת היא חחלפת הגליל בחיבה מוארכת בכיוון מאונך למסגרות. חיבה זאת נקראת כאן "מנהרה". תאור מפורט יותר לשיטה זאת נציג בפרק 5.

ב. בשיטה השניה שנקרא לה "אלגוריתם העקובה" נבצע אלגוריתם חירויסטי של עקיבה אחר מטרה כאשר אנו בונים סביבה מעין מנהרה מסתגלת בזוית למסלול המטרה. תאור מפורט יותר לשיטה זו נציג בפרק 6.

פרק 5 אלגוריתמי מנהרה

אלגוריתמי המנהרה שנתאר להלן מניחים שבכל מסגרת ומסגרת התבצע עיבוד ראשוני. בדוגמא שלנו העיבוד הוא סינון  $MSS_{\perp}$  (סינון מדיאני עם חלון של שלושה דגמים לאורך השורות וחישוב ההפרש בין המסגרת המקורית לאות המסונן).

מאחר והאלגוריתם הוא תלת מימדי נציג מערכת תלת מימדית של סימון האות. נסמן ב-  $x_{\perp}(m,n)$  את ה-PIXEL בשורה  $m$  ועמודה  $n$  שבמסגרת  $i$  של אות ההפרש.

את אותו האות לאחר סף קשיח נסמן ע"י  $X_{\perp}^H(m,n)$  ולאחר סף רך נסמן ע"י  $X_{\perp}^S(m,n)$ .

בפרק 3 הצגנו את תוצאות מדידת  $T_G \triangleq$  סף רמת אפור). כיוון שכעת בסה"כ שינינו את הסימונים ניתן לכתוב

$$(5.1) \quad Pr\{X_i(m,m) \geq T_G | H_0\} = Pr\{X_j \geq T_G | H_0\}$$

$$(5.2) \quad Pr\{X_i(m,m) \geq T_G | H_1\} = Pr\{X_j \geq T_G | H_1\}$$

$$(5.3) \quad j = N_C \times N_L \times i + N_L \times m + n \quad \text{כאשר}$$

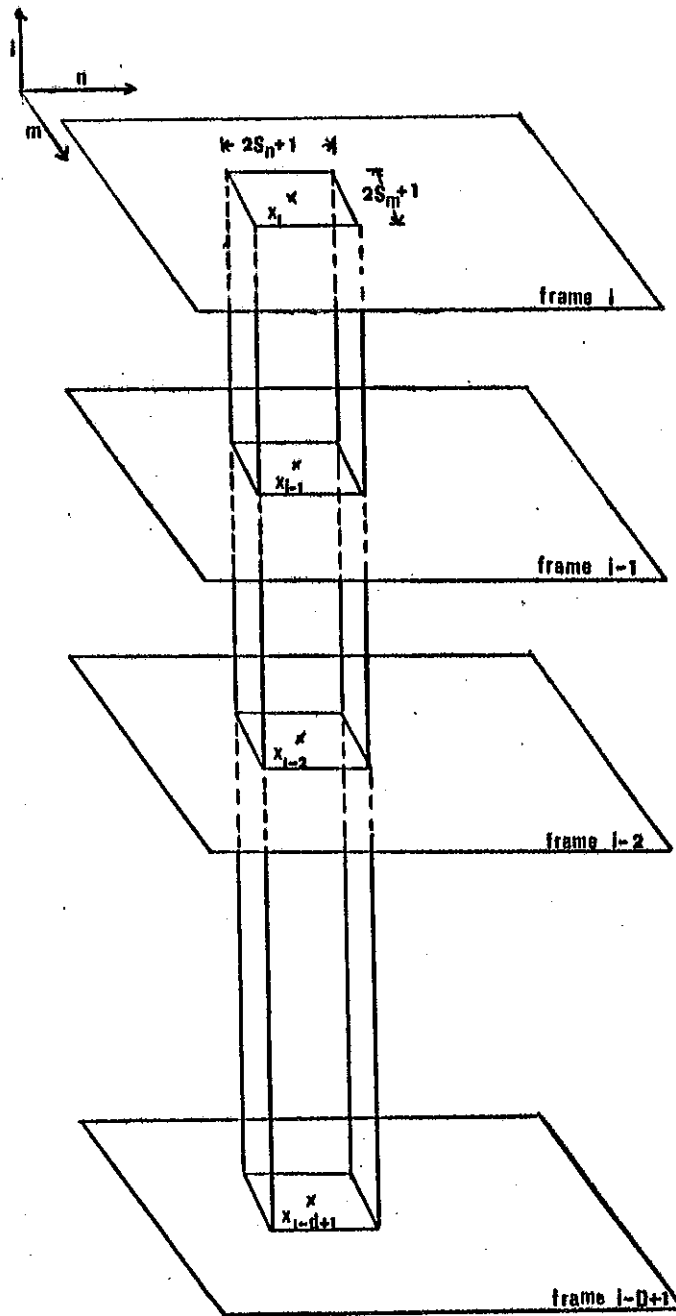
$N_C$  - מספר ה-PIXELS בעמודה

$N_L$  - מספר ה-PIXELS בשורה

$j$  - מציג את סידור הדגמים של הסדרה  $\{X_m\}_{n=-\infty}^{\infty}$  בצורה חד מימדית ואינו משפיע על התוצאות של (5.1) ו (5.2).

ה"מנהרה" (המתוארת בציר 5.1) בציר הזמן ובעלת המימדים  $(2S_m + 1) \times (2S_n + 1)$  המגדירים את שטח החתך שלה ( $T_{SC}$  - Tunnel Cross Section). מרכז המנהרה בקואורדינטות  $(m,n)$ , חלקה העליון על מסגרת  $i$  הנוכחית וחלקה התחתון על מסגרת  $(1-D+1)$ , כלומר עומקה ( $D$  - TUNNEL DEPTH) מסגרות.





צילור 5.1 : מכנה המנהרת.

Fig. 5.1: Tunnel Structure.

"מנהרה" זו שתוארה לעיל הינה פשוט של ה"גליל" המתואר בפרק 4 בהרחבה התלת מימדית של טרנפורם "Hough". ה"מנהרה" ניצבת למסגרות ולכן היא מהווה פשוט של אלגוריתם "Hough" התלת מימדי.

כל אחת מהמנהרות מכילה  $(2S_m + 1) \times (2S_n + 1) \times D$  PIXELS, וכיוון שאת המנהרות אנו מממשים על אות הפרש לאחר סף (קשיח או רך) אזי רוב ה-PIXELS בתוך מנהרה מקבלים את הערך "0".

מאחר ואנו מניחים קיום מטרה בודדת במסגרת, לא כל שכן בתוך שטח החתך  $(T_{CS})$  של מנהרה בודדת, נבחר את ה-PIXEL בעל הערך הגדול ביותר בתוך החתך הנ"ל בכל מסגרת ומסגרת ונסמן אותו  $L_1^H(m, n)$  במקרה של סף קשיח ו  $L_1^S(m, n)$  במקרה של סף רך.

$$(5.4) \quad L_1(m, n) \triangleq \text{MAX} \{ X_i(j, k) \mid \forall |j-m| \leq S_m, |k-n| \leq S_n \}$$

$$(5.5) \quad L_1^H(m, n) \triangleq \text{MAX} \{ X_i^H(j, k) \mid \forall |j-m| \leq S_m, |k-n| \leq S_n \}$$

$$(5.6) \quad L_1^S(m, n) \triangleq \text{MAX} \{ X_i^S(j, k) \mid \forall |j-m| \leq S_m, |k-n| \leq S_n \}$$

ניתן להמנע מלציין את הקואורדינטות  $(m, n)$  כאשר אנחנו מתייחסים למנהרה כלשהי, לכן נסמן

$$(5.7) \quad L_1 \triangleq L_1^H(m, n)$$

$$(5.8) \quad L_1^H \triangleq L_1^H(m, n)$$

$$(5.9) \quad L_1^S \triangleq L_1^S(m, n)$$

ניתן ליצג כל מנהרה ע"י קטע הסדרה  $\{L_1^H\}_{1=-\infty}^{\infty}$  במקרה של סף קשיח או ע"י קטע הסדרה  $\{L_1^S\}_{1=-\infty}^{\infty}$  במקרה של סף רך.

5.1 אלגוריתם המנהרה עם סף קשיח (HARD THRESHOLD TUNNEL ALGORITHM- HTTA)

5.1.1 תאור האלגוריתם

במקרה של שימוש בסף קשיח ניתן, כפי שהראנו קודם, ליצג כל מנהרה ע"י קטע הסדרה הבינרית  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$ .

החלטה על קיום מטרה במסגרת  $i$  תעשה ע"ס מנהרה בעומק  $D$  (TUNNEL DEPTH). נגדיר את הגודל המתאר את מספר הפעמים שהסדרה הבינרית  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  מקבלת את הערך "1" בתוך מנהרה שעומקה  $D$  ברקע 1. לגודל  $P_i^D$  נקרא ה- $N_{PTT}$  (NUMBER OF POTENTIAL TARGETS in TUNNEL) של המנהרה. כל אחד מאברי הסדרה  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  המקבל ערך "1" יקרא "מטרה פוטנציאלית".

ניתן לרשום ביטוי ל  $P_i^D$  בצורה הבאה

$$(5.10) \quad P_i^D \triangleq \sum_{j=i-(D-1)}^i L_j^H$$

חוק ההחלטה של אלגוריתם ה"מנהרה עם סף קשיח" הינו:

$$(5.11) \quad \begin{array}{ll} P_i^D \geq T_R & \text{יש מטרה} \\ 0 < T_R \leq D & \\ P_i^D < T_R & \text{אין מטרה} \end{array}$$

לסף  $T_R$  שהינו מספר שלם חיובי נקרא RANK THRESHOLD.

בנקודה זאת יש להבהיר שמטרה ספציפית  $X$  עלולה להתגלות במספר מנהרות בעת ובעונה אחת (כפי שמוצג בציור 5.2) בגלל התנועה האופקית (או האנכית) של המטרה או בגלל מיקום המטרה על גבול בין שתי מנהרות.

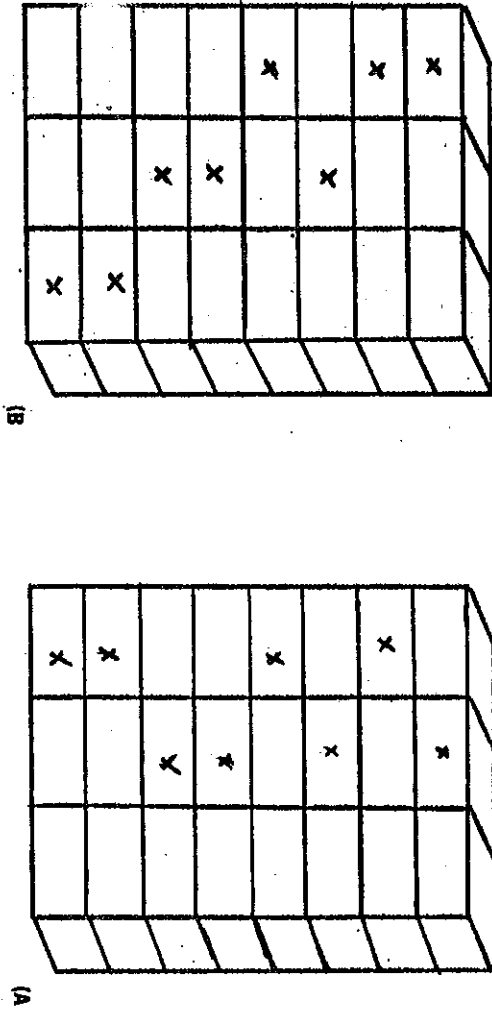
במקרה כזה של הופעת המטרה במספר מנהרות סמוכות לקחנו לצורך הערכת הבצועים את המנהרה בה המטרה מתגלית במספר הפעמים הרב ביותר וחישבנו את ערכו של  $P_i^D$  (MAX).

כתוצאה מהתופעה הנ"ל ניתן שתי הגדרות להסתברות הגילוי של מטרה: הסתברות הגילוי של מטרה במנהרה כלשהי

$$(5.12) \quad PD = P_r \{ P_i^D \geq T_R | H_1 \}$$

הסתברות הגילוי של מטרה במנהרות

$$(5.13) \quad PD = P_r \{ P_i^D(\text{MAX}) \geq T_R | H_1 \}$$



צילון 5.2: הופעת מטרה במספר מנהרות.  
א. כתוצאה מתנועת המטרה.  
ב. כתוצאה ממיקום המטרה על גבול בין מנהרות.

Fig. 5.2: One target Detected in Number of Tunnels.

- a. As a Result of Target Movement
- b. As a Result of The Position of the Target Between Tunnels.

לצורך הערכת הביצועים השתמשנו בביטוי (5.13) המשקף את הסתברות הגילוי של המטרה במובן המקובל. לכן גם חישוב והצגת התוצאות מתיחס לביטוי זה של הסתברות הגילוי.

להסתברות התראות השוא קים רק ביטוי אחד והוא הבא:

$$(5.14) \quad PFA = P_r \{ P_i^p \geq T_R | H_0 \}$$

בציורים 5.3 ÷ 5.5 מוצגים אופיני PD המחושבים עפ"י ביטוי (5.13) כפונקציה של PFA המחושבים עפ"י ביטוי (5.14) עבור ערכים שונים של עוצמת המטרה  $T_A$  וערכים שונים של מהירויות המטרה. התוצאות מראות שככל שעוצמת המטרה חלשה יותר השיפור היחסי המושג גדול יותר ואילו עבור מהירויות מטרה שונות התנהגות השיפור לא עקבית.

בציורים 5.7 ÷ 5.8 מוצגים אופיני PD כפונקציה של PFA כאשר לערכי עוצמת המטרה פילוג גאוסי בעל ממוצע  $\bar{T}_A = 8$  וסטית תקן  $\sigma T_A = 1$ . ערכי עוצמת המטרה מוגבלים בתחום  $[6, 10]$ .  $T_A$

יש לשים לב שציורים 5.3, 5.5, 5.7 ו 5.8 מצגים תוצאות עבור מנהרה בעלת חתך רוחב  $T_{cs} = 3 \times 3$  בעוד שציורים 5.4, 5.6 ו 5.8 עבור חתך רוחב  $T_{cs} = 5 \times 5$ .

לצורך הערכת ביצועי אלגוריתם המנהרה פיתחנו מודל הסתברותי לתאור הסדרה הבינרית  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  המיצגת את אות ההפרש לאחר סף קשיח.

### 5.1.2 מודל ברנולי לאות

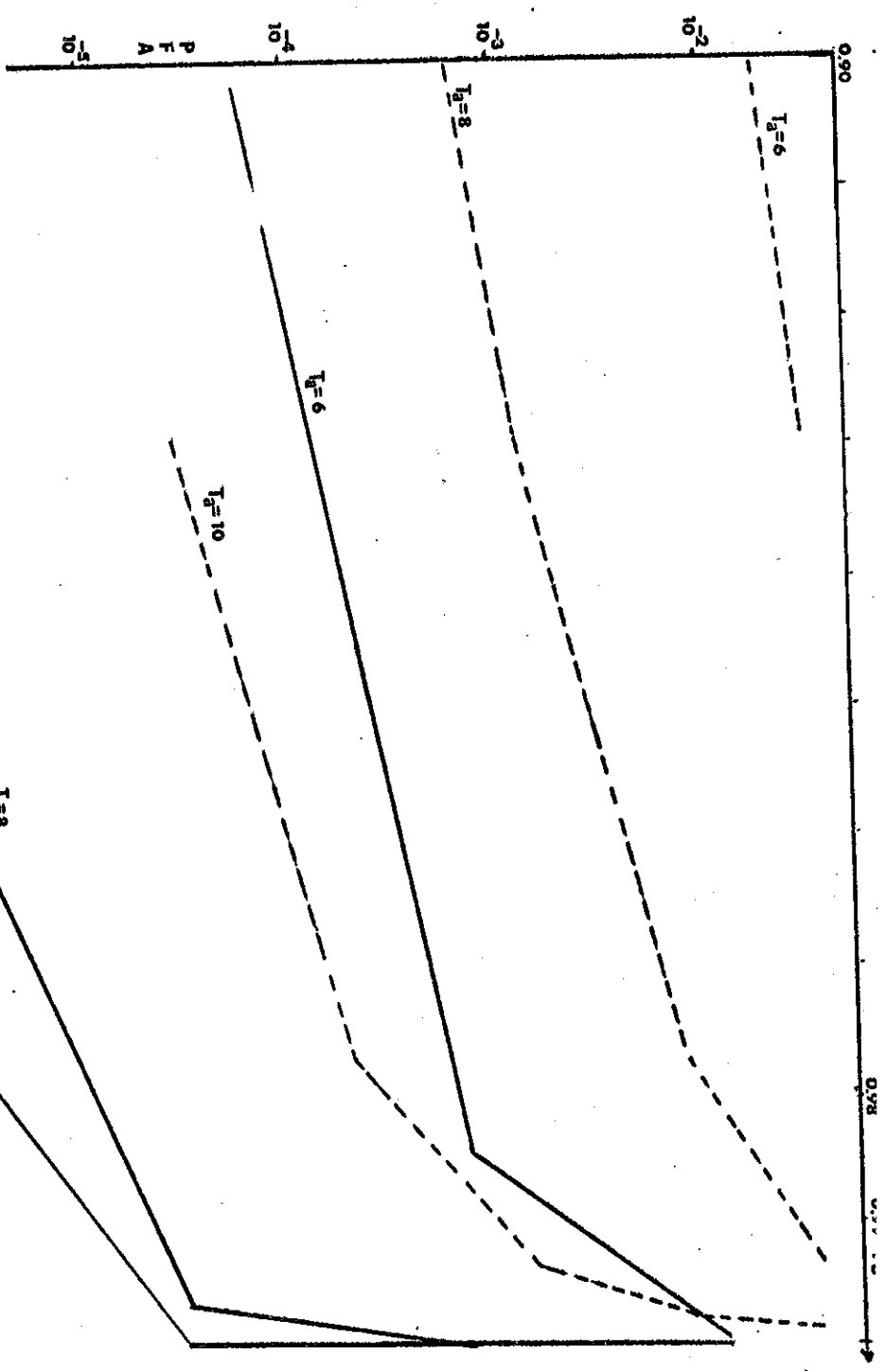
את המודל ההסתברותי התאמנו לסדרה הבינרית  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$ . התיחסנו לסדרה  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  כדגם של תהליך סטוכסטי.

לקבלת מודל ברנולי לתהליך הנחנו שהעיבוד בתוך המסגרת הינו כזה שהתהליך המיוצג ע"י הסדרה  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  הוא לבן, כלומר אין תלות סטטיסטית בין  $L_i^H$  לבין  $L_{i-1}^H$ . הנחה זאת כפי שנראה מיד גוררת שהתהליך הוא ברנולי.

$T_{CS} = 3 \times 3$      $D = 8$      $H_V = 0.15$      $T_G = 5$

Fig. 5.3: PD Vs. PFA for Hard Threshold Tunnel Algorithm-HTTA.

קטעי HTTA (קטעי PD כפונקציה של PFA עבור אלגוריתם התהודה עם  $T_G = 5.3$  יורר 5.3)



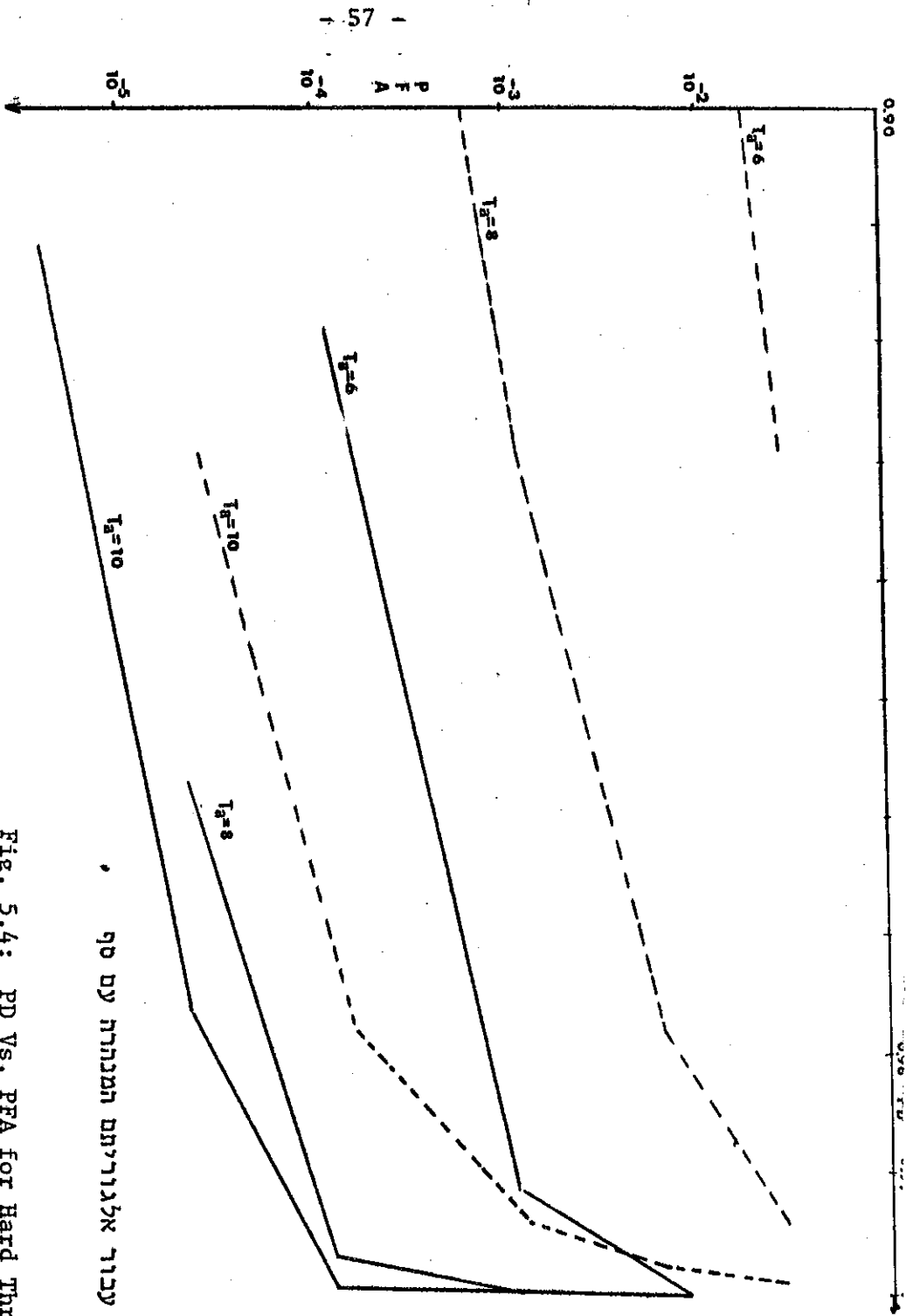
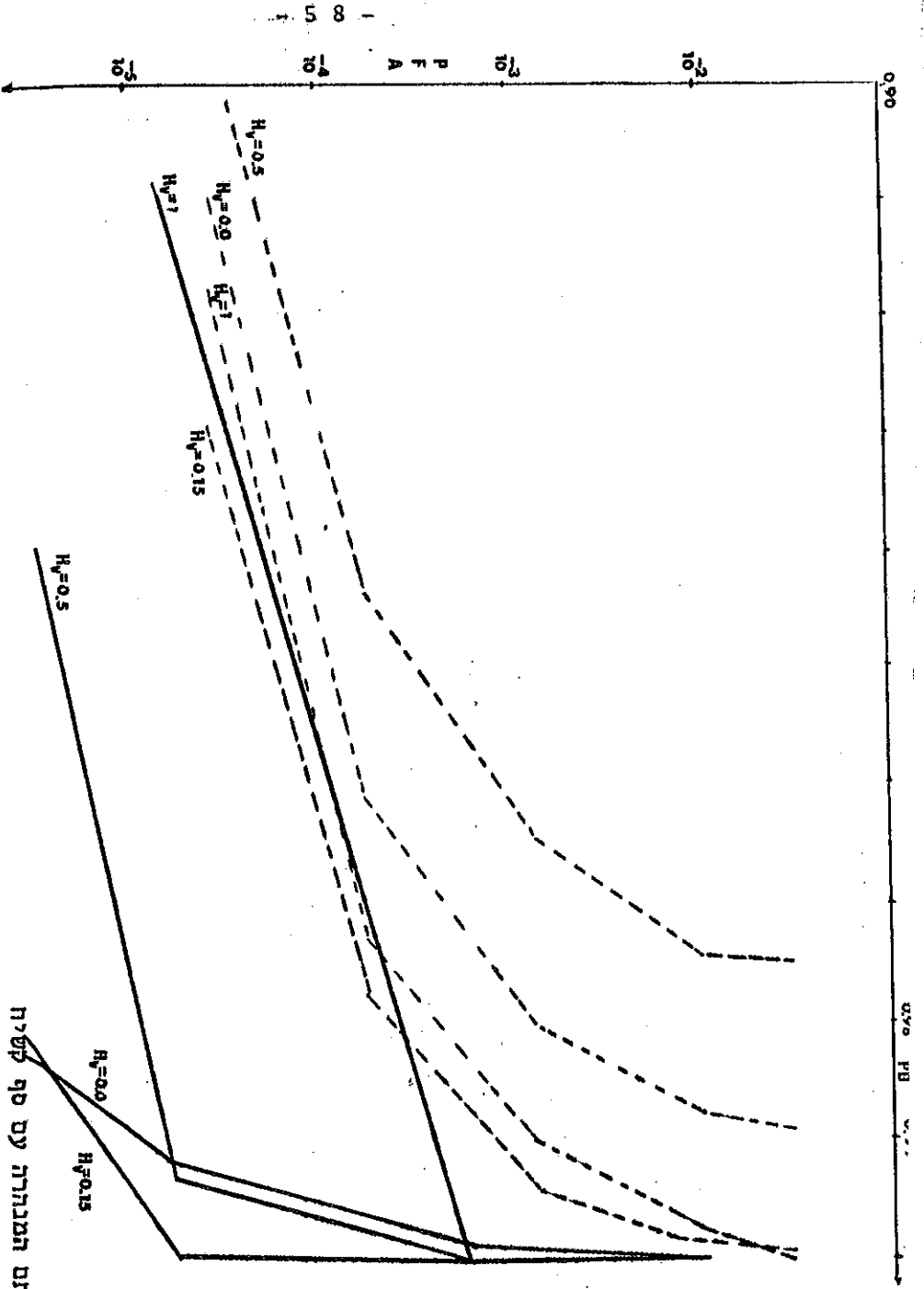


Fig. 5.4: PD Vs. PFA for Hard Threshold Tunnel Algorithm  
- HTTA.

צירוף 5.4: PD כפונקציה של PFA עבור אלגוריתם התנחלה עם  $T_g$  קבוע (HTTA).

$T_{CS} = 5 \times 5$       $D = 8$       $H_v = 0.15$       $T_G = 5$

----- PP

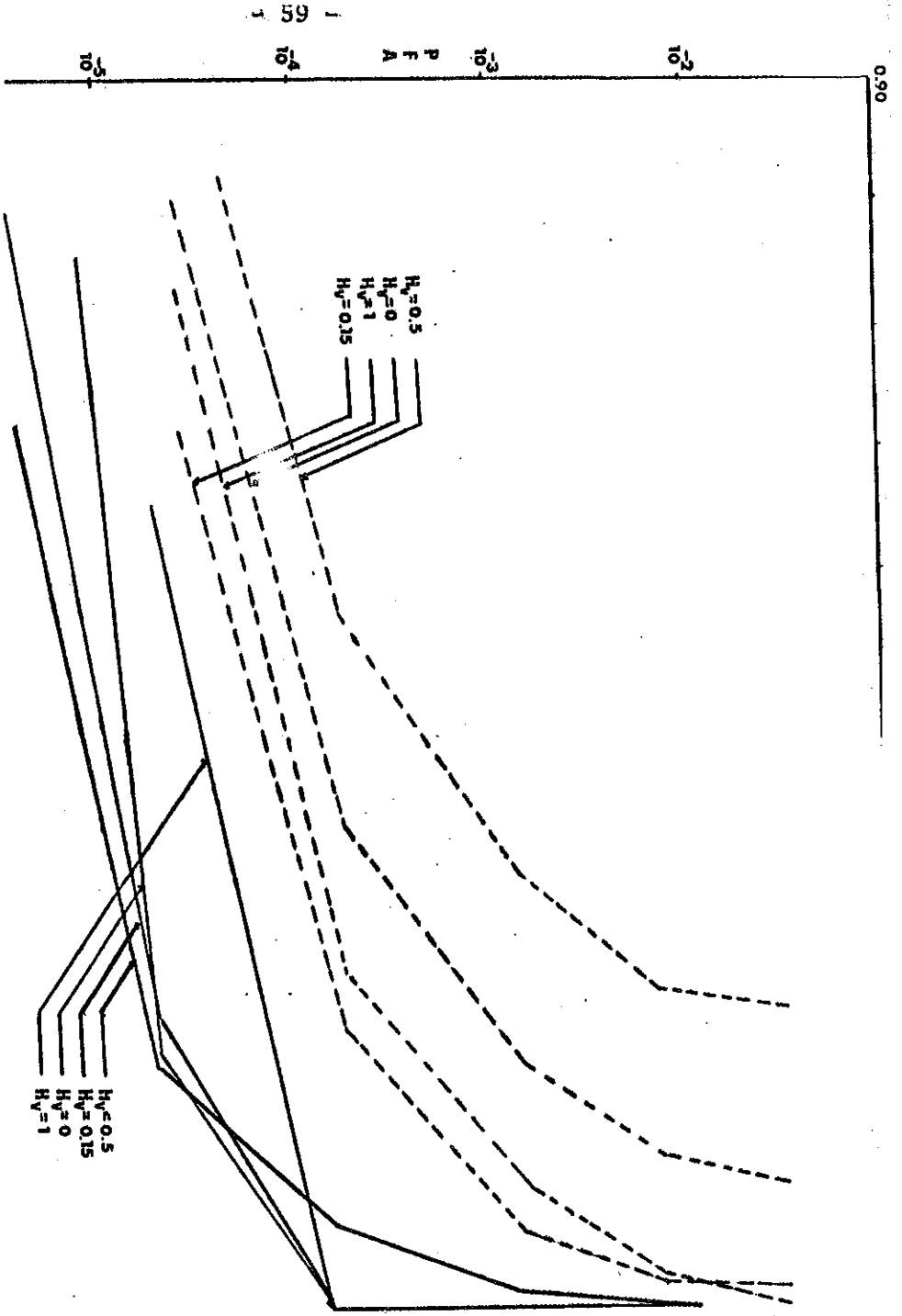


צילום 5.5: PD כפונקציה של PFA עבור אלגוריתם התנהגה עם סף קשיח (HTTA).

Fig. 5.5: PD Vs. PFA for Hard Threshold Tunnel Algorithm- HTTA.

$T_{CS} = 3 \times 3$      $D = 8$      $T_h = 10$      $T_c = 5$   
 HTTA  
 PP





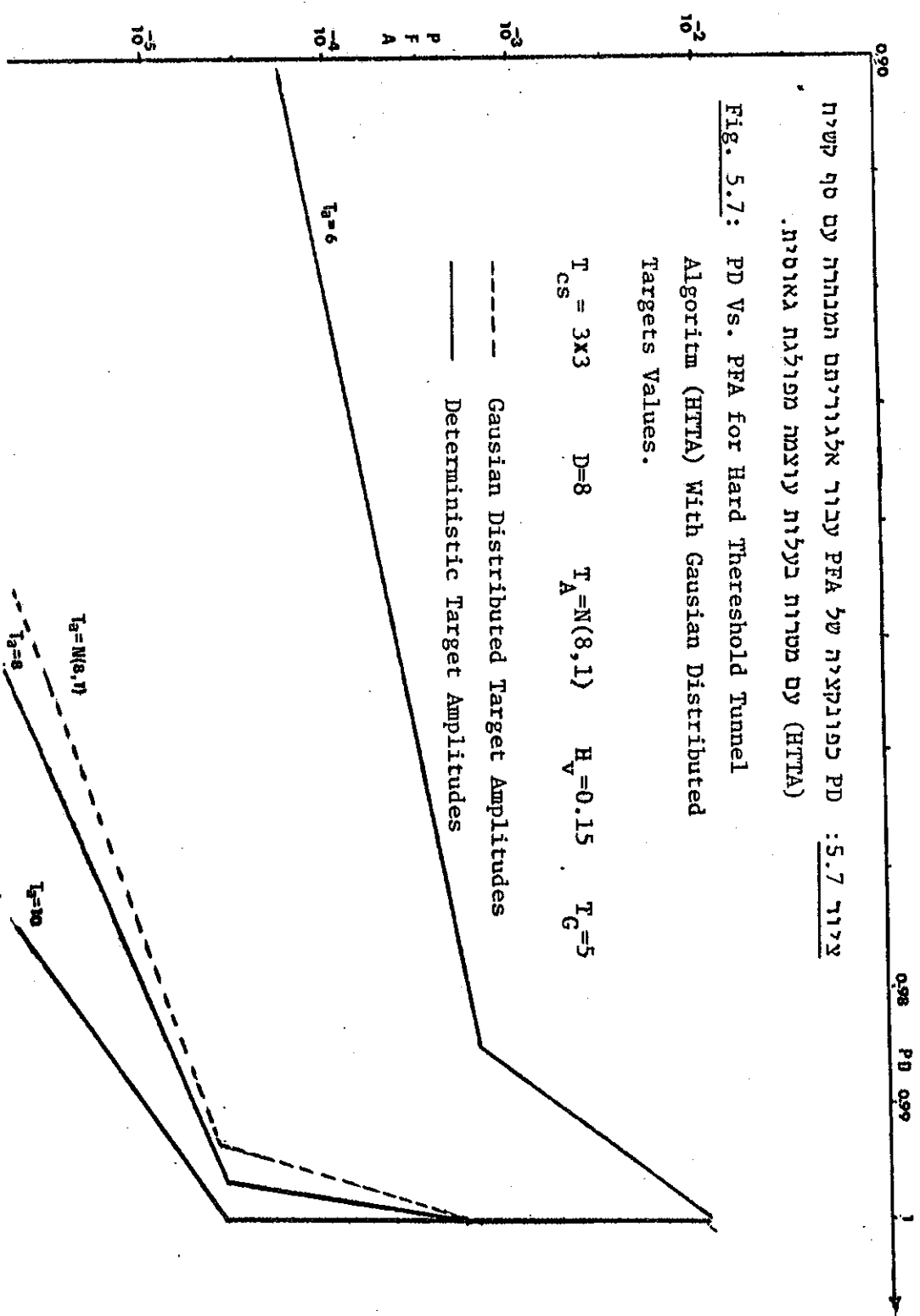
צילור 5.6: PD לפונקציה של PFA עבור אלגוריתם המנתחה עם סף קשיח (HTTA).

Fig. 5.6: PD Vs. PFA for Hard Threshold Tunnel Algorithm - HTTA.

$T_{CS} = 5 \times 5$      $D = 8$      $T_A = 10$      $T_G = 5$

PP

HTTA



צד 5.7 : PD כפונקציה של PFA עבור אלגוריתם התנתח עם סף קשיח (HTTA) עם מטרת בעלת עוצמת מפולגת גאוסית.

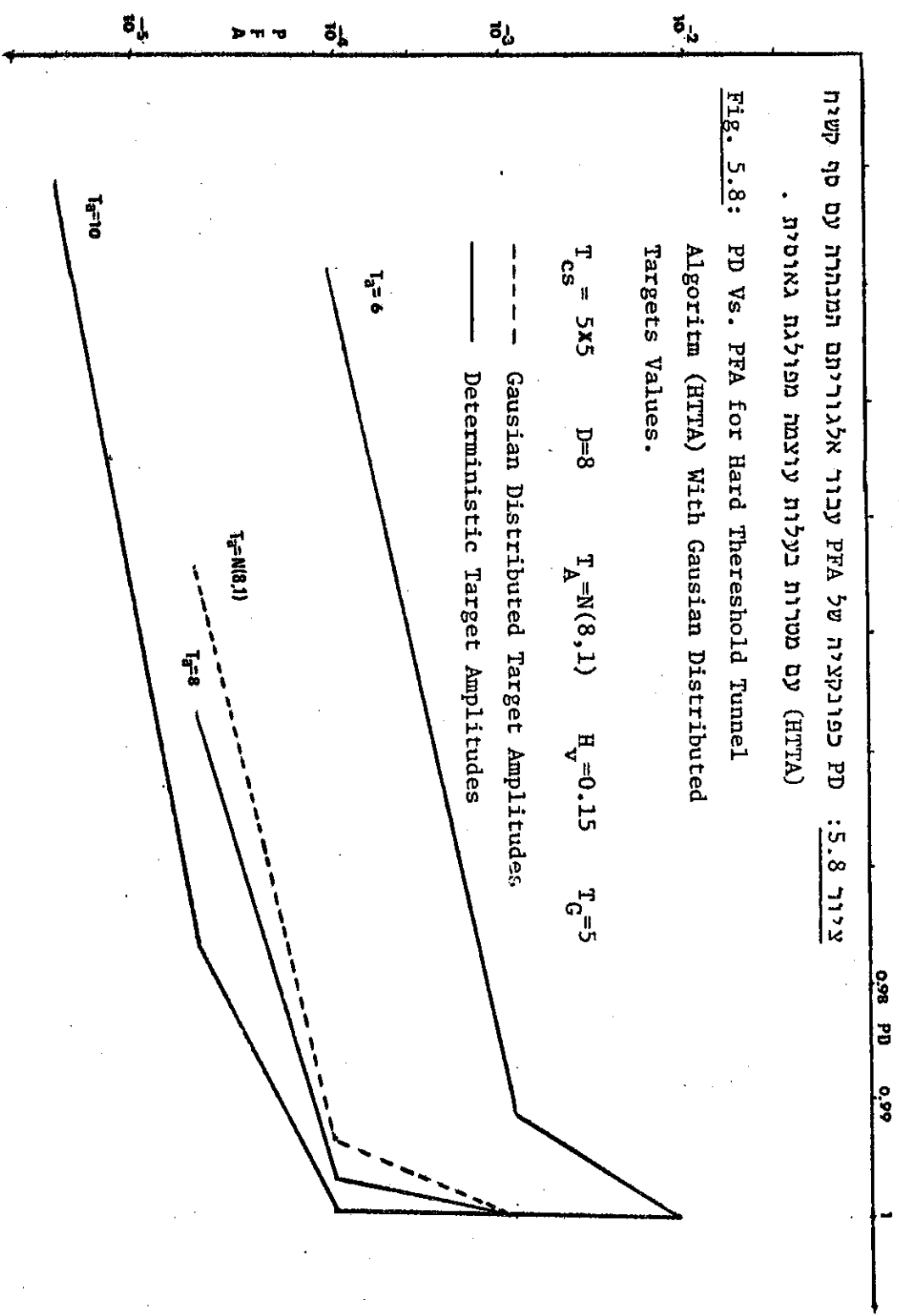
Fig. 5.7: PD Vs. PFA for Hard Threshold Tunnel Algorithm (HTTA) With Gaussian Distributed Targets Values.

צ׳יף 5.8 : PD כפונקציה של PFA עבור אלגוריתם המנתהר עם סף קשיח (HTTA) עם מטרות כעלות עוצמת מפולגה גאוסית .

Fig. 5.8: PD Vs. PFA for Hard Threshold Tunnel Algorithm (HTTA) With Gaussian Distributed Targets Values.

$T_{cs} = 5 \times 5$      $D=8$      $T_A = N(8,1)$      $H_V = 0.15$      $T_G = 5$

----- Gaussian Distributed Target Amplitudes  
 \_\_\_\_\_ Deterministic Target Amplitudes



הסדרה  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  מקיימת את התנאים של תהליך ברנולי: לבנה, בינרית, עם סיכוי הצלחה  $P_r\{L_i^H=1|H_0\}$  בלתי תלוי ב- $i$ . (ראה נספח א).

תחילה נראה דרך לקבל ביטוי לחישוב הסתברות ההצלחה של התהליך הנ"ל מתוך  $P_r\{X_i^H=1|H_0\}$  שקיבלנו בפרק מספר 3.

ביטוי (5.5) נותן לנו את הקשר שבין  $L_i^H(m,n)$  לבין  $X_i^H(m,n)$ . וביטוי (5.3) נותן את הקשר שבין  $X_i^H(m,n)$  לבין  $X_j^H(m,n)$  ל- $L_i^H(m,n)$  ניתן גם לרשום הגדרה נוספת לזו המופיעה בביטוי (5.4) והיא

$$(5.15) \quad L_i^H(m,n) \triangleq \begin{cases} 0 & \text{IF } X_i^H(j,k)=0 \forall |j-m| \leq S_m, |k-n| \leq S_m \\ 1 & \text{ELSE} \end{cases}$$

ביטוי (5.15) שקול לביטוי (5.4) כיוון שהגודל  $X_i^H(j,k)$  מקבל ערכים "0" או "1" בלבד לכן המקסימום של קבוצת איברים כאלו הוא "0" אם כולם מקבלים ערך "0", אחרת המקסימום הוא "1".

קל לראות מתוך (5.15) כי מתקיים

$$(5.16) \quad P_r\{L_i^H(m,n)=0|H_0\} = P_r\{X_i^H(j,k)=0 \mid |j-m| \leq S_m, |k-n| \leq S_m\}$$

אם נניח שערכי  $X_i^H(j,k)$  ב"ת עבור ערכי  $j$  ו- $k$  שונים אזי נוכל לרשום זאת

$$(5.17) \quad P_r\{X_i^H(j,k)=0, X_i^H(j+\Delta j, k+\Delta k)=0|H_0\} = P_r\{X_i^H(j,k)=0|H_0\} \times P_r\{X_i^H(j+\Delta j, k+\Delta k)=0|H_0\}$$

עבור כל  $\Delta k, \Delta j$  וכל  $i, j, k$ .

אם נשתמש באי תלות הנ"ל אזי ניתן לפרק את ביטוי (5.16) בצורה הבאה

$$(5.18) \quad P_r\{L_i^H(m,n)=0|H_0\} = \prod_{j=-S_m}^{S_m} \prod_{k=-S_m}^{S_m} P_r\{X_i^H(m+j, m+k)=0|H_0\}$$

ואם נניח שהאות סטציונרי בתוך חתך הרוחב של המנהרה לכן

$$(5.19) \quad P_r\{L_i^H(m,n)=0|H_0\} = [P_r\{X_i^H(m,n)=0|H_0\}]^{T_{cs}}$$

$$T_{cs} = (2S_m + 1) \times (2S_n + 1)$$

כאשר

בשלב זה שוב ניתן להשמיט את הקואורדינטות  $(m, n)$  ואזי נקבל

$$(5.20) \quad P_r\{L_i^H = 1 | H_0\} = 1 - [1 - P_r\{X_j^H = 1 | H_0\}]^{T_{cs}}$$

חישבנו את ערכו של  $P_r\{L_i^H = 1 | H_0\}$  מתוך האות והשוונו תוצאה זו לחישוב אנליטי של  $P_r\{L_i^H = 1 | H_0\}$  מתוך ביטוי (5.20) (כאשר את  $P_r\{X_j^H = 1 | H_0\}$  חישבנו מתוך האות). קיבלנו התאמה טובה בין שתי התוצאות דבר המצביע על כך שההנחות שהנחנו לקבלת ביטוי (5.20) אכן מתאימות.

הראנו קודם שהסדרה  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  מקיימת את התנאים של תהליך ברנולי (בהנחת אי תלות בין ערכי  $L_i^H$ ) עם סיכויי הצלחה  $P_r\{L_i^H = 1 | H_0\}$  אותו קיבלנו בביטוי (5.20) והוא בלתי תלוי ב- $i$  לכן ניתן לסמן אותו ע"י  $P_r\{L^H = 1 | H_0\}$ .

לגבי תהליך ברנולי מוגדר גודל הנקרא "מספר הצלחות"

$$(5.21) \quad N_m = \begin{cases} 0 & m=0 \\ L_1^H + L_2^H + \dots + L_m^H & m=1, 2, \dots \end{cases}$$

את  $P_i^D$  ניתן כעת לבטא בצורה הבאה

$$(5.22) \quad P_i^D = N_i - N_{i-(D-1)}$$

וידוע מתוך הגדרת תהליך ברנולי [16] כי

$$(5.23) \quad P_r\{N_i - N_{i-(D-1)} = M\} = \binom{D}{M} p^M q^{D-M}$$

ולכן ניתן לרשום

$$(5.24) \quad P_r\{P_i^D = T_R | H_0\} = \binom{D}{T_R} [P_r\{L=1 | H_0\}]^{T_R} [1 - P_r\{L=1 | H_0\}]^{D-T_R}$$

מתוך ביטוי (5.24) ניתן לקבל ביטוי להסתברות התראות השוא במנהרה בהנחת מודל ברנולי לסדרה  $\{L_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$  בתוך המנהרה

$$(5.25) \quad PFA \triangleq P_r\{P_i^D \geq T_R | H_0\} = \sum_{j=T_R}^D P_r\{P_i^D = j | H_0\}$$

ונציב את (5.24) ב (5.25)

$$(5.26) \quad PFA = \sum_{j=T_R}^D \binom{D}{j} \times [P_r\{L=1|H_0\}]^j \times [1 - P_r\{L=1|H_0\}]^{D-j}$$

ונציב את (5.20) בתוך (5.26) ונקבל

$$(5.27) \quad PFA = \sum_{j=T_R}^D \binom{D}{j} \times [1 - (1 - P_r\{X_j^H=1|H_0\})^{T_{cs}}]^j \times [1 - P_r\{X_j^H=1|H_0\}]^{(D-j)T_c}$$

כאשר

$T_{cs}$  - הוא מספר ה-PIXELS בשטח חתך רוחב המנהרה והשוה ל  $(2S_m+1) \times (2S_n+1)$

$D$  - הוא עומק המנהרה

$T_R$  - RANK THRESHOLS המוגדר ע"י 5.11

ציורים 5.9÷5.10 מציגים את מידת התאמת החישוב האנליטי של PFA עפ"י ביטוי (5.27). לסימולציה שנעשתה לחישוב הסתברות התראות השוא עבור אלגוריתם המנהרה עם סף קשיח על האות הנתון.

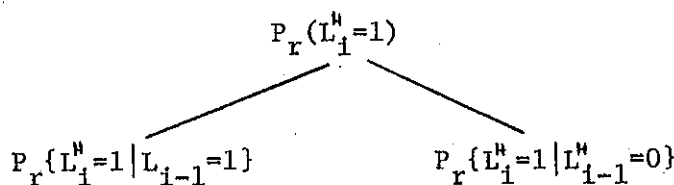
מתוך הציורים הנ"ל יוצא שאין התאמה טובה בין המודל לבין הסימולציה במיוחד עבור ערכי  $T_R$  הגבוהים. אי התאמה זו נובעת מאי קיום הנחת האי תלות בין אברי הסדרה  $\{L_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$ .

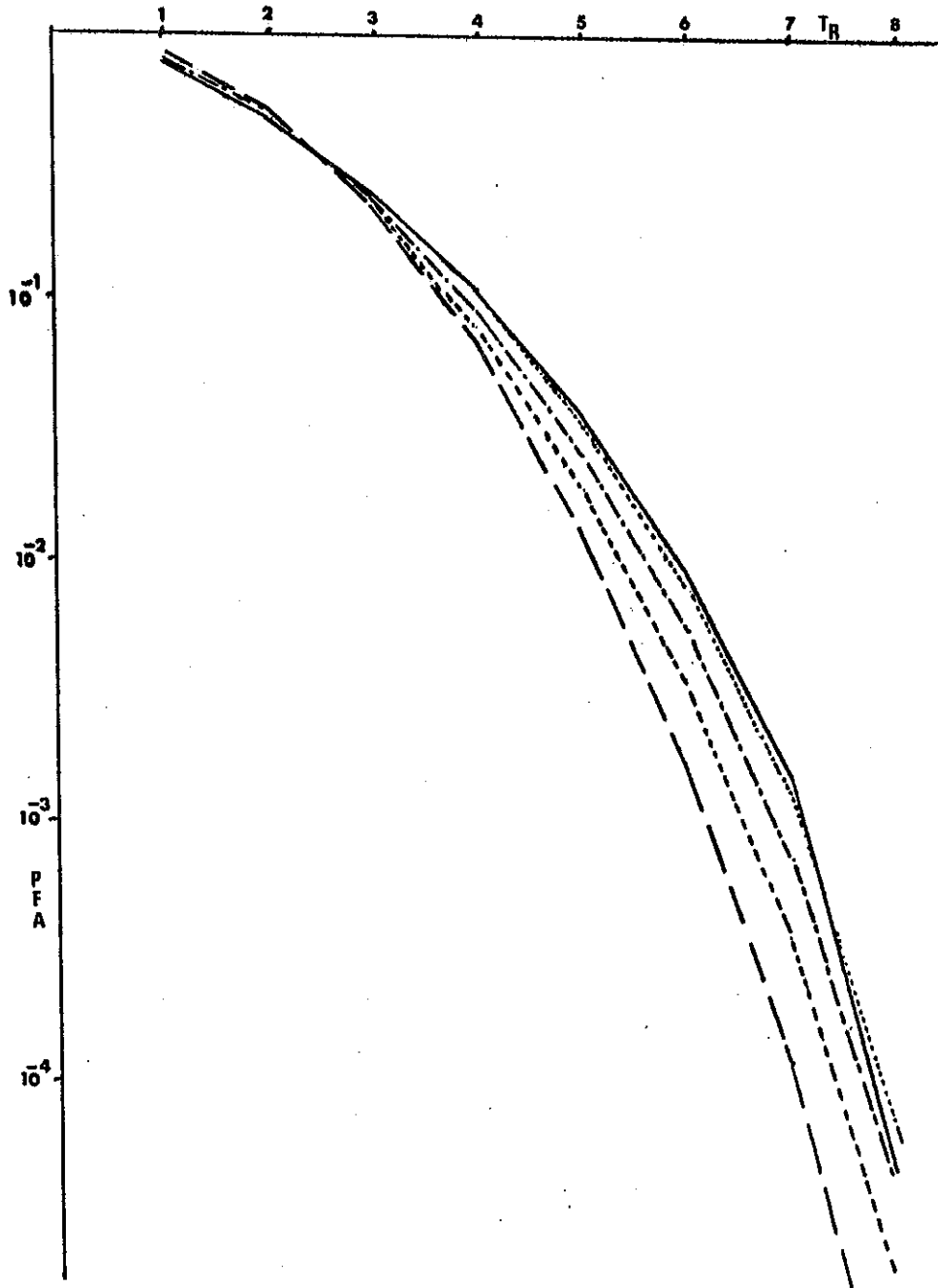
5.1.3 מודל מרקובי עם תלות מסדר ראשון לאות

מאחר ומצאנו שהסדרה הבינרית  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  כנראה איננה לבנה, כלומר קיימת תלות בין אברי הסדרה, בדקנו תחילה את קיום התלות, במיוחד סדר התלות כפי שיובהר להלן.

א. תלות מסדר ראשון:

חישבנו מתוך האות את  $P_r\{L_1^H|L_{1-1}^H\}$  ואת התוצאות ניתן להציג ע"י העץ הבינרי הבא





ציור 5.9: PFA כפונקציה של  $T_R$  עבור המודלים השונים ועבור הסימולציה.

Fig. 5.9: PFA Vs.  $T_R$  for The Models and for the Simulation.

$T_{cs} = 3 \times 3$

$D=8$

$T_G=3$

—————

Simulation

-----

Bernoulli Model

- - - - -

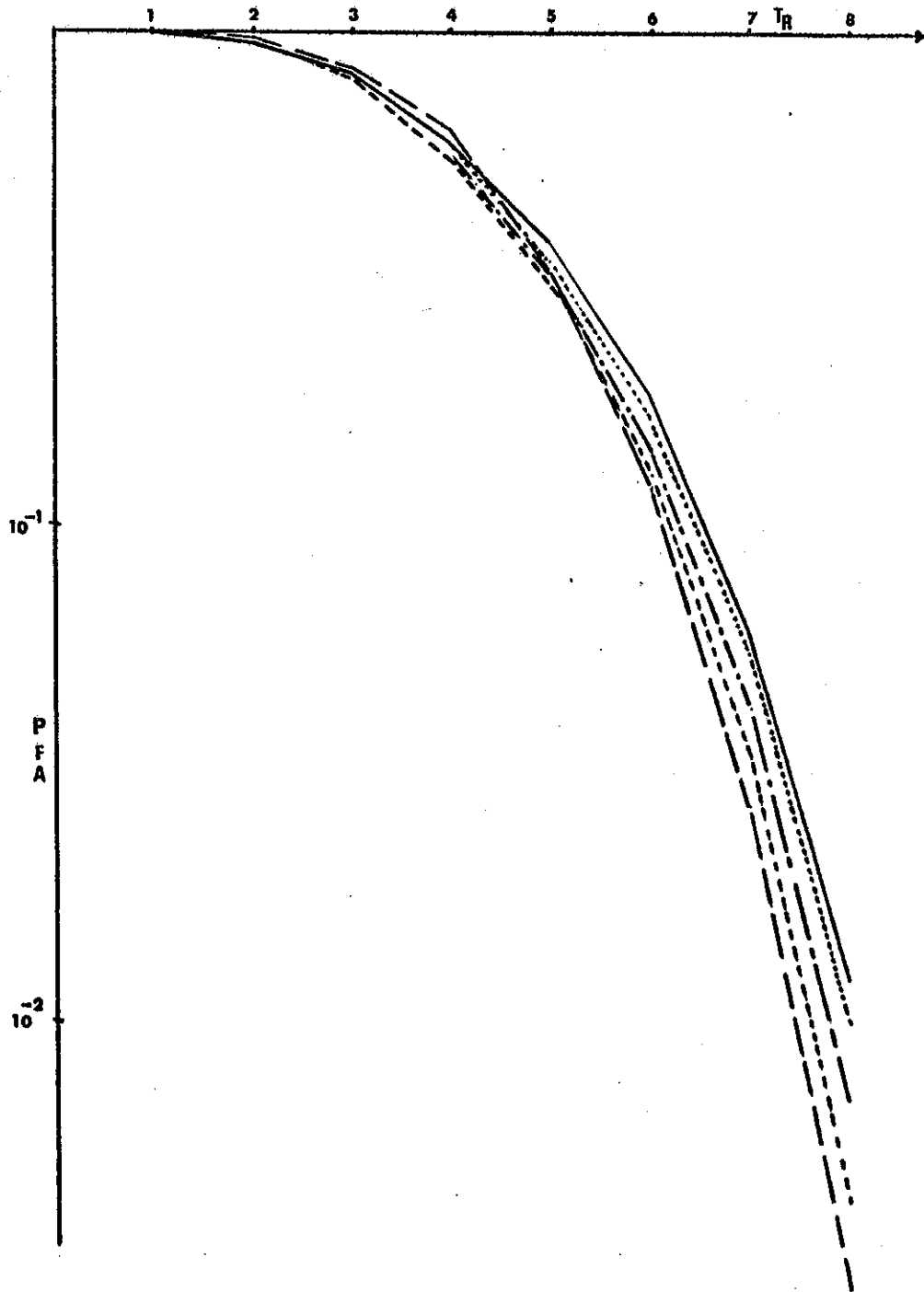
First Order Markov Model

- · - · - ·

Second Order Markov Model

.....

Forth Order Simplified Markov Model



ציור 5.10: PFA כפונקציה של  $T_R$  עבור המודלים השונים ועבור הסימולציה.

Fig. 5.10: PFA Vs.  $T_R$  for The Models and for the Simulation.

$T_{cs} = 5 \times 5$

$D=8$

$T_G=3$

—————

Simulation

— — — — —

Bernoulli Model

- - - - -

First Order Markov Model

- · - · - · - · - ·

Second Order Markov Model

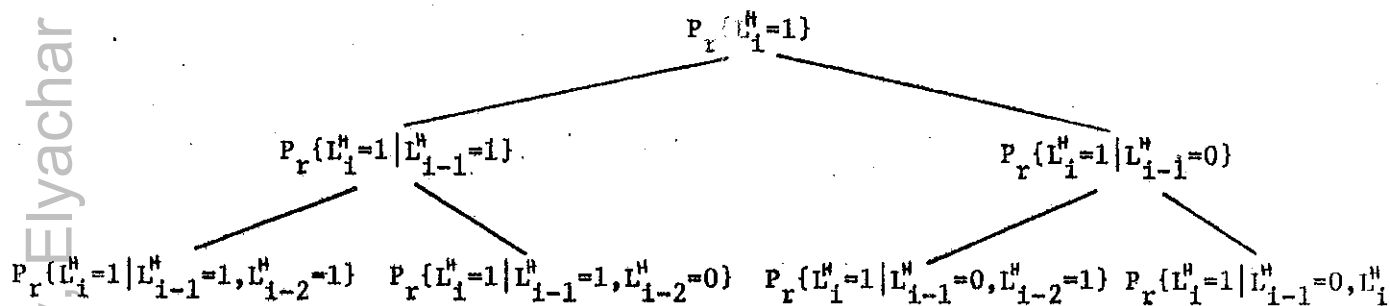
.....

Forth Order Simplified Markov Model

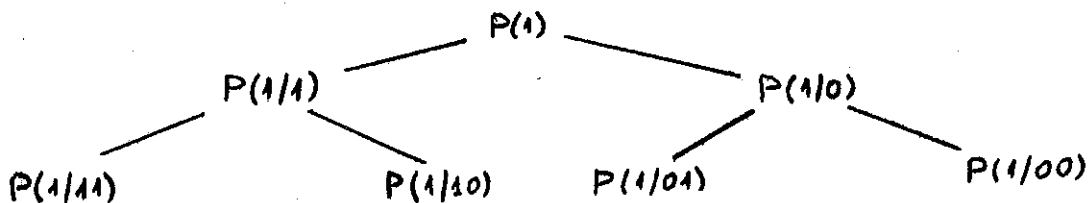


ב. תלות מסדר שני:

חישובנו מתוך האות את  $P_r\{L_i^H | L_{i-1}^H, L_{i-2}^H\}$  ואת התוצאות ניתן להציג ע"י העץ הבינרי הבא



ניתן את העץ הבינרי הנ"ל לתאר בצורה נוחה יותר ע"י



בטבלה 5.1 סיכמנו את התוצאות שהתקבלו עבור האות הנתון עד תלות מסדר רביעי עבור מנהרות בעלות חתך רוחב  $3 \times 3$  ו  $5 \times 5$ .

מתוך טבלה 5.1 ניתן להסיק לגבי סדר התלות הקיים בסדרה הבינרית  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  לגבי האות הנתון. אנו נאמר שסדר התלות אינו גדול משנים אם מתקיים

כלומר  $L_{i-4}^H, L_{i-3}^H$  וכו' אינם מוסיפים אינפורמציה.

מתוך טבלה 5.1 ניתן לראות כיצד עם עליית הסדר השינוי בהסתברות מסדר לסדר הבא נעשה קטן יותר. (הסתיות באחוזים רשומות בטבלה בסוגרים).



בשלב הראשון נניח שהתלות היא מסדר ראשון כלומר

$$(5.28) \quad P_r \{L_i^H / L_{i-1}^H\} = P_r \{L_i^H / L_{i-1}^H, L_{i-2}^H, \dots\}$$

כמו כן נניח שניתן לתאר את הסדרה  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  ע"י סדרת המצבים  $\{S_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$ . כל אחד מאברי סדרת המצבים הנ"ל שייך למרחב  $E_S^1$ . (הסימון  $E_S^1$  מציין מרחב מצבים  $s$  עם הנחת תלות מסדר ראשון) אשר הינו מרחב בינרי המכיל שני איברים 0 ו 1. כלומר קיים רק שני מצבים  $S=0$  ו  $S=1$ .

ההתמרה מהסדרה  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  לסדרת המצבים  $\{S_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$  נעשית בצורה הבאה:

$$S=0 - \text{מצב המתאר את המאורע } L_i=0$$

(5.29)

$$S=1 - \text{מצב המתאר את המאורע } L_i=1$$

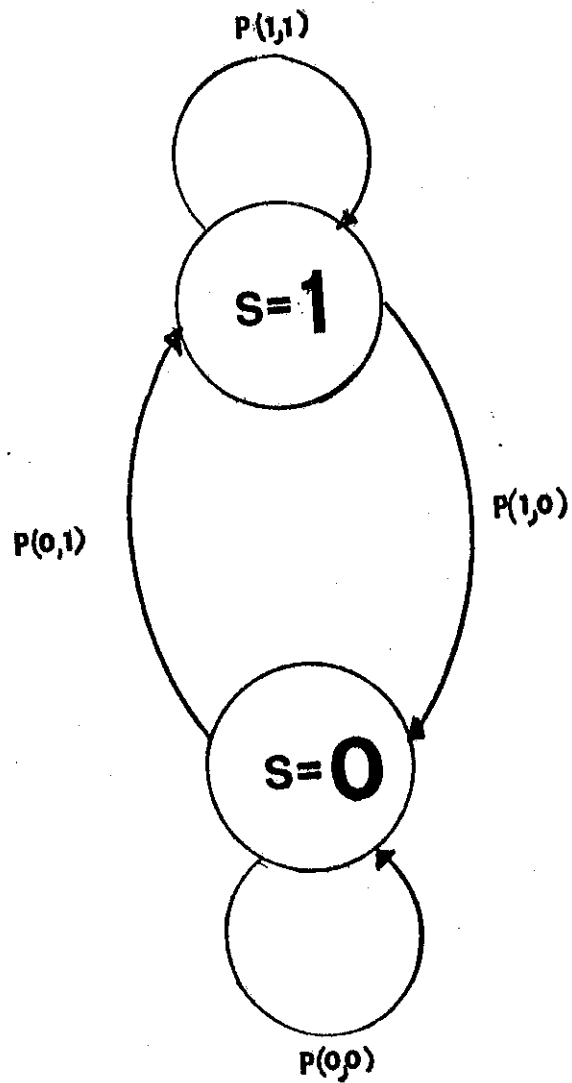
מתוך הגדרת המצבים (5.29) והצבה בביטוי (5.28) נקבל

$$(5.30) \quad P_r \{S_i / S_{i-1}\} = P_r \{S_i / S_{i-1}, S_{i-2}, \dots\}$$

מביטוי (5.30) נובע שסדרת המצבים  $\{S_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$  הינה תהליך אקראי הנקרא "שרשרת מרקובית מסדר ראשון" (ראה נספח א).

את המנגנון היוצר את ה"שרשרת המרקובית" הנ"ל ניתן לתאר בשתי צורות: דיאגרמת מצבים ומטריצת מרקוב.

דיאגרמת המצבים המחוללת את סדרת המצבים  $\{S_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$  מתוארת בצורה הבאה:



ציור 5.11: דיאגרמת מצבים של השרשרת המרקובית המתארת את המודל המרקובי עם חלות מסדר ראשון לאות.

Fig. 5.11: Markov Chain State Diagram of the Markov Model With Signal First Order Dependency.

את הסתברות המעבר  $P_r(S_1=1|S_{1-1}=0)$  נסמן בקצרה ע"י  $P(0,1)$ . את ערכו של הסתברויות המעבר ניתן לחלץ מתוך טבלה 5.1.

מטריצת מרקוב המתארת את שרשרת מרקוב הנ"ל ניתנת לרישום בצורה הבאה:

$$(5.31) \quad P_1 = \begin{bmatrix} P(0,0) & P(0,1) \\ P(1,0) & P(1,1) \end{bmatrix}$$

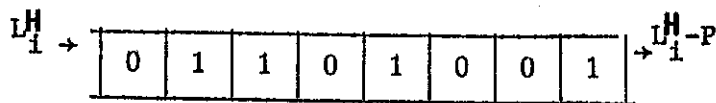
מטריצה  $P_1$  נקראת מטריצת הסתברויות המעבר והיא מקיימת את התכונות של מטריצת מרקוב (ראו בספח א).

נשתמש במודל המרקובי עם תלות מסדר ראשון שהתאמנו לסדרה  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  לחישוב הסתברות התראות השוא PEA. תחילה נפתח ביטוי לחישוב ההסתברות

$$P_r\{P_i^D = T_R | H_0\} = P_r\left\{\sum_{j=i-(D-1)}^i L_j^H = T_R | H_0\right\}$$

ניתן לחאר את ההסתברות הנ"ל כהסתברות שבתוך מנהרה בעומק יהיו  $T_R$  אלמנטים של הסדרה  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  השווים ל"1". ובמודל המרקובי שהתאמנו לסדרה הסתברות זו שקולה להסתברות שהתהליך המרקובי יבקר במצב  $S=1$  בדיוק  $T_R$  פעמים מתוך  $D$  מצבים עוקבים כאשר המצב ההתחלתי של התהליך הוא אקראי.

קטע של דגם התהליך מיוצג ע"י מנהרה בעומק  $T_D$  כמוצג בציור 5.12



ציור 5.12: קטע סדרה  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  המיצגת את המנהרה ואת סדרת המצבים.

Fig. 5.12: A Segment of  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  Sequence that Represents the States Sequence.

מנהרה זאת ניתן ליצג ע"י סדרה של  $P$  מצבים  $\{S_i, S_{i-1}, \dots, S_{i-(D-1)}\}$  אשר ניתן גם לראות אות כוקטור  $\underline{S}^T = (S_i, S_{i-1}, \dots, S_{i-(D-1)})$  קילימים  $2^D$  וקטורים אפשריים כאלה שנסמן אותם ע"י הקבוצה  $S_1^D$ .

מתוך הקבוצה  $S_1^D$  הנ"ל רק  $(\frac{D}{T_R})$  וקטורים מקיימים את התנאי  $\sum_{j=i-(D-1)}^i L_j^H = T_R$  (יש לשים לב שלכל סדרת מצבים  $\{S_i, S_{i-1}, \dots, S_{i-(D-1)}\}$  רק סידרה אחת  $\{L_i^H, L_{i-1}^H, \dots, L_{i-(D-1)}^H\}$  וההיפך לכן ניתן לבחור וקטורים מתוך הקבוצה  $S_1^D$  ע"י תנאים על הסדרה  $\{(L_i^H)_{i=-\infty}^{\infty}\}$ . את הוקטורים המקיימים את התנאי הנ"ל בסמן ע"י תת הקבוצה  $S_{1, T_R}^D$

$$(5.32) \quad S_{1, T_R}^D \triangleq \{ \underline{S} \mid \sum_{j=i-(D-1)}^i L_j^H = T_R \}$$

ההסתברות שהתהליך המרקובי יקבע במצב  $S=1$  בדיוק  $T_R$  פעמים מתוך  $D$  מצבים עוקבים כאשר המצב ההתחלתי אקראי שווה להסתברות שוקטור  $\underline{S}$  שנבחר מתוך הקבוצה  $S_1^D$  יהיה שייך לתת קבוצה

$$(5.33) \quad P_r \{ P_i^D = T_R \mid H_0 \} = P_r \left\{ \sum_{j=i-(D-1)}^i L_j^H = T_R \mid H_0 \right\} = \sum_{\underline{S} \in S_{1, T_R}^D} P_r \{ \underline{S} \}$$

ההסתברות לבחירת וקטור מצבים  $\underline{S}$  ( $P_r \{ \underline{S} \}$ ) היא גם ההסתברות המשותפת של כל האלמנטים של הוקטור  $\underline{S}$

$$(5.34) \quad P_r \{ \underline{S} \} = P_r \{ S_i, S_{i-1}, \dots, S_{i-(D-1)} \}$$

לכן ניתן להציב את (5.34) ב-(5.33) ונקבל

$$(5.35) \quad P_r \{ P_i^D = T_R \mid H_0 \} = \sum_{\underline{S} \in S_{1, T_R}^D} P_r \{ S_i, S_{i-1}, \dots, S_{i-(D-1)} \}$$

כיוון שהתהליך הינו מרקובי מסדר ראשון ניתן לפרק את ביטוי (5.34) למכפלה של הסתברויות מותנות מסדר ראשון (ראה בנספח א תוצאה 8.א)

$$(5.36) \quad P_r \{ S_i, S_{i-1}, \dots, S_{i-(D-1)} \} = P_r \{ S_i / S_{i-1} \} \times P_r \{ S_{i-1} / S_{i-2} \} \times \dots \times P_r \{ S_{i-(D-2)} / S_{i-(D-1)} \} \times P_r \{ S_{i-(D-1)} \}$$

נציב את הפרוק של ביטוי (5.36) בביטוי (5.35) ונקבל

$$(5.37) \quad P_r \{ P_i^D = T_R \mid H_0 \} = \sum_{\underline{S} \in S_{1, T_R}^D} P_r \{ S_i / S_{i-1} \} \times P_r \{ S_{i-1} / S_{i-2} \} \times \dots \times P_r \{ S_{i-(D-2)} / S_{i-(D-1)} \} \times P_r \{ S_{i-(D-1)} \}$$

בעזרת התוצאה האחרונה בביטוי (5.37) נחשב את הסתברות התראות השווא  $(P_r \{ P_i^D \geq T_R \mid H_0 \})$  ע"י הצבת (5.37) בביטוי (5.25) ונקבל

$$(5.38) \quad PFA = P_r \{ P_i^D \geq T_R \mid H_0 \} = \sum_{j=T_R}^D \sum_{\underline{S} \in S_{j, T_R}^D} P_r \{ S_i / S_{i-1} \} \times P_r \{ S_{i-1} / S_{i-2} \} \times \dots \times P_r \{ S_{i-(D-2)} / S_{i-(D-1)} \} \times P_r \{ S_{i-(D-1)} \}$$

ביטוי 5.38 שימש אותנו לחישוב הסתברות התראות השוא כאשר את ערכי  $P_T\{S_{i-2}\}$  לקחנו מתוך טבלה 5.1.

ציורים 5.9 ו 5.10 מציגים את מידת התאמת החישוב האנליטי של  $PFA_{TH}$  ע"י ביטוי (5.38) לסימולציה שנעשתה לחישוב ה-PFA עבור אלגוריתם המנהרה על האות הנתון.

כפי שניתן לראות מתוך התוצאות מידת התאמה של המודל המרקובי עם תלות מסדר ראשון לאות טובה יותר ממידת ההתאמה של מודל ברנולי אך ההתאמה אינה מספיק טובה.

#### 5.1.4 מודל מרקובי עם תלות מסדר שני לאות

כיוון שהמודל המרקובי עם תלות מסדר ראשון לא נתן התאמה מספיק טובה ניתן להגדיל את סדר התלות לסדר שני בהנחה שסדר גבוה יותר יתן התאמה טובה יותר. לפי הגישה הנ"ל נראה את הסדרה הבינרית  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  כמיצגת סדרת מצבים של שרשרת מרקובית כפי שעשינו עבור המודל המרקובי עם תלות מסדר ראשון. אבל הפעם נגיש שהסדרה הבינרית מיצגת סדרת מצבים של שרשרת מרקובית מסדר שני כלומר

$$(5.39) \quad P_T\{L_i^H | L_{i-1}^H, L_{i-2}^H\} = P_T\{L_i^H | L_{i-1}^H, L_{i-2}^H, L_{i-3}^H\}$$

מאחר וקל יותר לטפל בשרשרת מרקובית מסדר ראשון נמיר את השרשרת המרקובית מסדר שני הנ"ל לשרשרת מרקובית מסדר ראשון.

את ההמרה הנ"ל נעשה ע"י שינוי בהגדרת המצבים ותאור הסדרה הבינרית  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  ע"י סדרת מצבים  $\{S_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$  כך שסדרת המצבים תהיה של שרשרת מרקובית מסדר ראשון בעוד שהסדרה הבינרית  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  בעלת תלות מסדר שני כפי שמראה הביטוי (5.39). למודל זה קראנו מודל מרקובי עם תלות מסדר שני לאות כדאי להדגיש שתי עובדות: א. המודל המרקובי הוא מסדר ראשון. ב. הסדרה  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  אותה הוא מיצג בעלת תלות מסדר שני.

תחילה נגדיר את מרחב המצבים  $E_s^2$  אשר הינו מרחב המכיל ארבעה אברים 2,1,0,3.

(5.40)

$$\begin{aligned}
 s=0 & \quad \text{מצב המתאר את המאורע } L_1^H=0, L_{i-1}^H=0 \\
 s=1 & \quad \text{מצב המתאר את המאורע } L_1^H=0, L_{i-1}^H=1 \\
 s=2 & \quad \text{מצב המתאר את המאורע } L_1^H=1, L_{i-1}^H=0 \\
 s=3 & \quad \text{מצב המתאר את המאורע } L_1^H=1, L_{i-1}^H=1
 \end{aligned}$$

ציור 5.13 מתאר קטע מהסדרה  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  ואת סדרת המצבים  $\{S_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$  הנובעת ממנה בתוך מנהרה בעומק P

המעבר ממצב  $S_{i-1}$  מתאר מעבר ממצב  $S_{i-1}$  חמוגדר ע"י  $L_i^H$  ו  $L_{i-1}^H$ . כלומר כל מה שהתחדש במעבר ממצב  $S_{i-1}$  למצב  $S_i$  הוא  $L_i$  ולכן ניתן לרשום

(5.41) 
$$P_r\{L_i^H, L_{i-1}^H / L_{i-1}^H, L_{i-2}^H\} = P_r\{L_i^H / L_{i-1}^H, L_{i-2}^H\}$$

מתוך הזהות

(5.42) 
$$P_r(x, y / y, z) = \frac{P_r(x, y, y, z)}{P_r(y, z)} = \frac{P_r(x, y, z)}{P_r(y, z)} = P_r(x / y, z)$$

בגלל הגדרת המצבים (5.40) של המודל המרקובי עם תלות מסדר שני לאות ניתן לרשום באופן כללי

(5.43) 
$$P_r\{S_i / S_{i-1}, S_{i-2}, \dots\} = P_r\{L_i^H / L_{i-1}^H, L_{i-2}^H, L_{i-3}^H, \dots\}$$

5.38 כיוון שהסדרה  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  היא בעלת תלות מסדר שני בלבד נשתמש בביטוי

ונקבל

(5.44) 
$$P_r\{S_i / S_{i-1}\} = P_r\{S_i / S_{i-1}, S_{i-2}, \dots\}$$

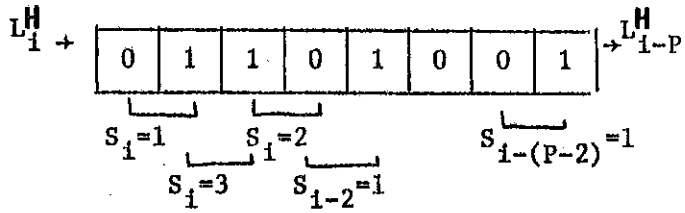
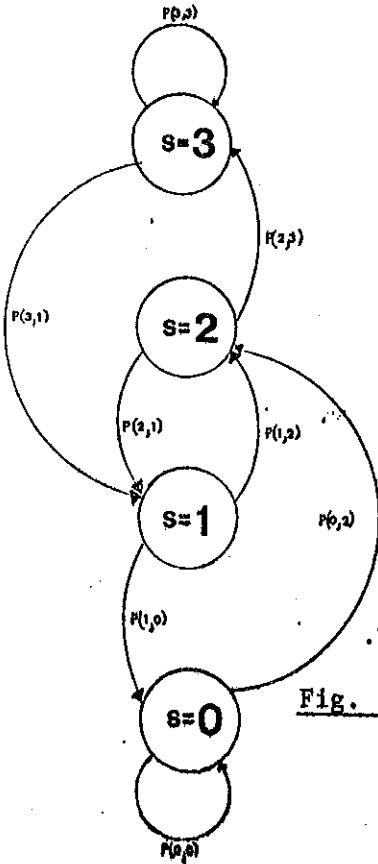
כלומר הראנו שהמודל המרקובי עם תלות מסדר שני לאות הוא שרשרת מרקובית

מסדר ראשון וסדרת המצבים שלו  $\{S_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$  מתארת את הסדרת הבינרית  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  שהיא בעלת תלות מסדר שני.

כמו שהראנו כבר קודם עבור המודל המרקובי עם תלות מסדר ראשון לאות ניתן לתאר את השרשרת המרקובית בשתי צורות.

דיאגרמת המצבים המחוללת את סדרת המצבים  $\{S_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$  של המודל המרקובי עם תלות מסדר שני לאות מתוארת בציור הבא.





5.13 - קטע סדרה  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  המיצגת את המנחרה ואת סדרת המצבים.

Fig. 5.13: A Segment of  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  Sequence that Represents the States Sequence.

ציור 5.14: דיאגרמת מצבים של השרשרת המרקובית המתארת את המודל תמרקובי עם תלות מסדר שני.

Fig. 5.14: Markov Chain State Diagram of the Markov Model With Signal Second Order Dependency.

מתוך הציור הנ"ל ניתן לראות שקיימים מעברים אסורים לדוגמא ההסתברות לעבור ממצב  $s=3$  למצב  $s=2$  היא אפס, כלומר המעבר ממצב  $s=3$  למצב  $s=2$  אסור. הסיבה לכך היא שלא יתכן מצב  $S_{i-1}=3$  בו  $L_{i-1}^H=1$ ,  $L_{i-2}^H=1$  וממנו לעבור למצב  $S_i=0$  בו  $L_{i-2}^H=0$ ,  $L_{i-3}^H=0$  כיוון שקיימת כאן סתירה לגבי ערכו של  $L_{i-2}^H$ .

מטריצת מרקוב המתארת את שרשרת מרקוב הנ"ל ניתנת לרישום בצורה הבאה:

$$(5.45) \quad P_2 = \begin{bmatrix} P(0,0) & 0 & P(0,2) & 0 \\ P(1,0) & 0 & P(1,2) & 0 \\ 0 & P(2,1) & 0 & P(2,3) \\ 0 & P(3,1) & 0 & P(3,3) \end{bmatrix}$$

מתוך הגדרה (6.א) שבנספח א ניתן לרשום

$$(5.46) \quad \sum_{j \in E_s^2} P(i, j) = 1$$

ומכך נובע כי

$$(5.47) \quad \begin{aligned} P(0,0) &= 1 - P(0,2) \\ P(2,1) &= 1 - P(2,3) \\ P(1,0) &= 1 - P(1,2) \\ P(3,1) &= 1 - P(3,3) \end{aligned}$$

כמו כן אם נסמן

$$(5.48) \quad P\{S_i = j\} \triangleq \pi(j)$$

$$(5.49) \quad \underline{\pi} \triangleq (\pi(0), \pi(1), \dots, \pi(j), \dots) \quad j \in E_s^2$$

ניתן להראות שמתקיים השוויון הבא

$$(5.50) \quad \underline{\pi} = \underline{\pi} \cdot P_2$$

(השוויון האחרון בביטוי (5.50) מתקיים עבור כל  $P_n$ ).

מתוך ביטולים (5.47) ו (5.50) אנו רואים כי המודל המרקובי עם תלות מסדר שני לאות שהצגנו ניתן לתאור ע"י ארבעה פרמטרים בלבד  $(P(2,1), P(3,3), P(0,1), P(1,3))$  לעומת שני פרמטרים למודל המרקובי עם תלות מסדר ראשון לאות.

בציור 5.13 מודגם קטע של הסדרה  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  באורך  $D$  אשר כפי שראינו ניתן לתאור ע"י הסדרה  $\{L_i^H, L_{i-1}^H, \dots, L_{i-(D-1)}^H\}$  מצבים  $\{S_i, S_{i-1}, \dots, S_{i-(D-2)}\}$  (או בסימון וקטורי  $(S_i^T \triangleq (S_i, S_{i-1}, \dots, S_{i-(D-2)}))$ ). כפי שרואים אורך קטע הסדרה  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  בתוך מנהרה בעומק  $D$  הוא גם כן  $D$ . בעוד שאורך סדרת המצבים הוא  $D-1$  בלבד.

קילמים  $2^D$  סדרות  $\{L_1^H, L_{1-1}^H, \dots, L_{1-(D-1)}^H\}$  כיוון שאיברי הסדרה בינריים. כיוון שלכל סדרה כנ"ל ניתן להתאים רק סדרה אחת של מצבים  $\{s_1, s_{1-1}, \dots, s_{1-(D-2)}\}$  (כל איבר בסדרה בעל ארבעה ערכים אפשריים) הרי שקילמים  $2^D$  סדרות אפשריות של מצבים. קבוצה זו של סדרות מצבים (או וקטורי מצבים) נסמן אותה ע"י  $S_2^D$ .

נשים לב לעובדה שהקבוצה  $S_2^D$  מכילה יותר מספר וקטורים כמו הקבוצה  $S_1^D$  למרות שהוקטורים בקבוצה  $S_2^D$  בעלי מימד  $D-1$  והוקטורים בקבוצה  $S_1^D$  בעלי שני ערכים אפשריים.  $(0,1)$  בעוד שהוקטורים בקבוצה  $S_2^D$  בעל ארבעה ערכים אפשריים  $(0,1,2,3)$ .

מתוך הקבוצה  $S_2^D$  רק  $\binom{D}{T_R}$  וקטורים מקילמים את התנאי  $\sum_{j=1-(D-1)}^i L_j^H = T_R$  בסמן תת קבוצה זו של וקטורים ע"י  $S_{2,T_R}^D$ .

$$(5.51) \quad S_{2,T_R}^D \cong \left\{ S \mid \sum_{j=1-(D-1)}^i L_j^H = T_R \right\}$$

המשך הפיתוח דומה לזה שעבור המודל המרקובי עם תלות מסדר ראשון לאות ולכן נציג רק את הביטוי הסופי להסתברות התראות השוא (PFA).

$$(5.52) \quad PFA = P_r \{P_i \geq T_R \mid H_0\} = \sum_{j=T_R}^D \sum_{S \in S_{j,T_R}^D} P_r \{s_i / s_{i-1}\} \dots P_r \{s_{i-(D-3)} / s_{i-(D-2)}\} P_r \{s_{i-(D-2)}\}$$

ביטוי (5.52) שימש אותנו לחישוב הסתברות התראות השוא כאשר את ערכי  $P_r \{s_i / s_{i-1}\}$  לקחנו מתוך טבלה 5.1. ציורים 5.9 ו 5.10 מציגים את מידת התאמת החישוב האנליטי של PFA ע"י ביטוי (5.52) לסימולציה שנעשתה לחישוב ה-PFA עבור אלגוריתם המבהרה על האות הנתון.

כפי שניתן לראות מתוך התוצאות מידת ההתאמה של המודל המרקובי עם תלות מסדר שני לאות טובה יותר ממידת ההתאמה של המודל המרקובי עם תלות מסדר ראשון לאות.

5.1.5 מודלים מרקובים עם תלות מסדר גבוה לאות

ראינו קודם שהגדלת הנחת סדר התלות הגדילה את ההתאמה בין המודל לבין האות המיוצג ע"י הסדרה  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  כל הגדלה נוספת בהנחת סדר התלות רק תשפר את ההתאמה בין המודל לאות.

ראינו גם קודם שהגדלת סדר התלות ב-1 הגדילה את מספר הפרמטרים חדרושים פי שנים כלומר עבור מודל מרקובי עם תלות מסדר שלישי לאות ידרשו 8 פרמטרים, עבור מודל מרקובים עם תלות מסדר רביעי לאות ידרשו 16 פרמטרים וכו'.

בסעיף 5.1.5.1 בתאר מודל מרקובי עם תלות מסדר n-י לאות ובסעיף 5.1.5.2 נדגים את השימוש בו ע"י בבית מודל מרקובי עם תלות מסדר רביעי לאות.

5.1.4.1 מודל מרקובי עם תלות מסדר n-י לאות

ניתן להרחיב את המודל המרקובי לכל סדר תלות שהוא באותה צורה שעשינו עד כה. נציג כעת מודל מרקובי עם תלות מסדר n-י לאות מבלי לפתח את המודל.

נגדיר מרחב מצבים  $E_s^n$  המכיל  $2^n$  איברים:

$$S=0 \text{ מצב המתאר את המאורע } L_i^H=0, L_{i-1}^H=0, \dots, L_{i-(n-1)}^H=0$$

$$S=1 \text{ מצב המתאר את המאורע } L_i^H=0, L_{i-1}^H=0, \dots, L_{i-(n-1)}^H=1$$

(5.53)

$$S=2^n-1 \text{ מצב המתאר את המאורע } L_i^H=1, L_{i-1}^H=1, \dots, L_{i-(n-1)}^H=1$$

את דיאגרמת המצבים קשה לתאר אך מטריצת מרקוב של השרשרת נוח לתאר והיא ניתנת ע"י

$$(5.54) \quad P_n = \begin{bmatrix} P(0,0) & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & P(0,2^{n-1}) & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ P(1,0) & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & P(1,2^{n-1}) & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & P(2,1) & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & P(2,2^{n-1}+1) & \dots & 0 & 0 \\ 0 & P(3,1) & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & P(3,2^{n-1}+1) & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & P(2^{n-2}, 2^{n-1}-1) & 0 & 0 & \dots & \dots & P(2^{n-2}, 2^n-1) \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & P(2^{n-1}, 2^{n-1}-1) & 0 & 0 & \dots & \dots & P(2^{n-1}, 2^n-1) \end{bmatrix}$$

ונוכל לרשום השויונות

$$(5.55) \quad \begin{aligned} P(0,0) &= 1 - P(0,2^{n-1}) \\ P(1,0) &= 1 - P(1,2^{n-1}) \\ P(2,1) &= 1 - P(2,1^{n-1}+1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(2^{n-2}, 2^{n-1}-1) &= 1 - P(2^{n-2}, 2^n-1) \\ P(2^{n-1}, 2^{n-1}-1) &= 1 - P(2^{n-1}, 2^n-1) \end{aligned}$$

באותה צורה שהראנו כבר בעבר קיימים  $2^D$  וקטורי מצבים  $\underline{s} = (s_1, s_{i-1}, \dots, s_{i-(D-n)})$  בעלי מימד  $D-n+1$  וכל אחד מאברי הוקטור  $\underline{s}$  יכול לקבל  $2^n$  ערכים שונים.

נבנה את הקבוצה  $S_n^D$  של הוקטורים האלו ואת תת הקבוצה  $S_{n, T_R}^D$

$$(5.56) \quad S_{n, T_R}^D \triangleq \left\{ \underline{s} \mid \sum_{j=i-(D-1)}^i L_j^H = T_R \right\}$$

והביטוי ל-PFA יהיה.

$$(5.57) \quad PFA = \sum_{j=T_R}^D \sum_{\underline{s} \in S_{n, T_R}^D} P_n\{s_i | s_{i-1}\} \times P_n\{s_{i-1} | s_{i-2}\} \times \dots \times P_n\{s_{i-(D-m)} | s_{i-(D-m)}\} \times P_n\{s_{i-(D-m)}\}$$

5.1.5.2 מודל מרקובי עם תלות מסדר רביעי לאות

לפי ההרחבה שעשינו ממודל מרקובי עם תלות מסדר ראשון לאות למודל מרקובי עם תלות מסדר n-י לאות נדגים כעת הרחבה למודל מרקובי עם תלות מסדר רביעי לאות.

לפי הגישה הנ"ל נניח שהסדרה הבינרית  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  מיצגת סדרת מצבים של שרשרת מרקובית כפי שעשינו עבור המודל המו ובי עם תלות מסדר ראשון לאות. אבל הפעם נניח שהסדרה הבינרית מיצגת סדרת מצבים של שרשרת מרקובית מסדר רביעי כלומר

$$(5.58) \quad P_r \{L_i^H / L_{i-1}^H, L_{i-2}^H, L_{i-3}^H, L_{i-4}^H\} = P_r \{L_i^H / L_{i-1}^H, L_{i-2}^H, L_{i-3}^H, L_{i-4}^H, L_{i-5}^H, \dots\}$$

שוב מאחר וקל יותר לטפל בשרשרת מרקובית מסדר ראשון נמיר את השרשרת המרקובית מסדר רביעי לשרשרת מרקובית מסדר ראשון, כאשר את ההמרה נעשה ע"י שינוי בהגדרת המצבים לפי ההגדרה. עבור המודל המרקובי עם תלות מסדר n לאות

(5.53)

נגדיר את מרחב המצבים  $E_s^4$  המכיל 16 אברים  $\{0,1,2,\dots,15\}$ .

$$(5.59) \quad \begin{aligned} s=0 \text{ מצב המתאר את המאורע } & L_1^H=0, L_{1-1}^H=0, L_{1-2}^H=0, L_{1-3}^H=0 \\ s=1 \text{ מצב המתאר את המאורע } & L_1^H=0, L_{1-1}^H=0, L_{1-1}^H=0, L_{1-3}^H=1 \end{aligned}$$

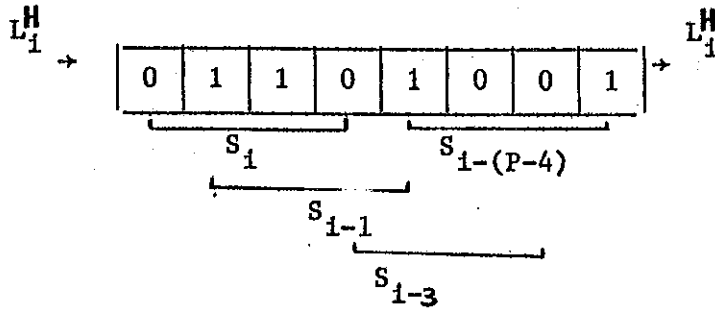
$$s=15 \text{ מצב המתאר את המאורע } L_1^H=1, L_{1-1}^H=1, L_{1-2}^H=1, L_{1-3}^H=1$$

בצורה דומה כל מה שהתחדש במעבר ממצב  $S_{i-1}$  המוגדר ע"י  $L_{i-1}^H, L_{i-2}^H, L_{i-3}^H, L_{i-4}^H$  למצב  $S_i$  המוגדר ע"י  $L_i^H, L_{i-1}^H, L_{i-2}^H, L_{i-3}^H$  הוא האיבר  $L_i^H$ .  
 לכן ניתן לרשום בצורה דומה לביטוי (5.41) ו (5.43)

$$(5.60) \quad P_r \{S_i / S_{i-1}\} = P_r \{L_i^H / L_{i-1}^H, L_{i-2}^H, L_{i-3}^H, L_{i-4}^H\} = P_r \{L_i^H / L_{i-1}^H, L_{i-2}^H, L_{i-3}^H, L_{i-4}^H\}$$

רואים ששוב בנינו שרשרת מרקובית מסדר ראשון עם תלות מסדר רביעי לאות  
 (לגבי הסדרה  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$ )

ציור 5.15 מדגים את קטע הסדרה  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  ואת סדרת המצבים  $\{S_i\}$  הנובעת ממנה בתוך מנהרה בעומק  $P$ .



ציור 5.15: קטע סדרה  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  המיצגת את המנהרה ואת סדרת המצבים.

Fig. 5.15: A Segment of  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  Sequence that Represents the States Sequence.

כמו שהראנו כבר קודם ניתן לחאר את השרשרת המרקובית בשתי צורות שקולות: דיאגרמת מצבים ומטריצת מרקוב. במקרה זה נסתפק בהדגמת מטריצת מרקוב.

(5.61)  $P_4 =$

$P(0,0)$	$\circ$	$P(0,8)$	$\circ$
$P(1,0)$	$\circ$	$P(1,8)$	$\circ$
$\circ$	$P(2,1)$	$\circ$	$\circ$
$\circ$	$P(3,1)$	$\circ$	$\circ$
$\circ$	$\circ$	$P(4,2)$	$\circ$
$\circ$	$\circ$	$P(5,2)$	$\circ$
$\circ$	$\circ$	$P(14,7)$	$\circ$
$\circ$	$\circ$	$P(15,7)$	$\circ$
		$P(4,9)$	$\circ$
		$P(3,9)$	$\circ$
		$P(4,10)$	$\circ$
		$P(5,10)$	$\circ$
		$P(14,15)$	$\circ$
		$P(15,15)$	$\circ$

וכן נוכל לרשום את השוויונות

$$P(0,0) = 1 - P(0,8)$$

$$P(1,0) = 1 - P(1,8)$$

$$P(2,1) = 1 - P(2,9)$$

(5.62)

$$P(14,7) = 1 - P(14,15)$$

$$P(15,7) = 1 - P(15,15)$$

בעזרת ביטוי (5.66) וביטוי (5.50) ניתן לראות כי המודל המרקובי עם תלות מסדר רביעי לאות שהצגנו ניתן לתאור ע"י שישה עשר פרמטרים בלבד לעומת ארבעה פרמטרים הדרושים עבור מודל מרקובי עם תלות מסדר שני לאות ושני פרמטרים עבור מודל מרקובי עם תלות מסדר ראשון לאות. מתוך הנ"ל ניתן לרשום ביטוי למספר הפרמטרים הדרושים

$$(5.63) \quad N_{PM} = 2^{M_0}$$

כאשר

Number of Parameters in Markov Model-Npmm

Model Order

Mo

בציור 5.15 מודגם קטע של הסדרה  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  באורך D אשר כפי שראינו ניתן לתאור ע"י הסדרה  $\{L_i^H, L_{i-1}^H, \dots, L_{i-(D-1)}^H\}$  לכל סדרה כזאת ניתן לחתאים רק סדרה אחת של מצבים  $\{S_i, S_{i-1}, \dots, S_{i-(D-4)}\}$  (או בסימון וקטור  $S_{i-(D-4)}^{\Delta}(S_i, S_{i-1}, \dots, S_{i-(D-4)})$ )

באותה צורה כמו שהראנו עבור מודל מרקובי עם תלות מסדר שני לאות קיימים  $2^D$  וקטורים אפשריים. קבוצה זאת של וקטורים נסמן ע"י  $S_4^D$ . שוב יש לשים לב שכל הקבוצות  $S_2^D, S_1^D$  ו  $S_4^D$  מכילות אותו מספר של וקטורים אם כי בכל קבוצה מימד הוקטורים שונה והאיברים של הוקטורים בכל קבוצה בעלי מספר אפשרויות שונה.

מתוך הקבוצה  $S_4^D$  רק  $(T^D)$  וקטורים מקיימים את התנאי

חת קבוצה זו של וקטורים נסמן ע"י  $S_{4,T_R}^D$ ,

$$(5.64) \quad S_{4,T_R}^D \triangleq \{S_i \mid \sum_{j=i-(D-1)}^i L_j^H = T_R\}$$



הביטוי הסופי להסתברות התראות השוא (PFA) מתקבל מתוך הצבת הפרמטרים המתאימים עבור המודל המרקובים עם תלות מסדר רביעי לאות בביטוי (5.58)

$$(5.65) \quad PFA = \sum_{j=Tr}^D \sum_{S \in S_{4,Tr}^D} P_r\{S_i/S_{i-1}\} \cdots P_r\{S_{i-(D-5)}/S_{i-(D-4)}\} P_r\{S_{i-(D-4)}\}$$

5.1.5.3 מודל מרקובי פשוט עם תלות מסדר רביעי לאות

בחלקים הקודמים של הפרק הראנו שכל הגדלנו את סדר התלות במודל הרי שמידת התאמתו לאות הלכה וגדלה. הדבר המרתיע במודלים המרקובים עם תלות מסדר גבוה הוא מספר הפרמטרים ( $2^n$  פרמטרים - n סדר המודל). לדוגמא עבור המודל המרקובי עם תלות מסדר רביעי לאות היינו זקוקים ללא פחות מאשר 16 פרמטרים. קצב הגידול של מספר הפרמטרים הוא לפי  $2^M$  (M סדר המודל) דבר המגביל את הגדלת סדר המודל.

מהסיבה הנ"ל פיתחנו מודל מרקובי פשוט שקצב הגידול של מספר הפרמטרים שלו עם הגדלת סדר המודל היא לינארית. נתאר להלן מודל מרקובי פשוט עם תלות מסדר רביעי לאות.

פישטנו את המודל המרקובי עם תלות מסדר רביעי ע"י הוספת הנחה למודל. ההנחה היא שהתלות בתוך הסידרה  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  היא בסכום ארבעת הערכים האחרונים  $(L_{i-1}^H + L_{i-2}^H + L_{i-3}^H + L_{i-4}^H)$  ולא בערכים עצמם.

לפי ההנחה החדשה הנ"ל ניתן לרשום את השוויונות הבאים:

$$(5.66) \quad \begin{aligned} P_r\{L_i^H=1 | L_{i-1}^H=1, L_{i-2}^H=0, L_{i-3}^H=1, L_{i-4}^H=0\} \\ = P_r\{L_i^H=1 | L_{i-1}^H=0, L_{i-2}^H=1, L_{i-3}^H=0, L_{i-4}^H=1\} \\ = P_r\{L_i^H=1 | L_{i-1}^H=0, L_{i-2}^H=0, L_{i-3}^H=1, L_{i-4}^H=1\} \end{aligned}$$

הסיבה לקיום השוויונות הנ"ל היא שבכל שלושת המקרים מתקיים  $L_{i-1}^H + L_{i-2}^H + L_{i-3}^H + L_{i-4}^H = 2$

נסמן את מרחק Hamming של מספר שלם K מאפס ע"י חסימון  
 $H_{DFZ}$  - HAMMING DISTANCE FROM ZERO לדוגמא:

$$(5.67) \quad H_{DFZ}(5) = H_{DFZ}(101_2) = 2$$

ההנחה שהוספנו מפשטת את המודל המרקובי עם תלות מסדר רביעי בגלל קיום השוויונות הבאים:

$$(5.68) \quad \begin{aligned} P_r\{S_i = j\} &= P_r\{S_i = k\} \quad \text{IF } H_{DFZ}(j) = H_{DFZ}(k) \\ P_r\{L_i^H / S_{i-1} = k\} &= P_r\{L_i^H / S_{i-1} = M\} \quad \text{IF } H_{DFZ}(k) = H_{DFZ}(M) \end{aligned}$$

לכן לדוגמא ניתן לרשום

$$P_r\{S_i = 12 / S_{i-1} = 8\} = P_r\{S_i = 9 / S_{i-1} = 2\} = P_r\{S_i = 10 / S_{i-1} = 4\}$$

ובצורה דומה ניתן לסכם את השוויונות האפשריים

$$(5.69) \quad \begin{aligned} B_0 &= P(0, 8) = 1 - P(0, 0) \\ B_1 &= P(1, 8) = P(2, 9) = P(4, 10) = P(8, 12) = 1 - P(1, 0) = 1 - P(2, 1) = 1 - P(4, 2) = 1 - P(8, 4) \\ B_2 &= P(3, 9) = P(5, 10) = P(9, 12) = P(10, 13) = P(12, 14) = 1 - P(3, 1) = 1 - P(5, 2) \\ &= 1 - P(9, 4) = 1 - P(10, 5) = 1 - P(12, 6) \\ B_3 &= P(7, 11) = P(11, 13) = P(13, 14) = P(14, 15) = 1 - P(7, 3) = 1 - P(11, 5) = 1 - P(13, 6) = P(14, 7) \\ B_4 &= P(15, 15) = 1 - P(15, 7) \end{aligned}$$

נכניס את הפרמטרים  $B_0, B_1, B_2, B_3, B_4$  לתוך מטריצת הסתברויות המעבר של המודל המרקובי עם תלות מסדר רביעי לאות ונקבל מודל מרקובי פשוט עם תלות מסדר רביעי לאות שמספר הפרמטרים שלו 5.

ביטוי (5.60) שימש אותנו לחישוב הסתברויות התראות השוא כאשר את ערכו  $P(S_1 / S_{i-1})$  לקחנו לפי (5.69). ציורים 5.9 ו 5.10 מציגים את מידת התאמת החישוב האנליטי של PFA ע"י ביטוי (5.60) עם ההנחה המפשטת לסימולציה שנעשתה לחישוב ה-PFA עבור אלגוריתם המנהרה על האות הנתון.

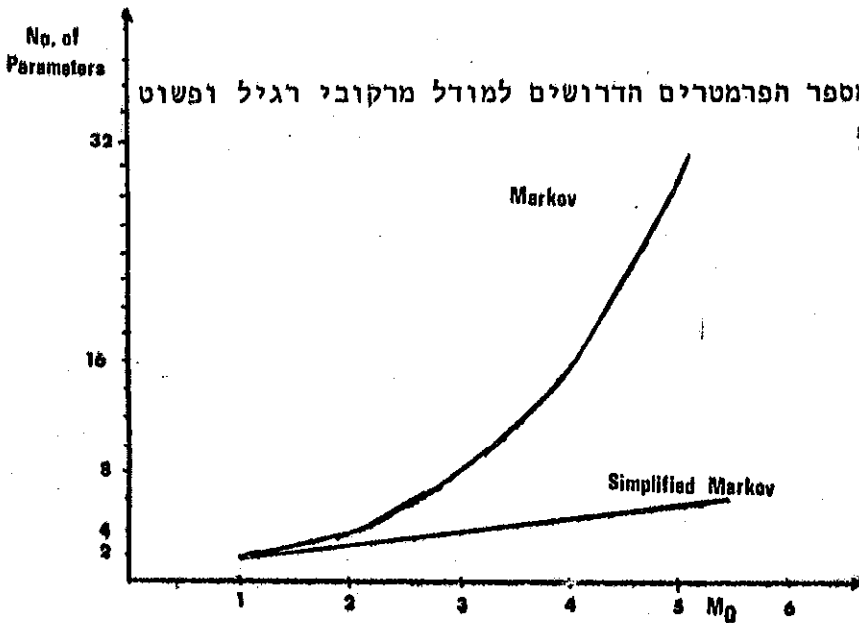
כפי שניתן לראות מתוך התוצאות מידת ההתאמה של המודל המרקובי הפשוט עם תלות מסדר רביעי לאות היא הטובה ביותר וכן מספר הפרמטרים הוא סביר.

ניתן לרשום ביטוי למספר הפרמטרים הדרושים עבור מודל מרקובי פשוט

$$(5.70) \quad N_{PSMM} = M_0 + 1$$

כאשר

Model Number of Parameters in Simplified Mardou - SMMNP  
 Model Order  $- M_0$



ציור 5.16 מדגים את מספר הפרמטרים הדרושים למודל מרקובי רגיל ופשוט בתלות בסדר התלות של המודל

ציור 5.16: מספר הפרמטרים כפונקציה של סדר המודל המרקובי.

Fig. 5.16: Number of Parameters Vs. Model Order.

מתוך ציור 5.9 ו-5.10 רואים שמידת ההתאמה של המודל המרקובי הפשוט עם תלות מסדר רביעי טובה יותר מזו של המודל המרקובי עם תלות מסדר שני. במקרה הראשון יש צורך בחמישה פרמטרים ובשני ארבעה. רואים שע"י מספר קרוב של פרמטרים ניתן להשיג תוצאות טובות יותר ע"י המודל המרקובי הפשוט.

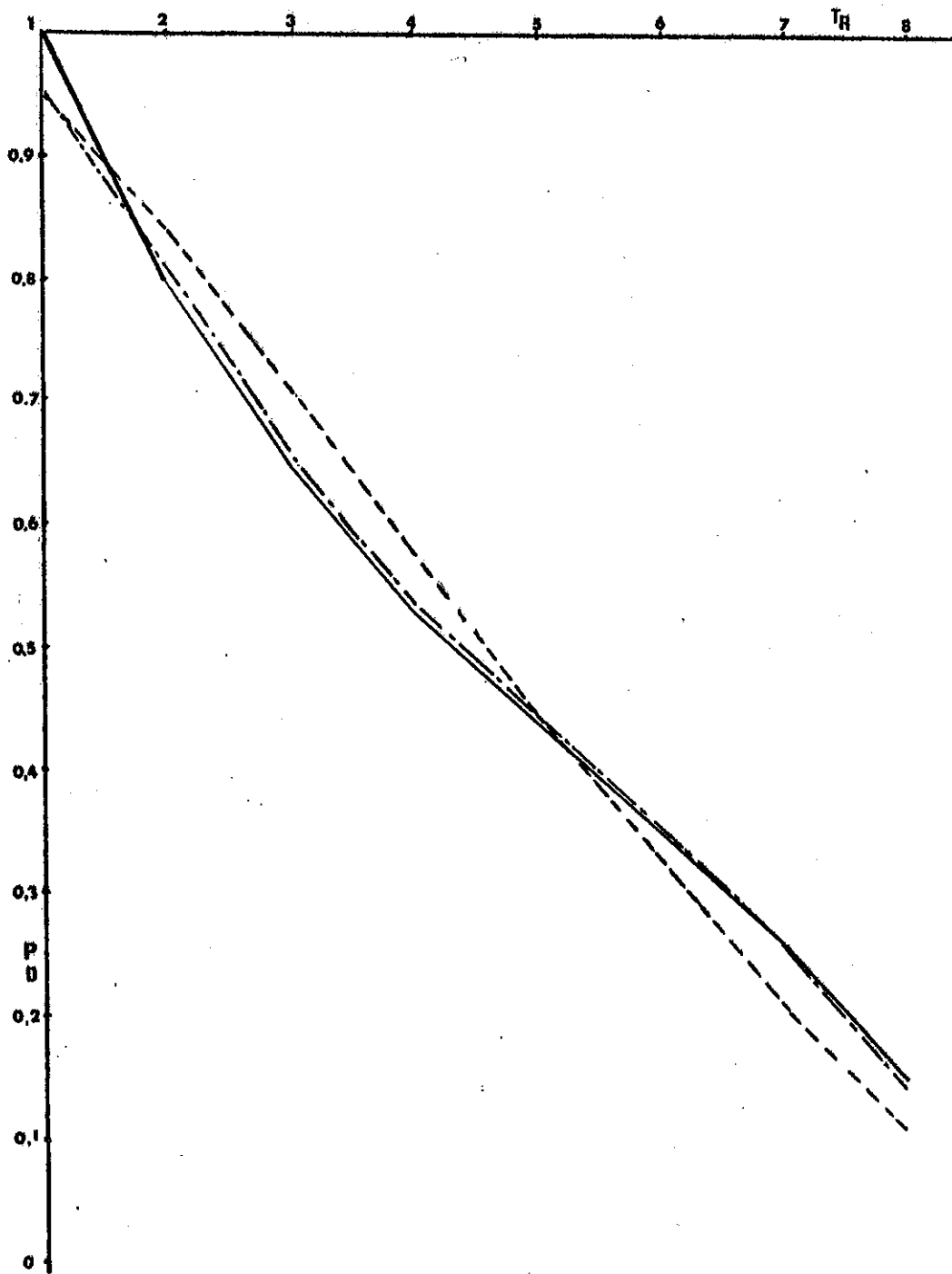
יש לציין שעבור תלות מסדר ראשון באות שני המודלים מתלכדים והם זהים.

5.1.5.4 שימוש במודל מרקובי לחישוב הסתברות הגילוי

ניתן להתאים את המודלים המרקובים שתארנו קודם עבור האות ללא מטרות לאות המכיל מטרות ומתוך המודל המרקובי לאות עם מטרות לחשב את הסתברות הגילוי באותה דרך שחשבנו את הסתברות התראות השוא.

תחילה זרענו מטרות באות כפי שמוגדר בפרק 2. סיננו את האות סינון  $MSS_1$  והעברנו את התוצאה דרך סף קשיח. מימשנו את המנהרות עם שטח התך  $T_{cs}$  לקבלת סדרה בינרית המיצגת את המנהרה.

בחרנו מתוך הסדרה הבינרית רק את הקטעים באורך  $T_D$  המכילים לפחות מטרה במסגרת אחת. עבור המודלים השונים חישבנו את  $P(S_i/S_{i-1})$  מתוך קטעי הסדרה המכילים מטרות.

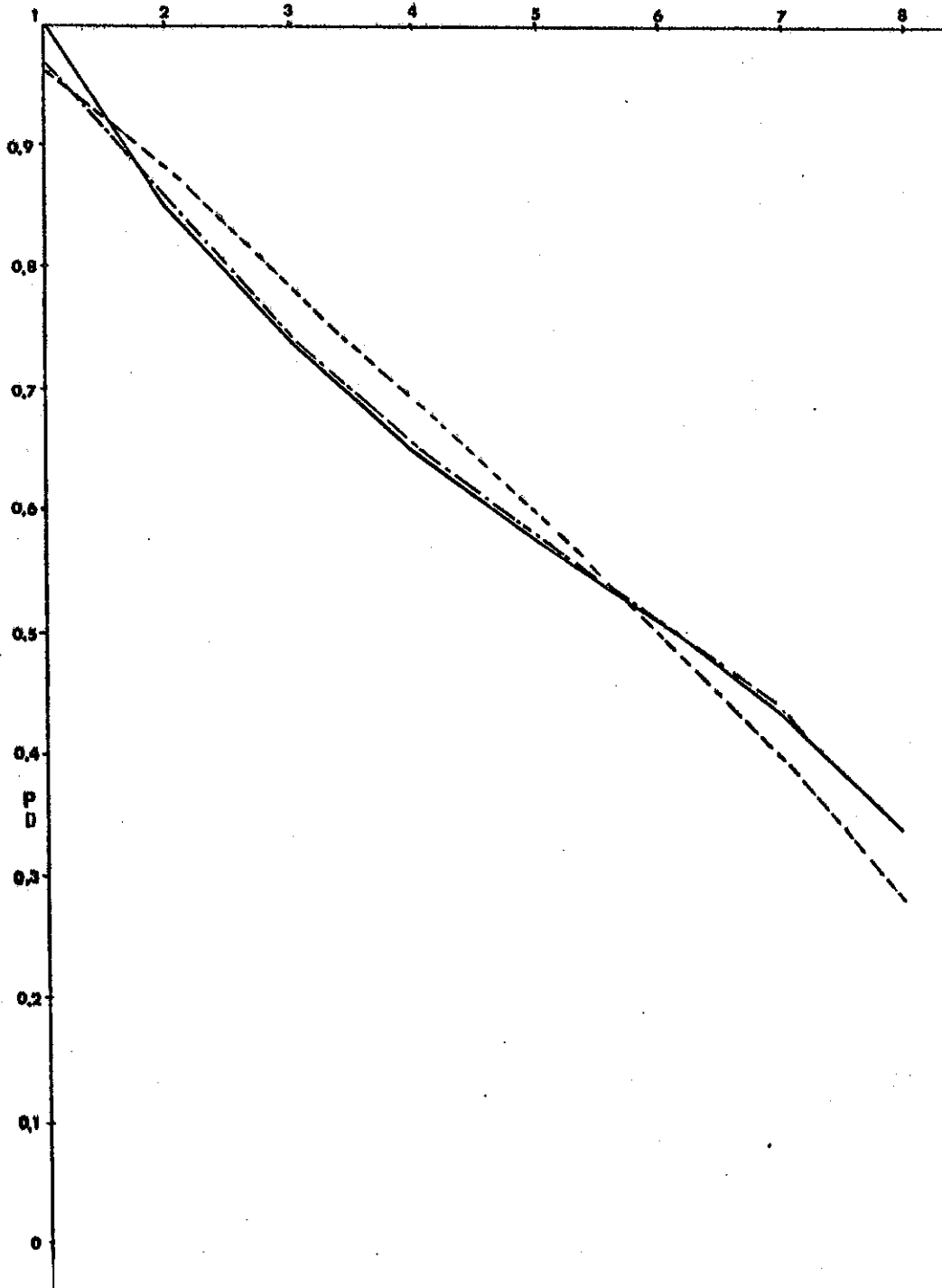


ציור 5.17: PD כפונקציה של  $T_R$  עבור המודלים השונים ועבור חסימולציה.

Fig. 5.17: PD Vs.  $T_R$  for The Models and for The Simulation.

$T_{CS} = 3 \times 3$        $D = 8$        $T_A = 10$        $H_V = 0.15$        $T_G = 5$

- Simulation
- Second Order Simplified Markov Model
- · - · - · Forth Order Simplified Markov Model



ציוור 5.18: PD כפונקציה של  $T_R$  עבור המודלים השונים ועבור הסימולציה.

Fig. 5.18: PD Vs.  $T_R$  for The Models and for The Simulation.

$T_{cs} = 5 \times 5$        $D=8$        $T_A=10$        $H_v=0.15$        $T_G=5$

- Simulation
- Second Order Simplified Markov Model
- · - · - · Forth Order Simplified Markov Model

כפי שציינו קודם הביטויים להסתברות הגילוי יהיו דומים לביטויים שקיבלנו עבור הסתברות התראות שהוא. ההבדל היחיד יהיה שערכי  $P(S_1/S_{1-1})$  בביטויים לחישוב הסתברות הגילוי יהיו בהנחת קיום מטרה.

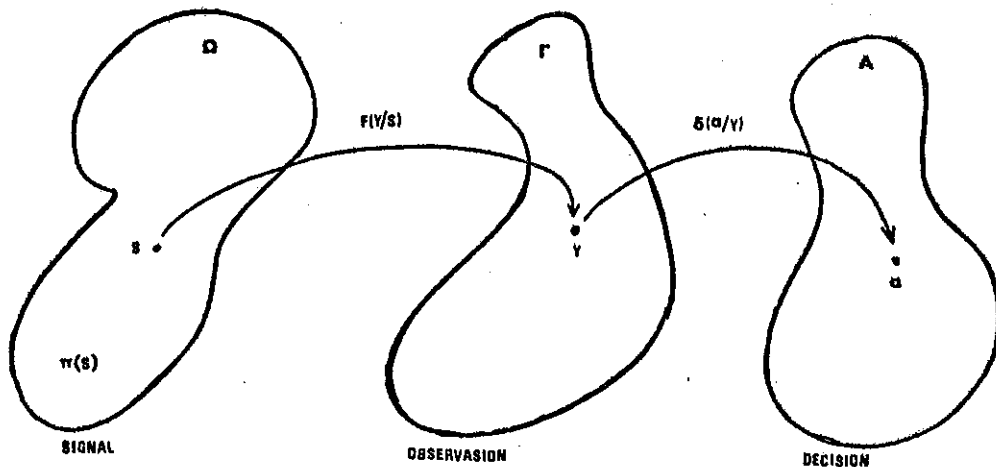
$$PD = \sum_{j=1}^D \sum_{s \in S_{j,T_A}^D} P_r\{s_i/s_{i-1}\} \times \dots \times P_r\{s_{i-(D-m-1)}/s_{i-(D-m)}\} \times P_r\{s_{i-(D-m)}\}$$

הביטוי הנ"ל מבוסס על ביטוי (5.65) שפיתחנו עבור הסתברות התראות שהוא. הביטוי האחרון שימש אותנו לחישוב הסתברות הגילוי (כאשר השתמשנו במודל המרקובי הפשוט). ציורים 5.17 ו 5.18 מציגים את מידת התאמת החישוב האנליטי של  $PD_{TH}$  ע"י הביטוי הנ"ל לסימולציה שנעשה לחישוב הסתברות הגילוי עבור אלגוריתמים המנהרה עם סף קשיח על האות הנתון.

כפי שניתן לראות מתוך התוצאות מידת ההתאמה של המודל המרקובי הפשוט עם תלות מסדר רביעי לאות טובה מאוד.

5.1.6 קריטריון החלטה אופטימלי "יחס סבירות מירבית"

מודל המתאר את תהליך קליטת האות והחלטה על מטרה מתואר בציור 5.19 שבו מרחב A מתאר את "מרחב ההחלטה" והוא מכיל שני אלמנטים בלבד.  $a_1$  - החלטה על קיום מטרה,  $a_0$  - החלטה על אי קיום מטרה. הפונקציה  $\delta(a/y)$  היא "פונקציית ההחלטה" היכולה להיות דטרמיניסטית או לא דטרמיניסטית ואז היא למעשה פילוג מותנה.



ציור 5.19: דיאגרמת המודל המתמטי.

Fig. 5.19: Diagram of the Mathematical Model.

הינו "מרחב המדידה" (Observation Space) המכיל מספר רב של אלמנטים  $y$  כאשר במקרה שלנו (אלגוריתם המנהרה עם סף קשיח) אלמנט במרחב  $\Gamma$  הינו מנהרה בעומק  $D=P$  לאחר שהומרה לקטע סדרה בינרית  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$  באורך  $P$ . לכן מספר האלמנטים במרחב הינו  $2^P$  אלמנטים.

$\Omega$  הינו "מרחב האות" (Signal Space) המכיל שני אלמנטים:  $S_0$  - המיצג אי קיום מטרה ו  $S_1$  - המיצג קיום מטרה. למרחב האות פילוג אפריורי  $\Pi(s)$  של האלמנטים (במקרה זה פילוג דיסקרטי) שאין לנו דרך לשערך אותו.

הפונקציה  $(y/s)$  מיצגת העתקה ממרחב  $\Omega$  למרחב  $\Gamma$  והיא תלויה ברעש הרקע (clutter) שהתווסף למטרה, תלויה בצורת המדידה, תלויה בעיבוד התוך מסגרתו שנבצע, ב"סף רמת אפור"  $(T_G)$  שהפעלנו לקבלת תמונה בינרית ובדרך בה קיבלנו את הסדרה  $\{L_i^H\}_{i=-\infty}^{\infty}$ .

המערכת שתארנו לעיל נקראת "מערכת בינרית" כיוון ש"מרחב ההחלטה" מכיל שני אלמנטים בלבד (בלי שום תלות במספר האלמנטים שבמרחבים  $\Gamma$  ו  $\Omega$ ).

כאשר ידועה ההסתברות האפריורית  $\Pi(s)$  אזי ניתן להגיע לחוק החלטה אופטימלי שהוא "חוק החלטה בייסיאני" [17] המשתמש בפונקצית מחיר אותה עלינו להגדיר. מאחר ובמקרה שלנו ההסתברות האפריורית בלתי ניתנת לשיערוך חוק החלטה זה בלתי ניתן למימוש.

בבעיות בהן ההסתברות האפריורית בלתי ניתנת לשיערוך אך ניתן לקבוע פונקצית מחיר לסוגי ההחלטות השונות (החלטה נכונה והחלטה שגויה) משתמשים בקריטריון ה-MINIMAX מאחר ובבעית המכ"מ (שחיא גם הבעיה שלנו) קשה לקבוע את פונקצית המחיר. פילוסופית התיכנון תהיה שונה במקצת. נגדיר את בעית האופטימיזציה הבאה: עבור PFA נתון יש לבחור פונקצית החלטה כזאת שתתן מקסימום PD, נראה בהמשך (על סמך [17]) כי קיים פתרון יחיד לבעיה זו והוא קריטריון "יחס הסבירות המירבית". מתוך ציור 5.19 וההגדרות הנילוות ניתן לרשום את הביטוי

$$(5.71) \quad PFA = \int_{\Gamma} \delta(a, |y), f(y|S_0) dy$$

\* הערה: בגלל טעות שנפלה בספרור העמודים, העמוד הבא הינו עמ' 99.

כאשר PFA הינו קבוע בתחום  $[0, 1]$  עלינו למצוא את פונקציית ההחלטה  $\delta(a_1/y)$  המבצעת מקסימציה על

$$(5.72) \quad PD = \int_{r_k} \delta(a_1/y) \cdot f(y/s_1) dy$$

נגדיר עבור כל  $K > 0$  את  $r_k$  תת הקבוצה של המרחב  $\Gamma$  כאשר תת הקבוצה  $\Gamma_k$  מכילה את כל האלמנטים  $y$  המקימים את התנ.

$$(5.73) \quad \frac{f(y/s_1)}{f(y/s_0)} > K$$

נניח לעת עתה כי  $\delta(y/s_1)$  ו  $\delta(y/s_0)$  פילוגים ללא ערכים דיסקרטים הנחה שניתן לבטל אותה בהמשך). נרשום

$$(5.74) \quad PD = PD - K \times PFA + K \times PFA$$

נבחר  $k$  כך שמתקיים.

$$(5.75) \quad PFA = \int_{r_k} f(y/s_0) dy$$

וזו תמיד אפשרי כיוון שהפילוגים אינם דיסקרטים. אם  $PFA=0$  אזי  $\Gamma_k$  קבוצה ריקה וזה גורר ש- $k$  בלתי חסום מלמעלה. אם  $PFA=1$  אזי  $\Gamma_k = \Gamma$  וזה גורר ש- $k=0$  לכן  $k$  משתנה עבור כל הציר הממשי החיובי לכן עבור כל ערך של  $PFA$  ניתן למצוא  $k$ .

נציג (5.71) ב (5.74) ונקבל

$$(5.76) \quad PD = \int_{r_k} \delta(a_1/y) f(y/s_1) dy - K \int_{r_k} \delta(a_1/y) f(y/s_0) dy + K \times PFA$$

$$(5.77) \quad PD = \int_{r_k} \delta(a_1/y) \cdot \left[ \frac{f(y/s_1)}{f(y/s_0)} - K \right] \cdot f(y/s_0) dy + K \times PFA$$

כל הפונקציות בביטוי הנ"ל הן אי שליליות ולכן  $PD$  מקסימלי כאשר נבחר  $\delta(a_1/y)$  בצורה הבאה:

$$(5.78) \quad \delta_{opt}(a_1/y) = \begin{cases} 1 & \text{IF } \frac{f(y/s_1)}{f(y/s_0)} \geq K \\ 0 & \text{IF } \frac{f(y/s_1)}{f(y/s_0)} < K \end{cases}$$



$$(5.79) \quad \delta_{OPT}(a, y) = \begin{cases} 1 & \text{IF } y \in \Gamma_k \\ 0 & \text{IF } y \notin \Gamma_k \end{cases} \quad \text{או}$$

מהנ"ל יוצא כי  $k$  תלוי ב-PFA בלבד.

כעת אם  $\delta(y/s_1)$  אינה רציפה אזי לא עבור כל PFA נמצא  $k$  ולכן אופיין PFA כפונקציה של  $k$  יראה גם הוא בלתי רציף.

בבעיה שלנו ידועים הפילוגים  $\delta(y/s_0)$  ו  $(y/s_1)$  (כאשר אנחנו זורעים את את המטרות) והמסומנים בחלקים הקודמים של הפרק ע"י  $P_R\{S/H_1\}$  ו  $P_R\{S/H_0\}$  שניתן לחשב אותם מתוך המודלים המרקובים שפיתחנו.

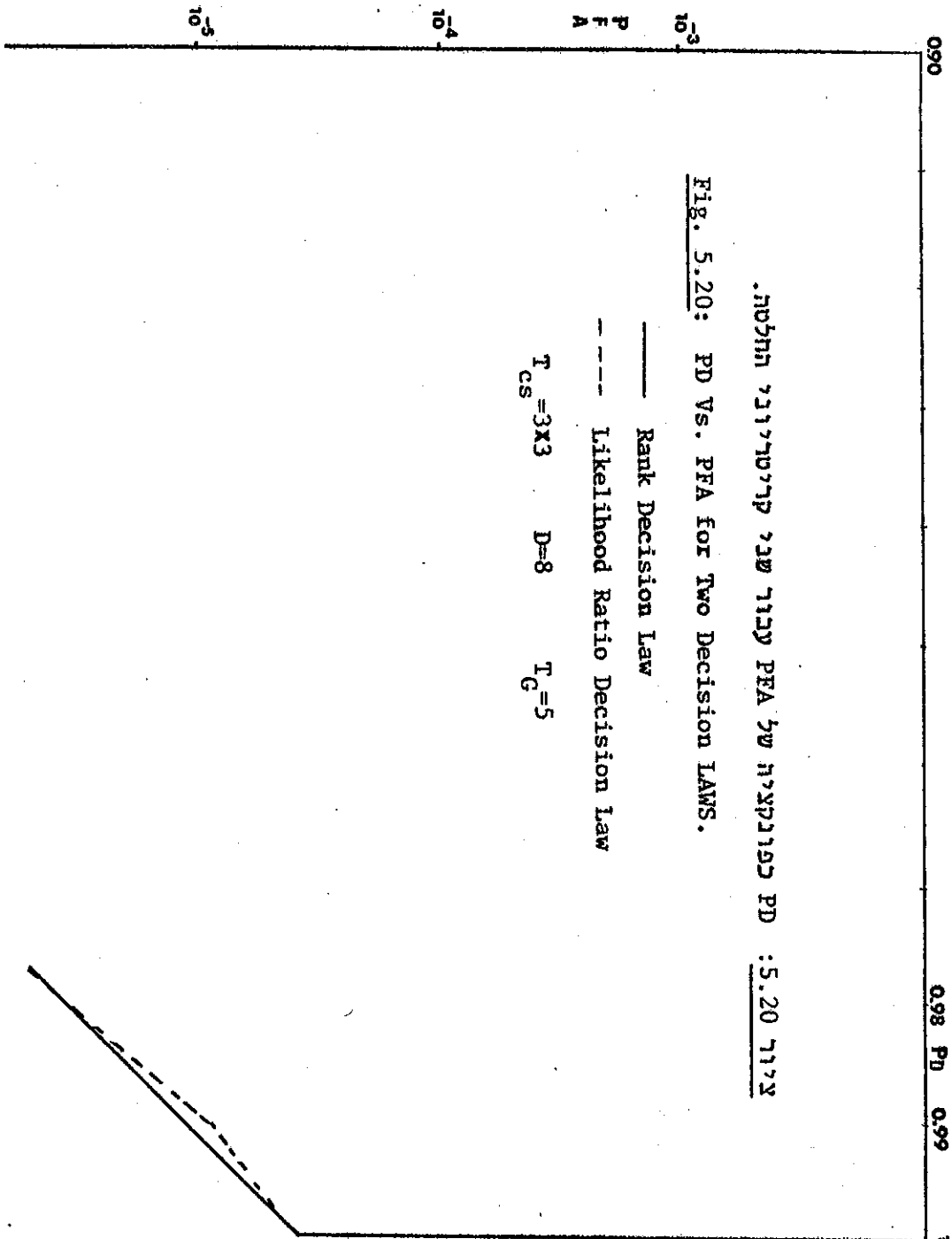
ממשנו את קריטריון ההחלטה "יחס סבירות מירבית" בצורה הבאה:

$$(5.80) \quad \begin{aligned} & \text{יש מטרה במנהרה} && \frac{P_R\{S/H_1\}}{P_R\{S/H_0\}} \geq k \\ & \text{אין מטרה במנהרה} && \frac{P_R\{S/H_1\}}{P_R\{S/H_0\}} < k \end{aligned}$$

התוצאות שקיבלנו מוצגות בציורים 5.20 ו 5.21. המסקנה המתבקשת מתוך התוצאות הנ"ל היא שקריטריון ההחלטה (5.11) (Rank) הוא קירוב טוב לקריטריון ההחלטה האופטימלי שהוא "יחס הסבירות המירבית".

ההסבר לכך שקריטריון ההחלטה (5.11), כלומר ה-Rank, וקריטריון "יחס סבירות מירבית" נותנים אופיני PD ל PFA דומים, הוא שההסתברות שבמנהרה בעומק  $D=8$  יהיו  $T_R$  איברים של הסדרה  $\{L_1^H\}_{1=-\infty}^{\infty}$  שונים ל"1" ב"ת בסדר הופעתם של איברים אלו.

אימות להנחה הנ"ל נראה מטבלה 5.2 המציגי ערכי יחס סבירות - "k" עבור ערכי מנהרה שונים כאשר המנהרה היא בעלת חתך רוחב  $T_{CS}=5 \times 5$ , עומקה  $D=8$  וסף רמת האפור שיה  $T_G=5$ .



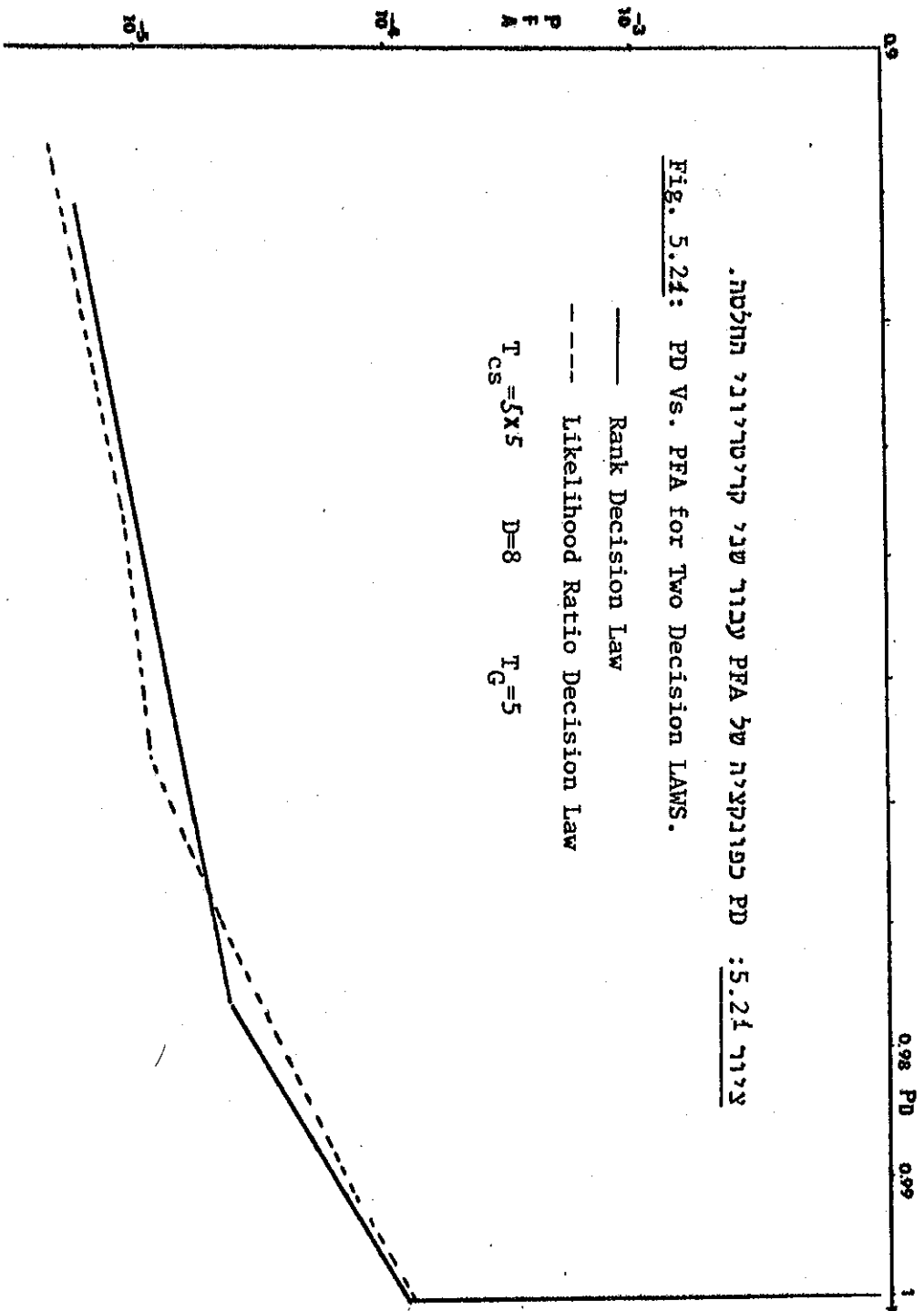


Fig. 5.24: PD Vs. PFA for Two Decision LAMS.

ערך המנהרה	יחס הסבירות
0 0 0 0 0 0 0 1	0.4914
0 0 0 0 0 0 1 0	0.5130
0 0 0 0 0 1 0 0	0.5355
0 0 0 0 1 0 0 0	0.5590
0 0 0 1 0 0 0 0	0.6404
0 0 1 0 0 0 0 0	0.6135
0 1 0 0 0 0 0 0	0.5877
1 0 0 0 0 0 0 0	0.5630
0 0 0 0 0 0 1 1	4.4593
0 0 0 0 0 1 0 1	4.6552
0 0 0 0 1 0 0 1	4.8598
0 0 0 1 0 0 0 1	4.8092
0 0 1 0 0 0 1 0	4.8092
0 1 0 0 1 0 0 0	3.5457
1 0 1 0 0 0 0 0	5.2780
0 0 0 0 0 1 1 1	46.400
0 0 0 0 1 0 1 1	48.439
0 0 1 0 1 0 0 1	22.725
1 1 0 1 0 0 0 0	66.343
1 0 0 0 1 0 0 1	41.806
0 0 0 1 1 1 0 0	24.026
0 0 0 0 1 1 1 1	111.80
0 0 0 1 1 1 1 0	10.55
0 0 1 0 1 1 1 0	81.95
0 1 1 0 0 1 1 0	519.47
1 0 1 0 1 0 1 0	519.47
1 1 1 1 0 0 0 0	175.15
0 0 0 1 1 1 1 1	∞
0 0 1 1 1 1 1 0	∞
1 0 1 1 0 1 0 1	7373
1 0 1 1 1 1 0 0	45.63
1 1 1 1 1 0 0 0	∞
0 0 1 1 1 1 1 1	∞
1 0 1 1 1 1 0 1	155.6
1 1 1 1 1 1 0 0	∞
1 0 1 0 1 1 1 1	4820
1 1 1 1 1 1 1 0	∞
1 1 1 1 0 1 1 1	4980
0 1 1 1 1 1 1 1	∞

טבלה 5.2: יחס הסבירות בתלות בערך המנהרה.

Table 5.2: Likelihood Ratio Vs. Tunnel Value.

$$T_{cs} = 5 \times 5 \quad D = 8 \quad T_G = 5$$

לדוגמא מתוך טבלה 5.2 רואים כי יחס סבירות  $K < 0.49$  שקול ל  $T_R = 1$  או  $0.65 < K < 22$  שקול ל  $T_R = 2$  או  $22 < K < 67$  שקול ל  $T_R = 3$ .

עבור ערכי  $K$  גבוהים יותר יש דמיון בין הקריטריונים אך אין שוויון, דבר הנובע מאי קיום מספיק נתונים למדידת הסטטיסטיקה.

5.2 אלגוריתם מנהרה עם סף רך (SOFT THRESHOLD TUNNEL ALGORITHM-STTA)

5.2.1 תאור האלגוריתם

הראנו בתחילת הפרק כי ניתן ליצג כל מנהרה ע"י קטע סדרה רבת רמות  $\{L_i^S\}_{i=-\infty}^{\infty}$  במקרה של סף רך.

החלטה על קיום מטרה במסגרת  $i$  תעשה ע"ס מנהרה בעומק  $D = P$  (TUNNEL DEPTH).

נגדיר את הגודל  $E_i^D$  המתאר את סכום ערכי הסדרה  $\{L_i^S\}_{i=-\infty}^{\infty}$  בתוך מנהרה שעומקה  $D=P$  ברגע  $i$ . לגודל  $E_i^D$  נקרא  $S_{PTT}$  (Sum of potential Target values in Tunnel) של המנהרה. כל אחד מאברי הסדרה  $\{L_i^S\}_{i=-\infty}^{\infty}$  המקבל ערך השונה מ-"0" בתוך המנהרה יקרא "מטרה פוטנציאלית".

ניתן לרשום ביטוי ל  $E_i^D$  בצורה הבאה:

$$(5.81) \quad E_i^D \triangleq \sum_{j=i-(D-1)}^i L_j^S$$

חוק ההחלטה של "אלגוריתם המנהרה עם סף רך הינו

$$(5.82) \quad \begin{array}{ll} \text{יש מטרה} & E_i^D \geq T_s \\ 0 < T_s & \\ \text{אין מטרה} & E_i^D < T_s \end{array}$$

לסף  $T_s$  שהינו שלם חיובי נקרא SUM THRESHOLD.

אותן תופעות שתארנו עבור אלגוריתם המנהרה עם סף קשיח (ציור 5.2) קימות גם עבור אלגוריתם המנהרה עם סף רך ולכן לא נחזור עליהן כאן.

הסתברות הגילוי של מטרה במנהרה כל שהיא יהיה

$$(5.83) \quad PD = P\{E_i^D \geq T_s | H_1\}$$

הסתברות הגילוי של מטרה במנהרות

$$(5.84) \quad PD = Pr \{E_i^D(\text{MAX}) \geq T_s | H_1\}$$

לצורך הערכת הביצועים השתמשנו בביטוי (5.84) המשקף את הסתברות הגילוי של המטרה במובן המקובל. לכן גם חישוב והצגת התוצאות מתיחס לביטוי זה של הסתברות הגילוי.

להסתברות התראות השוא קיים רק ביטוי אחד ותוא:

$$(5.85) \quad PFA = Pr \{E_i^D \geq T_s | H_0\}$$

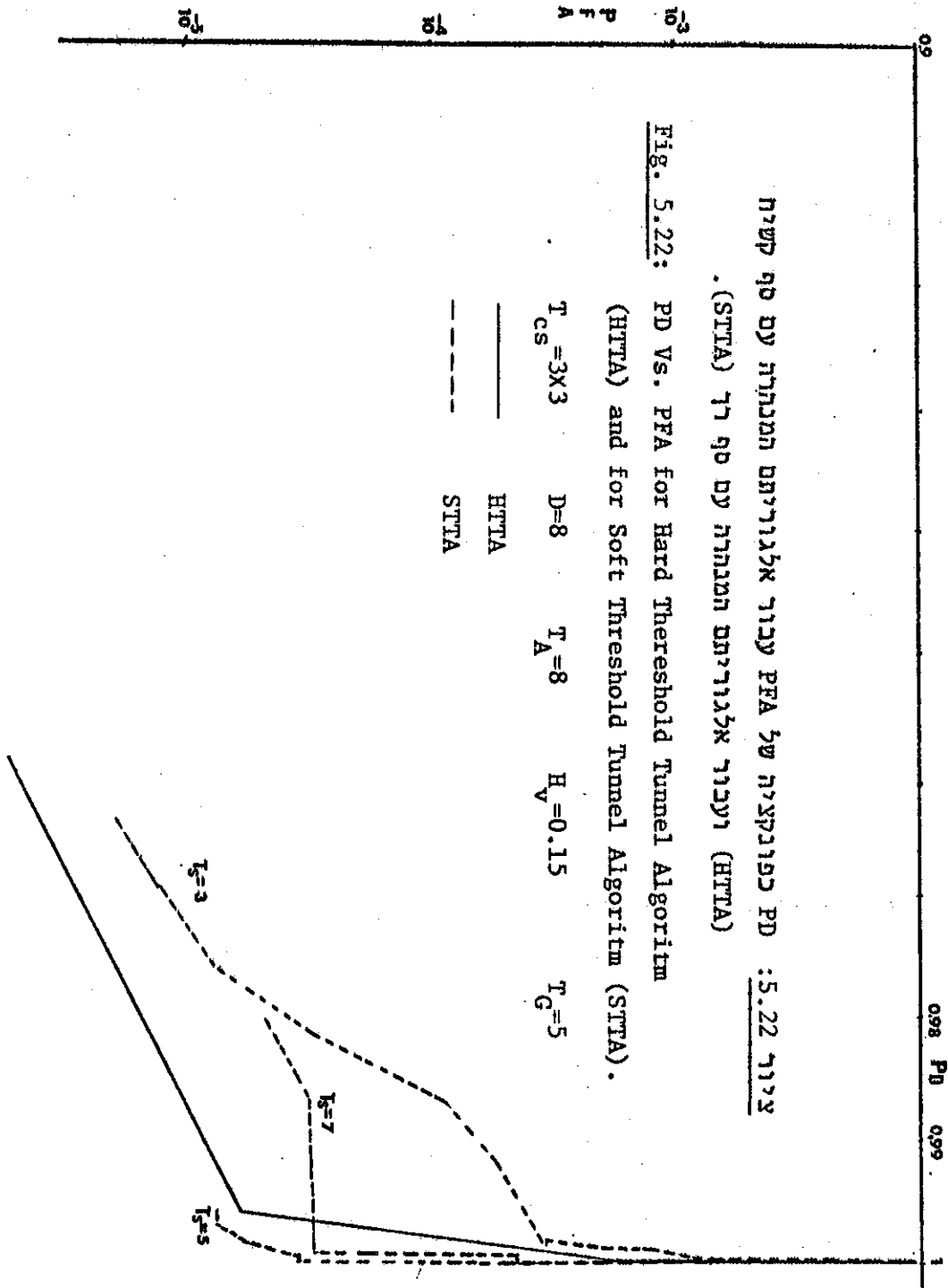
בציורים 5.22÷5.23 מוצגים אופיני PFA המחושבים עפ"י ביטוי (5.84) כפונקציה של PFA המחושבים עפ"י ביטוי (5.85) עבור מטרת בעלות עוצמה  $T_A=8$  ומהירות אופקית טיפוסית  $H_V=0.15$ . ועבור ערכי סף רך שונים. התוצאות מראות שיפור יחסית לאלגוריתם המנהרה עם סף קשיח כאשר השיפור נקבע ע"י בחירת סף רך מתאים. לדוגמא סף רך  $T_S=5$  נתן את התוצאות הטובות ביותר.

בציורים 5.24÷5.25 הצגנו אותם אופינים עבור אותם פרמטרים מלבד עוצמת המטרה שאותה החלשנו לערך  $T_A=6$ . התוצאות במקרה זה מצביעות על אותה התנהגות כמו קודם.

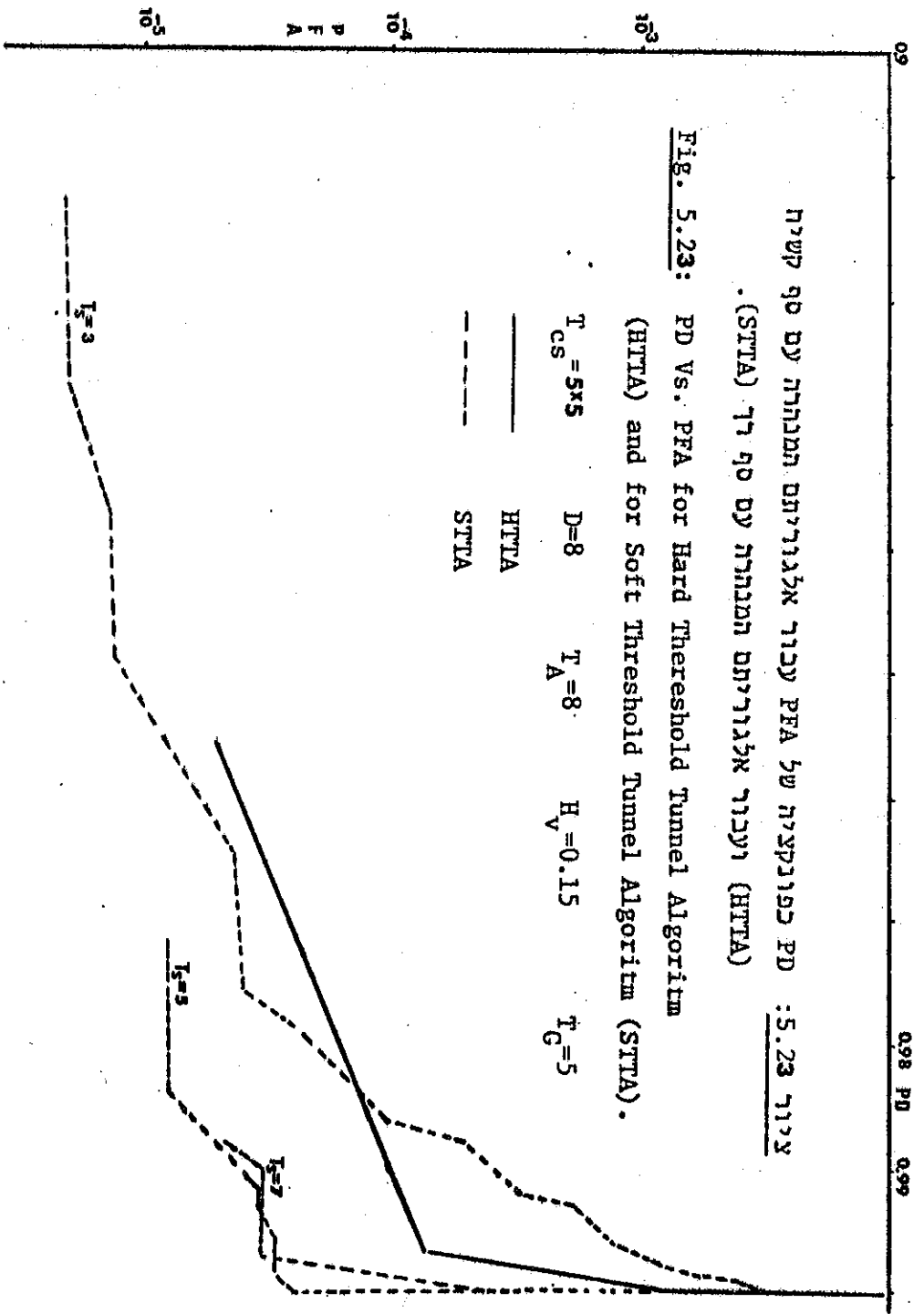
בציורים 5.26÷5.27 הצגנו אותם אופינים עבור אותם פרמטרים מלבד עוצמת המטרה. הפעם לערכי עצמת המטרה פילוג גאוסי בעל ממוצע  $\bar{T}_A=8$  וסטית תקן  $\sigma_{TA}=1$ . ערכי עצמת המטרה מוגבלים בתחום  $[6,10]$ .

יש לשים לב שציורים 5.22 ו 5.24 ו 5.26 מציגים תוצאות עבור מנהרה בעלת חתך רוחב  $T_{SC}=3 \times 3$  בעוד שציורים 5.23, 5.25 ו 5.27 עבור חתך רוחב  $T_{CS}=5 \times 5$ .

באלגוריתם המנהרה עם סף רך לא נעשה שימוש במודלים המרקובים שפיתחנו קודם בגלל מספר הרמות הרב של הסדרה  $\{L_i^S\}_{i=-\infty}^{\infty}$  שהיה דורש מספר פרמטרים גדול.







ציור 5.23: PD כפונקציה של PFA עבור אלגוריתם המנתרה עם סף קשיח (HTTA) ועבור אלגוריתם המנתרה עם סף רך (STTA).

Fig. 5.23: PD vs. PFA for Hard Threshold Tunnel Algorithm (HTTA) and for Soft Threshold Tunnel Algorithm (STTA).

$T_{CS} = 5 \times 5$       $D = 8$       $T_A = 8$       $H_V = 0.15$       $T_G = 5$

———— HTTA  
 - - - - - STTA

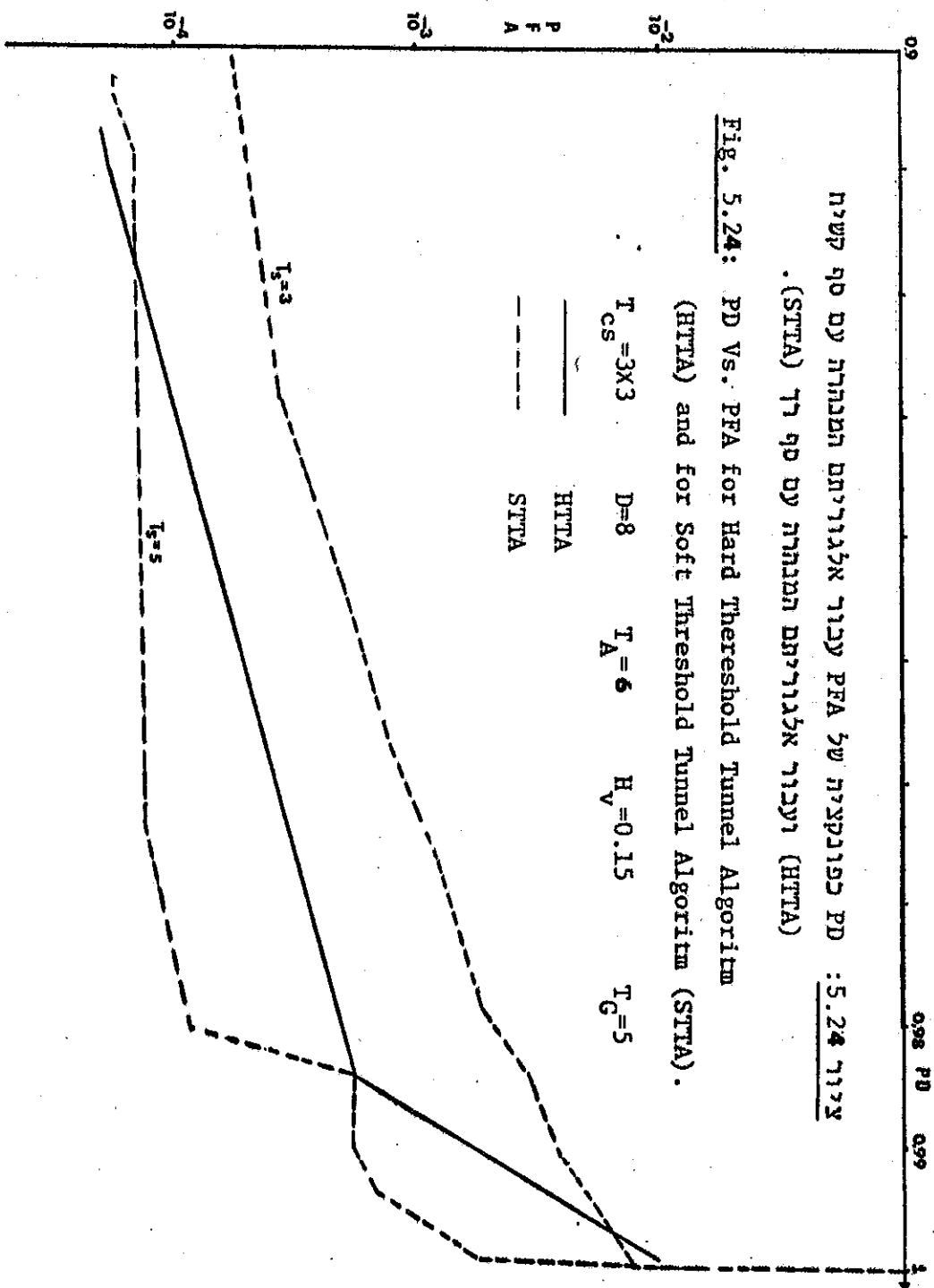
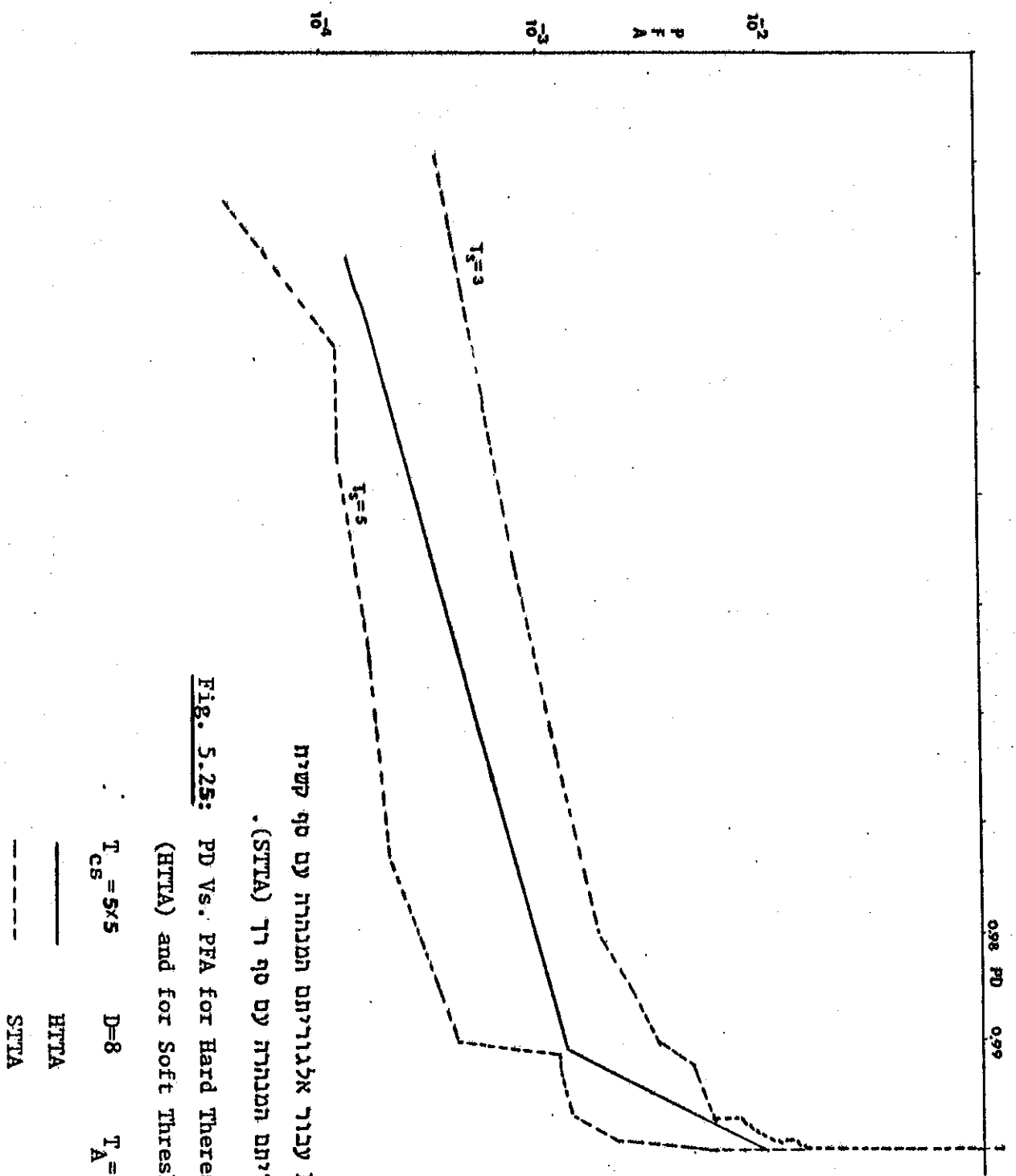


Fig. 5.24: PD Vs. PFA for Hard Threshold Tunnel Algorithm (HTTA) and for Soft Threshold Tunnel Algorithm (STTA).

פד כפונקציה של פפא עבור אלגוריתם המנחה עם סף קשיח (HTTA) ועבור אלגוריתם המנחה עם סף רך (STTA).

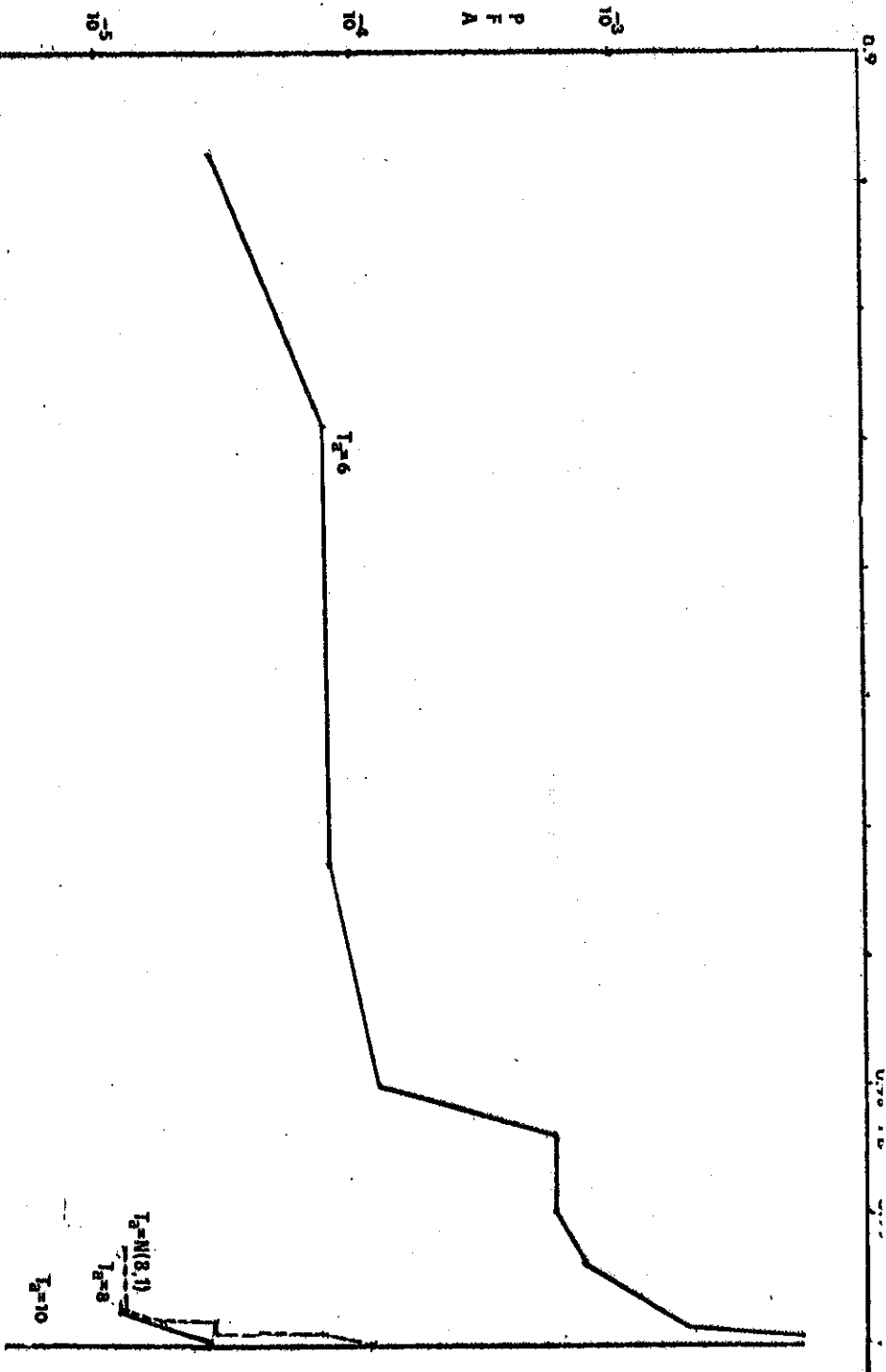
5.24 תיצי



ציור 5.25: PD כפונקציה של PFA עבור אלגוריתם התנתרות עם סף קשיח (HTTA) ועבור אלגוריתם התנתרות עם סף רך (STTA).

Fig. 5.25: PD vs. PFA for Hard Threshold Tunnel Algorithm (HTTA) and for Soft Threshold Tunnel Algorithm (STTA).

$T_{CS} = 5 \times 5$       $D = 8$       $T_A = 6$       $H_V = 0.15$       $T_G = 5$   
 ————— HTTA  
 - - - - - STTA



צירוף 5.26: PD כפונקציה של PFA עבור אלגוריתם התנתה עם סף רך (STTA) עם מטרה בעלת עוצמה מפורלגה גאוסית.

Fig. 5.26: PD Vs. PFA for Soft Threshold Tunnel Algorithm- STTA With Gaussian Distributed Target Values.

$T_{cs} = 3 \times 3$      $D = 8$      $T_A = N(8, 1)$      $H_v = 0.15$      $T_c = 5$

----- Gaussian Distributed Target Amplitudes

----- Deterministic Target Amplitudes

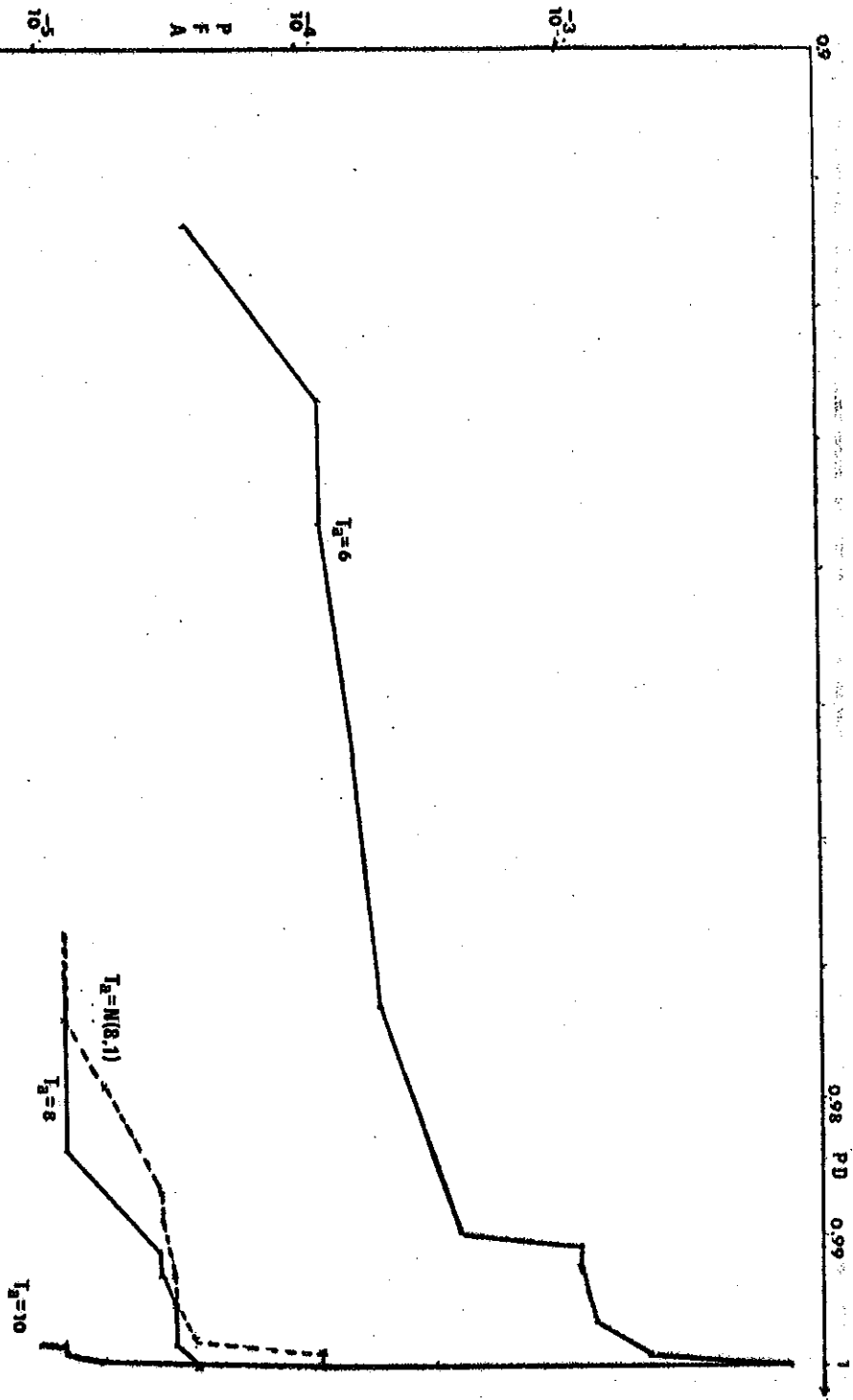


Fig. 5.27: PD Vs. PFA For Soft Threshold Tunnel Algorithm-

STTA With Gaussian Distributed Target Values.

$T_{CS}=5 \times 5$      $D=8$      $T_A=N(8,1)$      $H_V=0.15$      $T_C=5$

ציור 5.27: PD כפונקציה של PFA עבור אלגוריתם המנחה עם סף רך (STTA) עם מטרתות בעלות עוצמת מפרלוגה גאוסית.

Gaussian Distributed Target Amplitudes

Deterministic Target Amplitudes

5.2.2 וריאציות של אלגוריתם המנהרה עם סף רך

ניסנו לבצע עיבודים שונים על הסדרה  $\{L_i^S\}_{i=-\infty}^{\infty}$  לקבלת שיפור נוסף באופיין הסתברות הגילוי כפונקציה של הסתברות התראות השוא. נחאר להלן ארבעה סוגי עיבודים שבצענו על הסדרה  $\{L_i^S\}_{i=-\infty}^{\infty}$ .

א. סינון מדיאני

בצענו סינון מדיאני עם חלון של שלוש נקודות לאורך הסדרה  $\{L_i^S\}_{i=-\infty}^{\infty}$  לקבלת הסדרה  $\{M_i^M\}_{i=-\infty}^{\infty}$

$$(5.85) \quad M_i^M = \text{Median} \{L_{i+1}^S, L_i^S, L_{i-1}^S\}$$

ב. סינון מדיאני מקורב

בצענו סינון מדיאני עם חלון של שלוש נקודות לאורך הסדרה  $\{L_i^S\}_{i=-\infty}^{\infty}$  וקיבלנו סדרה  $\{M_i^M\}_{i=-\infty}^{\infty}$ .

מתכונותיו של הסינון המדיאני אנחנו יודעים שהוא מדכא הלמים, ובמקרה זה רצינו שלא לדכא הלמים חזקים שחם לפי הנחתנו מליצגים מטרות. הלמים חלשים מליצגים כפי הנראה דעשים ואותם רצינו לדכא לכן בצענו את העיבוד הבא:

$$(5.86) \quad M_i^I = \begin{cases} L_i^S & \text{IF } L_{i+1}^S = 0, L_i^S \geq T_p, L_{i-1}^S = 0 \\ M_i^M & \text{ELSE} \end{cases}$$

כאשר  $T_p$  סף כלשהו.

ג. ריבועי הסדרה

חישבנו את ערך ריבועי אברי הסדרה  $\{L_i^S\}_{i=-\infty}^{\infty}$

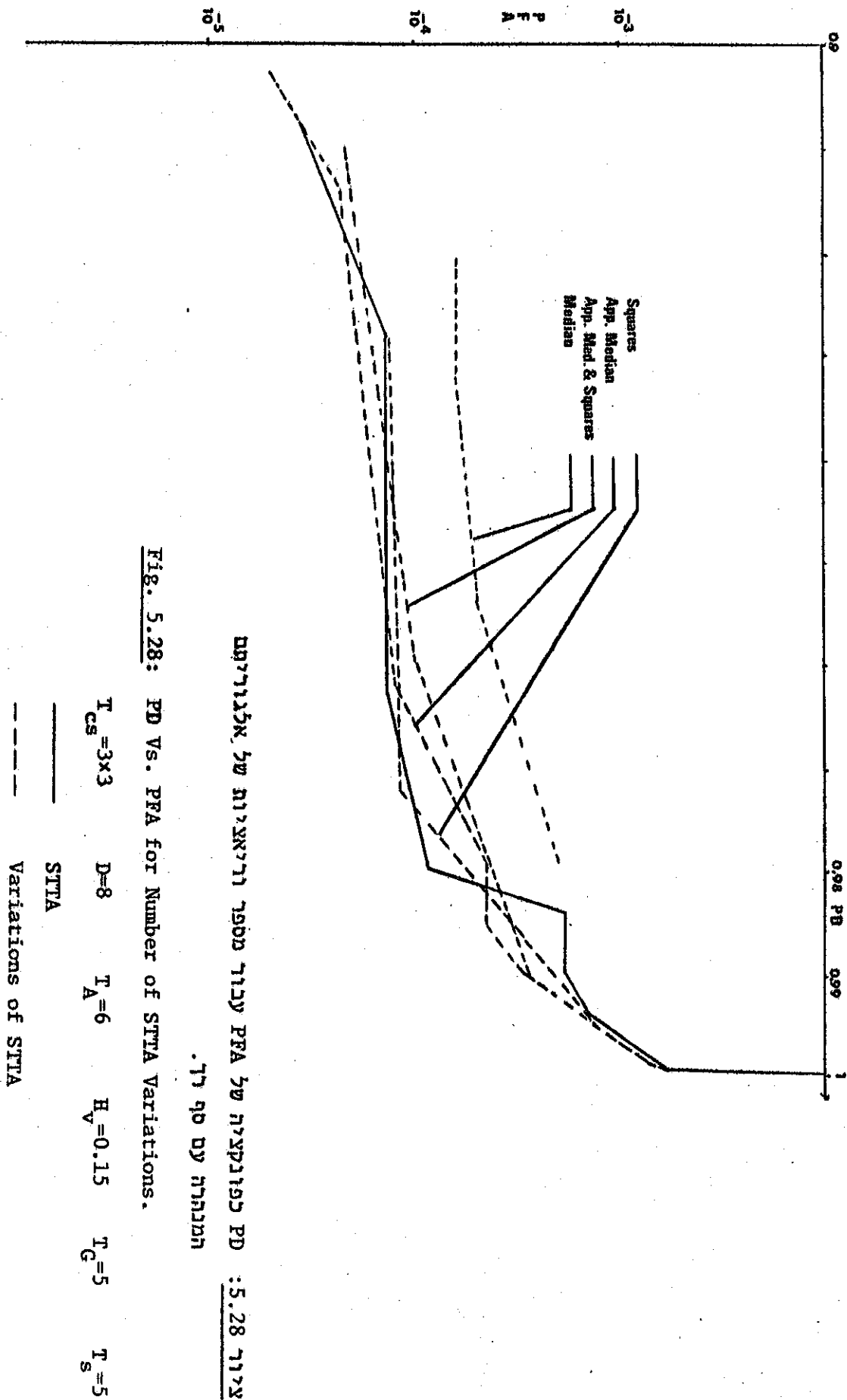
$$(5.87) \quad M_i^S = L_i^S * L_i^S$$

ד. סינון מדיאני מקורב עם חישוב ריבועי התוצאה

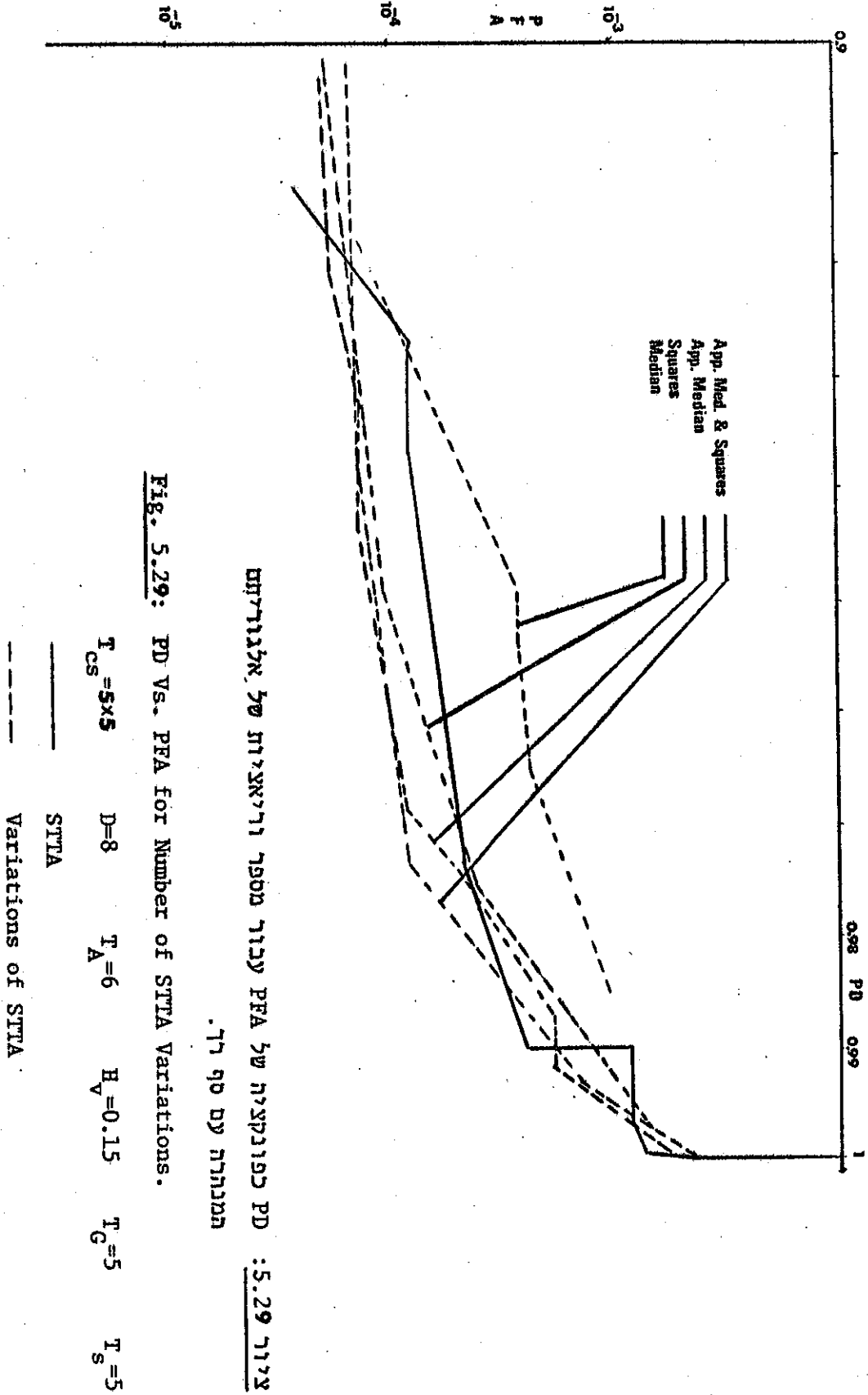
$$(5.88) \quad M_i^K = M_i^I * M_i^I$$

בכל ארבעת המקרים חשבנו את סכום הערכים במנהרה של הסדרות  
 $\{M_i^K\}_{i=-\infty}^{\infty}$  ו  $\{M_i^S\}_{i=-\infty}^{\infty}$  ,  $\{M_i^I\}_{i=-\infty}^{\infty}$  ,  $\{M_i^M\}_{i=-\infty}^{\infty}$   
(5.82).

תוצאות של אופין הסתברות הגילוי כפונקציה של הסתברות התראות השוא  
מוצג בציורים 5.28÷5.29. כפי שניתן להבחין הסיבון המדיאני מקלקל בעוד  
שכל שלושת העיבודים האחרים נותנים תוצאות קרובות מאוד לתוצאות אלגוריתם  
המנהרה עם סף רך הפשוט. לאור התוצאות ההשקעה הכרוכה בבצוע העיבודים הנ"ל  
איננה מוצדקת.







5.3 הערכת סיבוכיות המימוש של אלגוריתמי המנהרה

בחלק זה נציע דרך למימוש אלגוריתמי המנהרה השונים שהוצגו. נשווה בין המימושים השונים מבחינת מספר הפעולות וגודל הזיכרון הדרוש.

בשני אלגוריתמי המנהרה יש לבצע תחילה את העיבוד במישור התמונה ומעבר דרך סף לכך בהשוואה שנעשה לא ניכלול את העיבוד בתוך התמונה.

לצורך ההשוואה נניח שתמונת המקור היא בגודל של  $N_L \times N_C$  PIXELS ולאחר ביצוע הסף (רד או קשיח) ישארו בכל תמונה כ-  $N_{PT}$  PIXELS שערכם שונה מאפס.

5.3.1 אלגוריתם המנהרה עם סף קשיח

סכמת הבלוקים של מימוש האלגוריתם מוצג בצירוף 5.30. כפי שרואים המימוש מחולק לשני שלבים. היכולים להתבצע ב- PIPELINE.

א. מיצוי התמונה

בשלב זה התמונה הבינרית (מטרות פוטנציאליות) ממצה לתמונת חתך בינרית של מנהרות. לדוגמא עבור תמונה בגודל  $N_L \times N_C$  ומנהרה בעלת חתך רוחב  $T_{CS}$  תמונת החתך הבינרית של המנהרות תהיה בגודל של

$$\frac{N_L \times N_C}{T_{CS}} \text{ נקודות. שלב זה דורש פעולת OR אחת בין } T_{CS} \text{ PIXELS של}$$

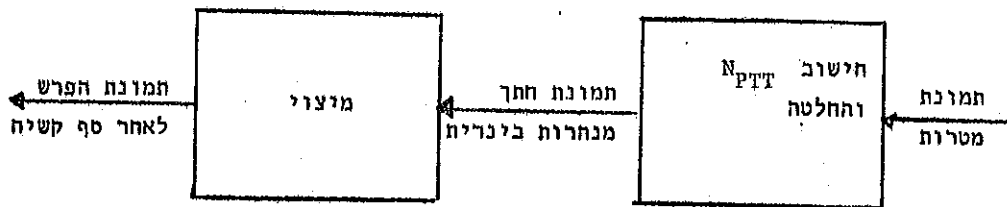
התמונה בבינרית ליצירת נקודה אחת של תמונת חתך מנהרות בינרית. כלומר  $\frac{N_L \times N_C}{T_{CS}}$  פעולות OR כנ"ל לתמונת מקור. שלב זה גם דורש

זיכרון בגודל של  $\sqrt{T_{CS}}$  שורות של תמונה בינרית (תמונת הפרש לאחר סף קשיח) כלומר  $N_C \times \sqrt{T_{CS}}$  bit.

ב. חישוב ה-  $N_{PTT}$  והחלטה

בשלב זה של המימוש מחשבים את ה-  $N_{PTT}$  (Number of potential Taryets in Tunal) של כל מנהרה ומשווים לסף  $T_R$ .

פעולת חישוב ה- $N_{PTT}$  והשוואה לסף היא למעשה מיפוי של  $D$  ביטים (עומק המנהרה -  $D$ ) לביט אחד, סה"כ  $\frac{N_L \times N_C}{T_{CS}}$  פעולות מיפוי לתמונת מקור. הזיכרון הנדרש בשלב זה של המימוש הוא  $\frac{N_L \times N_C \times D}{T_{CS}}$  bits



ציור 5.30: דיאגרמת מלבנים של ממוש אלגוריתם המנהרה עם סף קשיח (HTTA).

Fig. 5.30: Block Diagram of the HTTA Realization.

5.3.2 אלגוריתם המנהרה עם סף רך

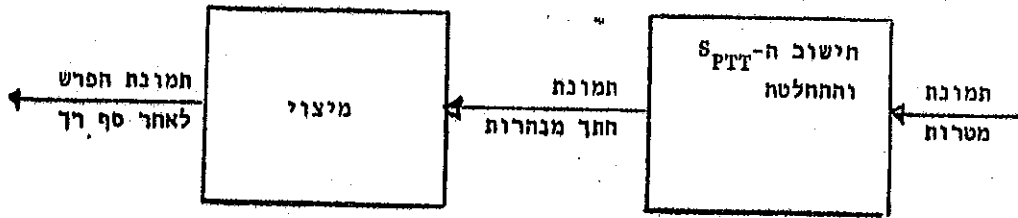
סכמת הבלוקים של מימוש האלגוריתם מוצג בציור 5.31. כפי שרואים המימוש מתחלק לשני שלבים היכולים להתבצע ב-PIPELINE.

א. מיצוי התמונה

בשלב זה התמונה של אות ההפרש לאחר סף רך ( $2^n$  רמות) ממוצה לתמונת חתך רבת רמות ( $2^n$  רמות) של מנחרות. עבור מנהרה בעלת חתך רוחב  $T_{CS}$  נקבל תמונת חתך בגודל של  $\frac{N_L \times N_C}{T_{CS}}$  בקודות. שלב זה דורש  $T_{CS}$  פעולות השוואה. גם שלב זה דורש זיכרון בגודל  $\sqrt{T_{CS}}$  שורות  $T_{CS} \times N_C \times n$  bits.

ב. חישוב ה- $S_{PTT}$  והחלטה

בשלב זה של המימוש מחשבים את ה- $S_{PTT}$  (Sum of Potential Targets value in Tunal) של כל מנהרה ומשווים לסף  $T_S$ . פעולת חישוב ה- $N_{PTT}$  דורשת  $D-1$  פעולות חיבור ופעולת השוואה אחת. סה"כ  $\frac{N_L \times N_C \times D}{T_{CS}}$  פעולות. הזיכרון הנדרש בשלב זה הוא  $\frac{N_L \times N_C \times D \times n}{T_{CS}}$  bits



ציון 5.31: דיאגרמת מלכונים של ממש אלגוריתם המנהרה עם סף רך (STTA).

Fig. 5.31: Block Diagram of the STTA Realization.

5.3.2 חשואה

נניח שכל הפעולות - חיבור, מיפוי, OR זהות מבחינת משקלן ונחשב את היחס בין מספר הפעולות בשני המקרים

$$\frac{\text{מספר פעולות (סך הכל)}}{\text{מספר פעולות (סך קטין)}} = \frac{N_L \times N_c + \frac{N_L \times N_c}{T_{cs}} \times D}{\frac{N_L \times N_c}{T_{cs}} + \frac{N_L \times N_c}{T_{cs}} \times D} = \frac{T_{cs} + D}{1 + D}$$

לדוגמא עבור מנהרה בעומק  $D=8$  ושטח חתך  $T_{cs}=5 \times 5$

$$\frac{25+8}{1+8} = 3.66$$

היחס בין גודל הזיכרון בשני המקרים נותנת

$$\frac{\text{מספר סיביות זיכרון (סך הכל)}}{\text{מספר סיביות זיכרון (סך קטין)}} = \frac{5 \times N_c \times M + \frac{N_L \times N_c}{T_{cs}} \times D \times M}{5 \times N_c + \frac{N_L \times N_c}{T_{cs}} \times D} = M$$

כאשר  $n$  הינו לוגריתם מספר רמות האפור של אות הפרש, לדוגמא עבור אות הפרש בעל  $2^n = 2^4 = 16$  רמת אפור היחס יהיה 4.

כלומר היחס במספר הפעולות הולך וקטן ככל שנגדיל את עומק המנהרות. בעוד שיחס גודל הזיכרון בלתי תלוי בעומק המנהרה אלא במספר הרמות האפשריות של אות הפרש.

פרק 6 אלגוריתמי עקיבה

אלגוריתם המנהרה שהוצג בפרק 5 הינו בעל מספר מגרעות ככדות משקל כמו:  
גילוי מטרה אחת במספר מקומות סמוכים בעת ובעונה אחת, אי ודאות במיקום  
המטרה (שגיאת מיקום המטרה) והקטנת הרזולוציה.

המגרעות הנ"ל נובעות בעיקר משילוב של שני גורמים: המבנה של המנהרה  
ותנועת המטרה (תנועה אופקית ואנכית) בין מסגרת למסגרת.

תופעת גילוי מטרה אחת במספר מקומות (מנהרות) סמוכים בעת ובעונה אחת  
מודגמת בציור 6.1א. המטרה הופיעה במנהרה מספר 3 במסגרות 1 ו 1-1, במנהרה  
מספר 2 במסגרות 1-2, 1-3 ו 1-4 ובמנהרה מספר 1 במסגרות 1-5, 1-6 ו 1-7.  
הסיבה להופעת המטרה בשלושת המנהרות היא תנועת המטרה (בדוגמא זאת ימינה).  
אלגוריתם המנהרה עם סף קשיח עבור  $T_R=2$  יגלה מטרה בכל שלוש המנהרות ואילו  
עבור  $T_R=3$  יגלה מטרה במנהרות 1 ו 2.

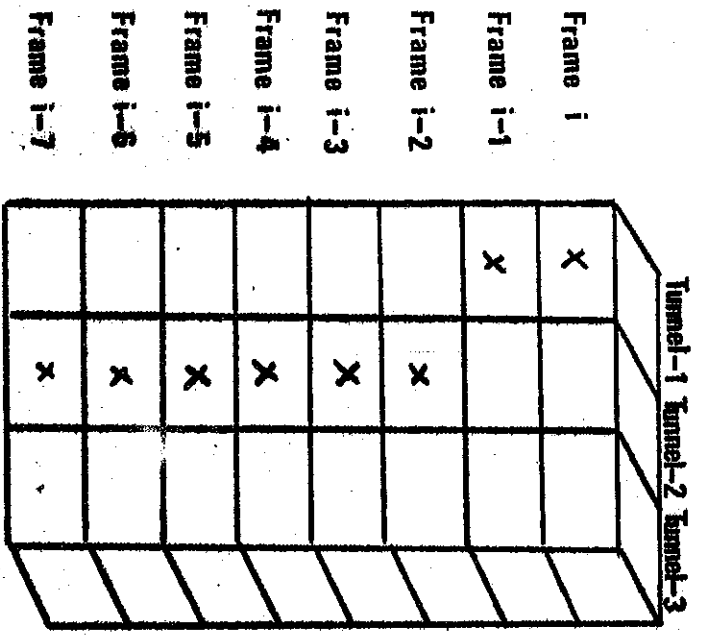
מטרה יחידה תגרום כפי שראינו לדיווח על גילוי מטרה (אחת) במספר מנהרות  
סמוכות, דבר הגורם לאי-ודאות במיקום המטרה.

בדוגמא הנ"ל, המטרה נמצאת ברגע 1 במנהרה 3 אבל אלגוריתם המנהרה  
(עבור  $T_R=2$ ) ידווח על גילוי גם במנהרות 1 ו 2.

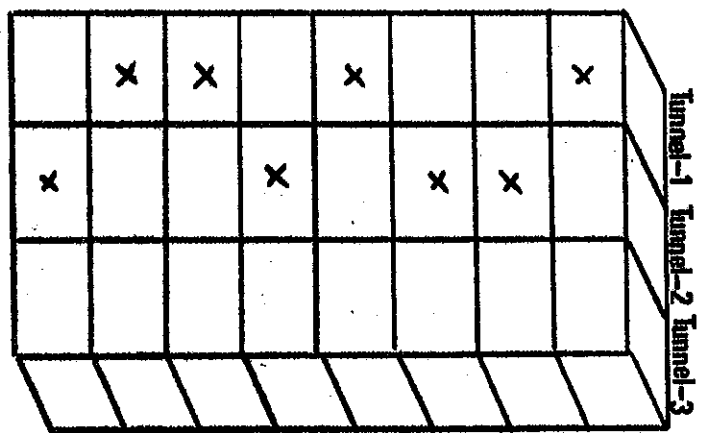
בצורה דומה לתופעה הנ"ל, הנובעת כתוצאה מתנועת המטרה, תתכן התופעה של  
ריבוי מטרות גם עבור מטרה ניחת אם מיקומה נופל על הגבול שבין שתי מנהרות. דוגמא  
לכך מוצגת בציור 6.1ב, בו מטרה נמצאת על הגבול בין מנהרה 1 ו 2 וקיים סיכוי  
שווה שהיא תתגלה בכל אחת מהמנהרות, דבר הגורם לאי ודאות במיקום המטרה כפי  
שצינו לעיל.

את שגיאת מיקום המטרה נדגים בצורה קיצונית יותר ע"י ציור 6.1ג, מתוכו

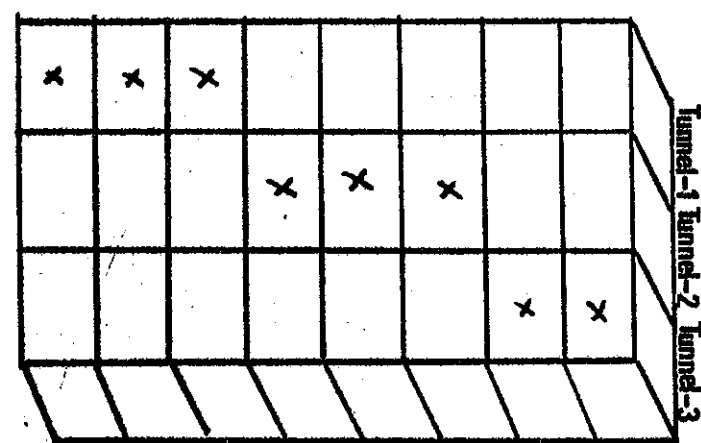
ניתן לראות שהמטרה מופיעה במנהרה מספר 1 במסגרות 1-1 ו 1 ובמנהרה מספר 2  
בכל שאר המסגרות 1-2 עד 1-7. אלגוריתם המנהרה ידווח בסבירות רבה יותר שקיימת  
מטרה במנהרה מספר 2, בעוד שמקומה האמיתי של המטרה ברגע 1 הוא במנהרה מספר 1.  
תופעה זאת נגרמת גם היא בגלל תנועת המטרה.



C



B



A

Fig. 6.1: Examples of Target Movement Between Tunnels.

מבט מן התאורה המשותפת : 6.1 תמונה

הקטנת הרזולוציה נובעת מכך שאות הוידאו בכניסה למערכת עיבוד הנתונים

הינו אות דגום ולכן קיימת מגבלה על יכולת ההבחנה במקום המטרה בשעור של חצי-PIXEL (הכוונה למרחק או לזווית המרחבית אותה מציג PIXEL אחד). אלגוריתם המנהרה מוסיף ומקטין את יכולת ההבחנה לכדי  $\sqrt{(S_m+0.5)^2+(S_n+0.5)^2}$  כאשר חתך הרוחב של המנהרה הוא  $T_{cs} = (25_m+1) \times (25_n+1)$ . למשל עבור מנהרה בעלת חתך רוחב  $T_{cs} = 5 \times 5$  ההבחנה היא עד כדי 18 PIXELS.

בנוסף למגרעות הנ"ל יש לשים לב לעובדה שלא ניתן לשפר את התוצאות המושגות ע"י אלגוריתמי המנהרה באופן משמעותי ע"י הגדלת עומק המנהרה בגלל תופעת ריבוי המטרות או ע"י הגדלת חתך הרוחב המנהרה בגלל הקטנת הרזולוציה הנגרמת משום כך.

בפרק זה נציע אלגוריתם עקיבה המבטל את המגרעות הנ"ל. בנוסף לכך, אלגוריתם זה בוחן שיערוך של מקום המטרה גם במסגרות בהן המטרה לא התגלתה בעיבוד במישור התמונה.

6.1 תאור אלגוריתם העקיבה (Tracking Algorithm - TA)

כפי שהראנו בפרק 4 מטרה מוגדרת ע"י מסלול כציר הזמן במרחב התלת מימדי של האות כמוצג בצירור 4.1. בפרק 4 הצענו לממש את טרנספורם "Hough" התלת מימדי בצורה הישירה שהיא אקויוולנטית לסריקת המרחב ע"י גלילים ככל כיוון שהוא וסיכום ערכי ה-PIXELS בתוך הגלילים.

באלגוריתם העקיבה יש נסיון להמנע מסרוק את המרחב ע"י גלילים אלא לנסות ולעקוב בעזרת מספר גלילים אחר ה-PIXELS המקבלים ערכים הגדולים מ"אפס" (לאחר פעולת סף).

באלגוריתם העקיבה ממקמים גלילים מאובנכים למישור המסגרת על כל ה-PIXELS שעברו את הסף במסגרת התחלתית מסוימת.

ככל מסגרת חדשה שתתוסף לאות במקם גלילים מאובנכים חדשים לאותם PIXELS שעברו את הסף במסגרת הנוכחית ולא נפלו בתוך אחת מהגלילים הקומים (שנוצרו במסגרות הקודמות).

בנקודה זו יש לציין שאם במסגרת מסוימת נפלו מספר PIXELS לתוך אותו גליל יבחר ה-PIXEL בעל הערך המקסימלי ליצג את הגליל במסגרת זו.

מהשלב שבו גליל מסוים צבר לפחות שלושה PIXELS מטים את הגליל כך שיקביל לקו הישר המתאים ביותר (מבחינת שגיאה ריבועית מינימלית - MMSE) ל-PIXELS שבתוך הגליל.

במקביל לפעולות הנ"ל קיימים שני מנגנונים, האחד נועד לבטל גלילים שמשך מספר נתון של מסגרות (Q) מכילים רק PIXEL אחד. השני נועד לבטל גלילים שבגלל קרבתם אחד לשני התמזגו זה עם זה.



ניתן להגביל את האורך המקסימלי של הגלילים ע"י כך שלאחר שהגלילים הגיעו לאורך של  $D_T$  - (Tracking Tuinnel Depth), לכל מסגרת חדשה שמתקבלת מבטלים את ה-PIXELS שנבעו ממסגרת שהתקבלה  $D_T$  מסגרות לפניה.

שלב ההחלטה נעשה בכל מסגרת ומסגרת לגבי כל הגלילים. אם מבצעים פעולת סף רך מסכמים את ערכי ה-PIXELS בתוך הגליל ומשווים לסף  $T_S$ . אם משתמשים בסף קשיח סופרים את מספר ה-PIXELS שהופיעו ומשווים לסף  $T_R$ .

במסגרת עבודה זו לא טיפלנו במקרה של אלגוריתם העקיבה עם סף קשיח כיוון שהתוצאות הצפויות לגבי הסף הרך היו טובות יותר ללא תוספת רבה של חישובים או זיכרון.

6.2 אלגוריתם עקיבה עם סף רך

נחאר להלן את מנגנון מימוש אלגוריתם העקיבה עם סף רך.

לכל מטרה אפשרית המוגדרת ע"י מסלול בציר הזמן (בין אם זאת מטרת אמת ובין אם זאת התראות שוא) מוגדרת "רשומה" הבנויה כטבלה דוגמאת זאת המוצגת בציר 6.2 המכילה  $D_T$  שורות ( $D_T$  הוא כאמור לעיל העומק המקסימלי של האלגוריתם) וארבע עמודות.

	Frame $i_j$	Line $m_j$	Column $n_j$	Pixel Value
$j=1$	13	53	180	7
$j=2$	12	54	182	6
	11	—	—	—
$j=3$	10	54	179	5
	9	—	—	—
	8	—	—	—
$j=4$	7	53	183	5
$j=5$	6	53	184	7

ציר 6.2: מבנה רשומה.

Fig. 6.2: Record Structure.

ה"רשומה" המוגדרת במנגנון העקיבה אקוילנטיה לגליל המסחגל בזויתו, כפי שתארנו קודם.

כל שורה ברשומה מכילה את האינפורמציה של הקואורדינטות המרחביות (מספר מסגרת, שורה ועמודה) של ה-PIXEL שעבר את הסף ובפל בתוך הגליל המתאים לרשומה בכל אחת מ- $D_T$  המסגרות האחרונות. כמו כן בכל שורה קיים גם ערך רמת אפור של ה-PIXEL.

יש לשים לב לעובדה שיתכנו שורות ריקות. כלומר לא התגלה אף PIXEL בתוך הגליל המתאים לרשומה במסגרת שאותה שורה מיצגת בכל שורה המכילה אינפורמציה לגבי PIXEL מסוים הרי ש-PIXEL זה הוא בעל הערך המקסימלי מבין כל ה-PIXELS שנפלו בתוך הגליל המתאים לרשומה הנתונה במסגרת המיוצג ע"י אותה שורה.

עיקרון עידכון הרשומה הוא כזה שבכל מסגרת חדשה שמופיעה כל הטבלה נדחפת שורה אחת למטרה והשורה של המסגרת הישנה יתור (השייכת למסגרת  $(i - D_T)$ ) נפלטת החוצה.

את השורות ה"מלאות" (שהתגלה בהן PIXEL בעל ערך שונה מאפס) נסמן ע"י אינדקס  $J$  שערכו יתחיל מ-1 עבור המסגרת החדשה ביותר ה"מלאה" ויגיע עד לערך  $N$  (כאשר  $N$  יהיה מספר המסגרות מתוך  $D_T$  המסגרות האחרונות בהן התכלתה מטרה פוטנציאלית בגליל אותו מתארת הרשומה הנתונה).

עבור מסגרת שנקלטת מבוצע חשוב את הפרש ומופעל הסף רך ולאחריו מתבצעים השלבים הבאים:

א. לכל PIXEL שעבר את ה"סף רך" מחפשים רשומה שקואורדינטות אותו PIXEL נופלות בתוך חלון חיפוש בגודל  $(2\Delta n + 1) \times (2\Delta n + 1)$  שמרכזו בקואורדינטות המשווערכות של המטרה  $(\hat{n}_x, \hat{n}_y)$  (שיערוך שהתבצע במסגרת הקודמת בשלב ו' של האלגוריתם לכל רשומה ורשומה) המתאימה לרשומה. את חלון החיפוש נסמן ע"י S.B. ולדוגמא עבור  $\Delta n = 2$  ו  $\Delta n = 4$  נסמן S.B. =  $9 \times 5$  אם ה-PIXEL נמצא מתאים לרשומה בודקים אם כבר נמצא PIXEL אחר מהמיסגרת הנוכחית המתאים לרשומה. אם כן בוחרים את ה-PIXEL שערכו גדול יותר ומכניסים את האינפורמציה לגביו לתוך הרשומה.

ב. לכל PIXEL שלא נמצאה עבורו אף רשומה מתאימה, בשלב א. פותחים רשומה חדשה המכילה את האינפורמציה של ה-PIXEL הנ"ל בלבד.

ג. מכל הרשומות נמחק ה-PIXEL השייך למסגרת ה- $(i - D_T)$  כאשר  $i$  היא המסגרת הנוכחית (ערכי  $D_T$  טיפוסיים שנבחרו היו בתחום  $8 < D_T < 16$ ).

השליבים הבאים ד' ו-ה' מיועדים לצמצם את מספר הרשומות כאשר קיימת סבירות גבוהה שאין הן מכילות מטרת אמת.

ד. ביטול רשומות באורך מלא ( $D_T$ ) שנמצאו זהות. כלומר השארית רשומה אחת מתוך כל קבוצת (שתים או יותר) רשומות זהות.

זהות בין רשומות: זו יכולה להיווצר אם שני גלילים המתאימים לרשומות קרובים אחד לשני ומתחילים לתפוף בגל' ש-PIXELS המיליצגים רעשים נופלים בתוכם (בשניהם) ואזי הגלילים מתקרבים יותר אחד לשני עד כדי זהות.

"זהות מקורבת": ניתן לאמר שאם השיערוך של מקום המטרה (המוצג בשלב ו') בשתי רשומות שוה וסכום ערכי ה-PIXELS ברשומה שוה אזי הרשומות תהיינה זהות בהסתברות גבוהה. ניתן להשתמש בבדיקת "זהות מקורבת" כדי לצמצם את מספר הבדיקות הדרוש עבור זהות מוחלטת.

ה. ביטול רשומות באורך הגדול מ-Q (מתוך הניסויים נקבע ערך טיפוסי ל-Q של  $Q=6$ ) שהתגלה בהן PIXEL אחד בלבד. אורך הרשומה -  $R_L$  מוגדר כמספר המסגרות שנקלטו מרגע שנוצרה הרשומה, אם מספר זה גדול מ- $D_T$  אזי אורך הרשומה יוגבל ל- $R_L=D_T$  בלבד.

ו. שיערוך מיקום המטרה במסגרת הבאה. (תאור השיערוך ניתן בנספח ב') השיערוך מתבצע כל מסגרת ומסגרת בכל הרשומות.

ז. סיכום ערכי ה-PIXELS בכל רשומה והשוואת סכום זה לסף החלטה  $T_B$  להחלטה על קיום מטרה.

ח. לאחר החלטה על קיום מטרה, מיקום המטרה במסגרת הנוכחית נקבע באחת משתי הצורות:

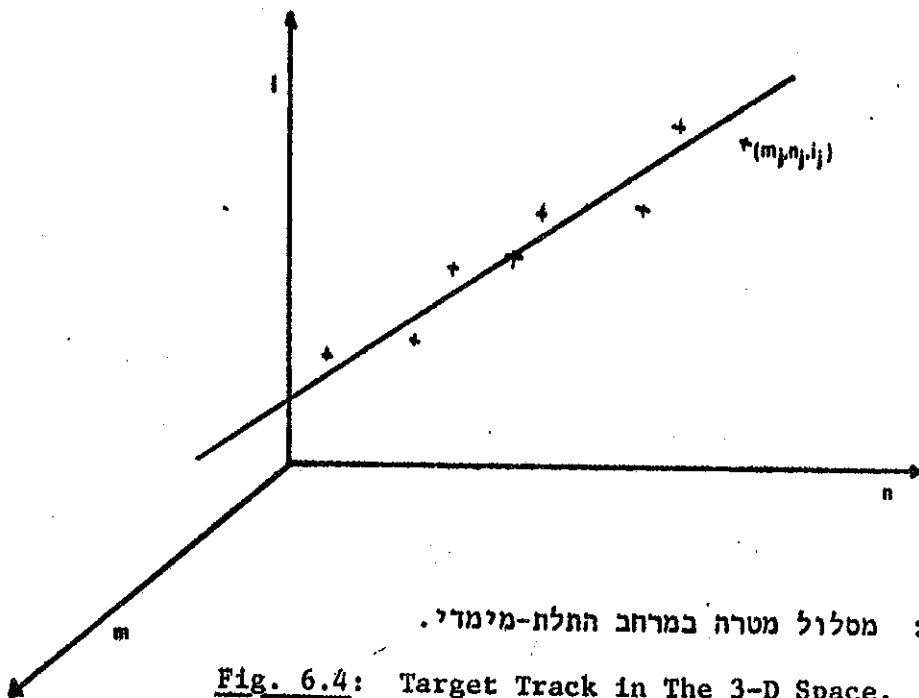
1. אם נמצא לפחות PIXEL אחד במסגרת הנוכחית המתאים לרשומה אזי מקום המטרה נקבע עפ"י הקאורדינטות של ה-PIXEL בעל הערך הגבוה ביותר.

2. אם אף לא PIXEL אחד במסגרת הנוכחית מתאים לרשומה אזי הקאורדינטות המשוערות  $(\hat{m}_1, \hat{n}_1)$  הן שקובעות את מקום המטרה.

בציור 6.3 א מוצגת רשומה באורך 8 וחמכילה שישה PIXELS. במסגרות 2 ו 6 לא נמצא אף PIXEL המתאים לרשומה. אורך הרשומה הוא שמונה ואם  $D_T = 8$  אזי כאשר תיקלט מסגרת מספר "8" כל הרשומה תזוז שורה אחת למטה והשורה המתאימה למסגרת מספר "0" תיפלט.

בציור 6.3 ב מוצגת רשומה באורך חמש והמכילה שלושה PIXELS. במסגרות 4 ו 5 לא נמצא אף PIXEL המתאים לרשומה. הרשומה המוצגת נפתחה לראשונה במסגרת 3. שם ל-PIXEL שהקואורדינאט שלו (10,210) לא התאימה אף אחת מהרשומות.

את האות ניתן לסדר בצורה תלת מימדית כפי שראינו בפרק 4 ע"י סידור המסגרות אחת על השנייה כפי שמוצג בציור 4.1. למרחב הזה נגדיר מערכת צירים קרטזית בעלת שלושה צירים: צירים  $m$  ו  $n$  שחם ציר השורות וציר העמודות בכל מסגרת וציר  $i$  שיקרא ציר הזמן (Temporal Axis) ויחידותיו הן מספר המסגרת (את מספר המסגרת ניתן להמיר לזמן כיוון שידוע אינטרוול הזמן הקבוע בין מסגרת למסגרת)



$j=1$	<b>7</b>	<b>33</b>	<b>120</b>	<b>7</b>
	<b>6</b>			
$j=2$	<b>5</b>	<b>33</b>	<b>122</b>	<b>6</b>
$j=3$	<b>4</b>	<b>34</b>	<b>121</b>	<b>5</b>
$j=4$	<b>3</b>	<b>32</b>	<b>122</b>	<b>5</b>
	<b>2</b>			
$j=6$	<b>1</b>	<b>33</b>	<b>123</b>	<b>5</b>
$j=8$	<b>0</b>	<b>32</b>	<b>124</b>	<b>6</b>

Frame No.      Line m      Column n      Pixel Value

$j=1$	<b>7</b>	<b>10</b>	<b>213</b>	<b>5</b>
$j=2$	<b>6</b>	<b>11</b>	<b>212</b>	<b>6</b>
	<b>5</b>			
	<b>4</b>			
$j=3$	<b>3</b>	<b>10</b>	<b>209</b>	<b>5</b>

צילור 6.3: דוגמאות ל"רשומות" האלגוריתם העקובה.

Fig. 6.3: Examples of "Records" In the Tracking Algorithm-TA.

כל PIXEL המופיעה ברשומה ונרשם בשורה מסוימת ניתן להגדיר אותו ע"י הקאורידנט  $(m_j, n_j, i_j)$  כמו כן ל-PIXEL ישנה אינפורמציה נוספת והיא ערכו (רמת אפור).

הרשומות שתארנו באלגוריתם העקיבה מכילות קבוצות PIXELS מתוך המרחב הנ"ל. את מספר ה-PIXELS ברשומה ציינו ע"י "N" כאשר  $N \leq D_T$ .

אנו מניחים שרשומה מכילה PIXELS לאורך מסלול של מטרה המתאר קו ישר במרחב הנ"ל.

קו ישר במרחב תלת מימדי בעל צירים  $(i, m, n)$  ניתן לתאר ע"י מערכת המשוואות

$$(6.1) \quad \begin{aligned} m_j &= A \cdot i_j + B \\ n_j &= C \cdot i_j + D \end{aligned}$$

נספח ב מתאר שיערוך לפרמטרים  $A, B, C, D$  המסומן ע"י  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$ . נחשב את הקואורדינאט של המטרה במסגרת הבאה כאשר קואורידנטה אחת ידוע לנו והיא  $i+1$ .

$$(6.2) \quad \hat{m}_{i+1} = \hat{A} \cdot (i+1) + \hat{B}$$

$$(6.3) \quad \hat{n}_{i+1} = \hat{C} \cdot (i+1) + \hat{D}$$

על אלגוריתם העקיבה משפיעים מספר פרמטרים:

- א. גובה ה"ספ הרך"
- ב. גודל חלון החיפוש (S.B.) שבשלב א' של האלגוריתם
- ג. אורך הגליל המקסימלי  $D_T$

גובה הספ הרך האופטימלי תלוי בעצמת המטרה (T.A.) אותה אנו מנסים לגלות לדוגמא עבור מטרות בעוצמה  $T.A=6$  גובה הספ הרך האופטימלי הינו "5" וזהו גם הסף שבו השתמשנו על מנת להציג את תוצאות אלגוריתם העקיבה.

בציור 6.5 מוצגים אופיני הסתברות הגילוי בפונקציה של הסתברות התראות השוא של אלגוריתם העקיבה ( $D_T=8$ ) עבור ערכי S.B. שונים. כבסיס להשוואה הצגנו את אופיני הסתברות הגילוי כפונקציה של הסתברות התראות השוא של אלגוריתם ה"המנהרה עם סף רך". התוצאות מראות שערך  $S.B.=5 \times 5$  נותן תוצאות טובות (כאשר בתזונה מהירות אופקיה של המטרה  $H_V=0.15$ ).

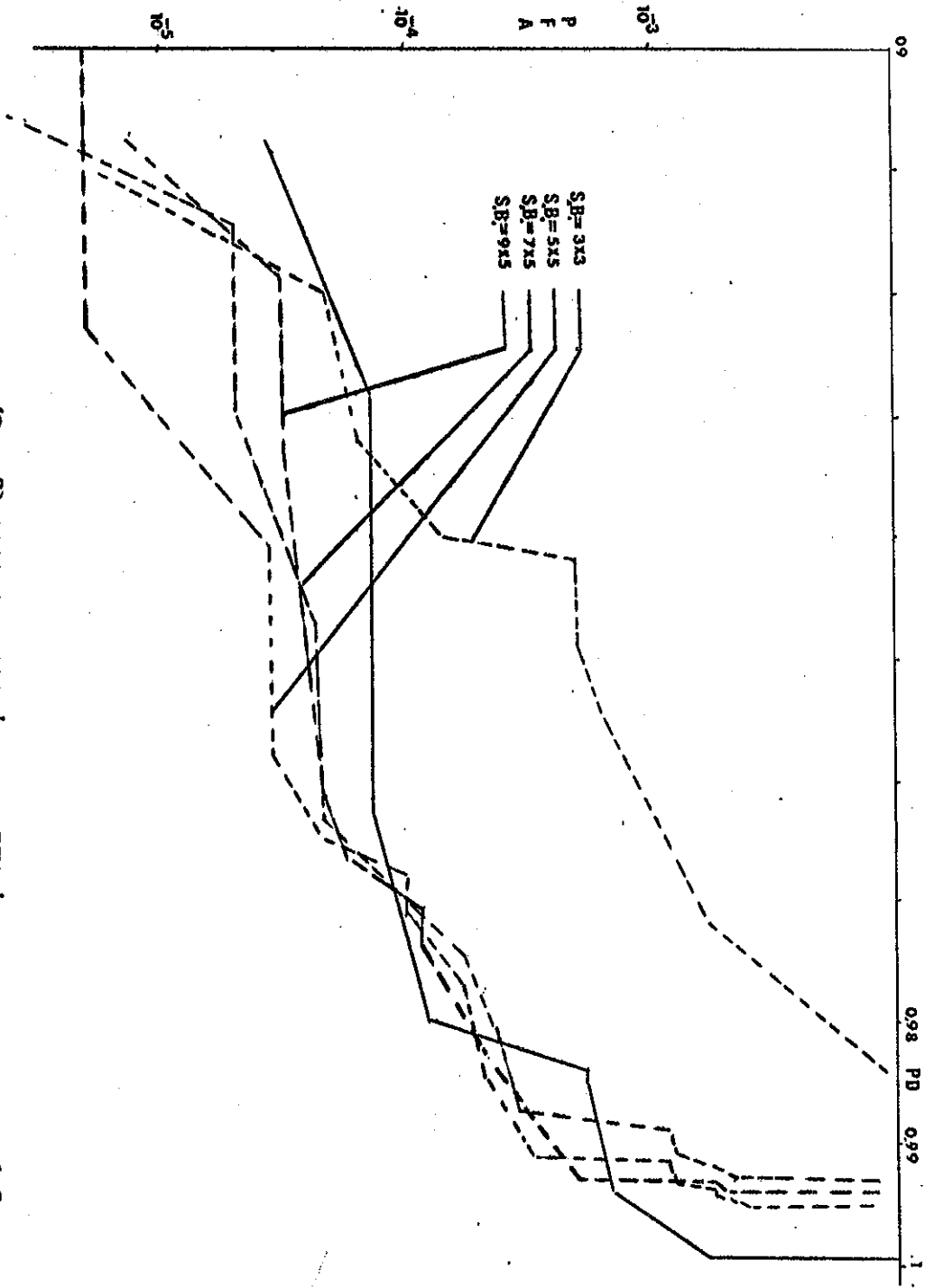


Fig. 6.5: PD vs. PFA for Tracking Algorithm - TA ( $D_T=8$ ).

ציור 6.5: PD כפונקציה של PFA עבור אלגוריתם העקיבה ( $D_T=8$ ).

$D=8$     $T_A=6$     $H_V=0.15$     $T_{CS}=3$     $T_S=5$

— STTA  
- - - TA



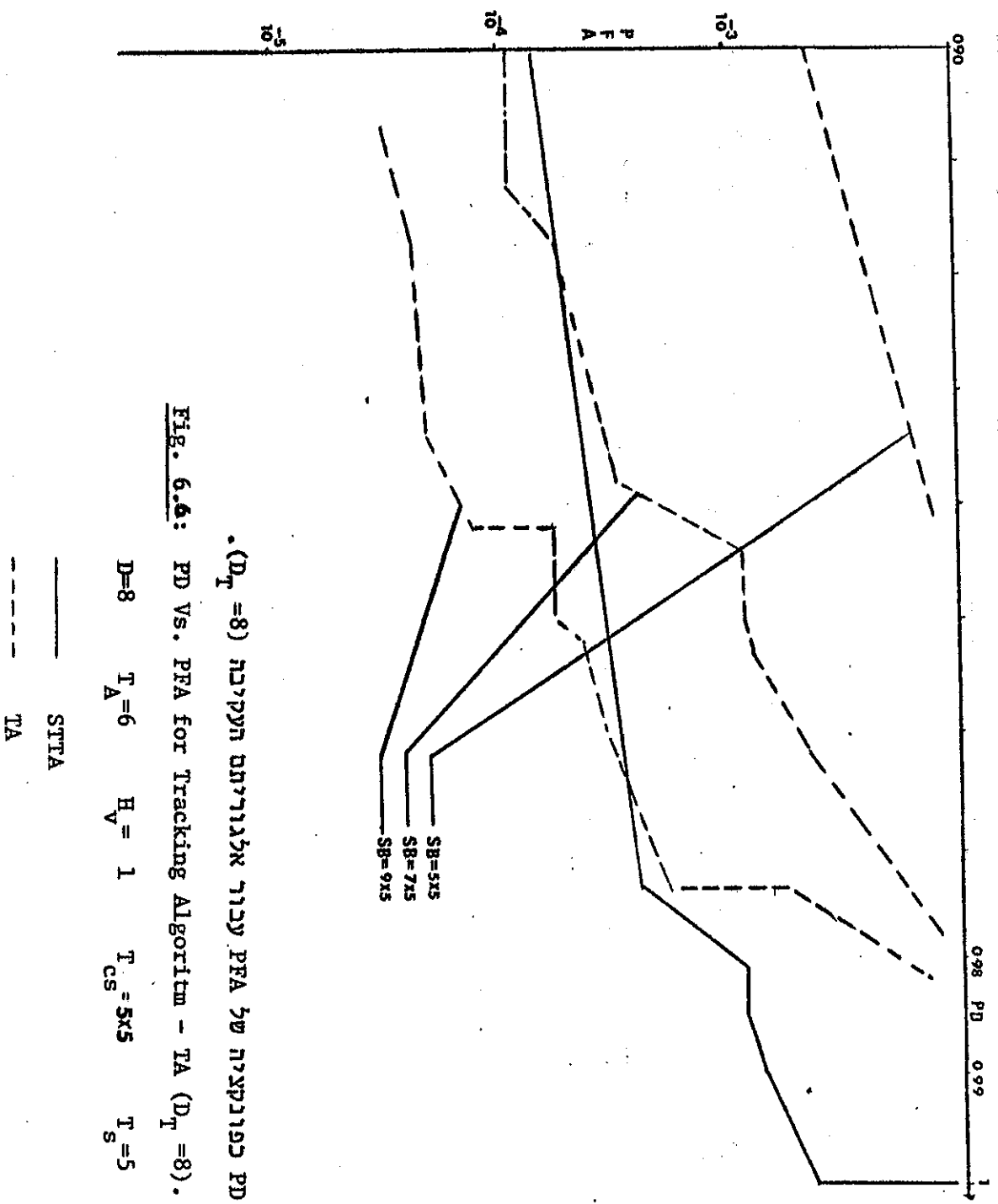
גם חלון החיפוש  $S.B.=5 \times 9$  נתן תוצאות טובות. עבור הסתברות גילוי של 97% ומעלה אלגוריתם המנהרה עם סף רך נראה בדיר"כ עדיף בעוד שעבור הסתברות גילוי שהיא פחות מ-97% אלגוריתם העקיבה נראה עדיף.

הסבר אפשרי לכך שבהסתברויות גילוי גבוהות מאד (97% ומעלה), אלגוריתם העקיבה נותן הסתברות התראות שוא גבוהה יותר מאשר אלגוריתם המנהרה עם הסף הרך, הוא בכך שבאלגוריתם העקיבה רשומה נפתחת עבור כל PIXEL העובר את סף רמת (בשלב מאוחר יותר יתכן שהרשומה תבוטל). לכן, שמוש בערך סף נמוך על סכומי ערכי ה-PIXELS ברשומות, נותן הסתברות התראות שוא גבוהה יחסית עקב ריבוי הרשומות (שכנראה מליצגות רעש).

בציור 6.6 מוצגים אופיני הסתברות הגילוי כפונקציה של הסתברות התראות השוא של אלגוריתם העקיבה ( $D_{TT}=8$ ) עבור ערכי S.B. שונים כאשר המהירות האופקית של המטרה היא  $H.V.=1.0$  גם כאן כבסיס להשוואה מופיע אופיין הסתברות הגילוי כפונקציה של הסתברות התראות השוא עבור אלגוריתם ה"מנהרה עם סף רך". התוצאות מראות שערך  $S.B.=9 \times 5$  נותן את התוצאות הטובות ביותר. ערך זה של S.B. נותן תוצאות לא פחות טובות בהרבה מערך  $S.B.=5 \times 5$  עבור מהירות נמוכה של המטרה ( $H.V.=0.15$ ) לכן הערך  $S.B.=9 \times 5$  נבחר לשמש אותנו בניסויים הבאים.

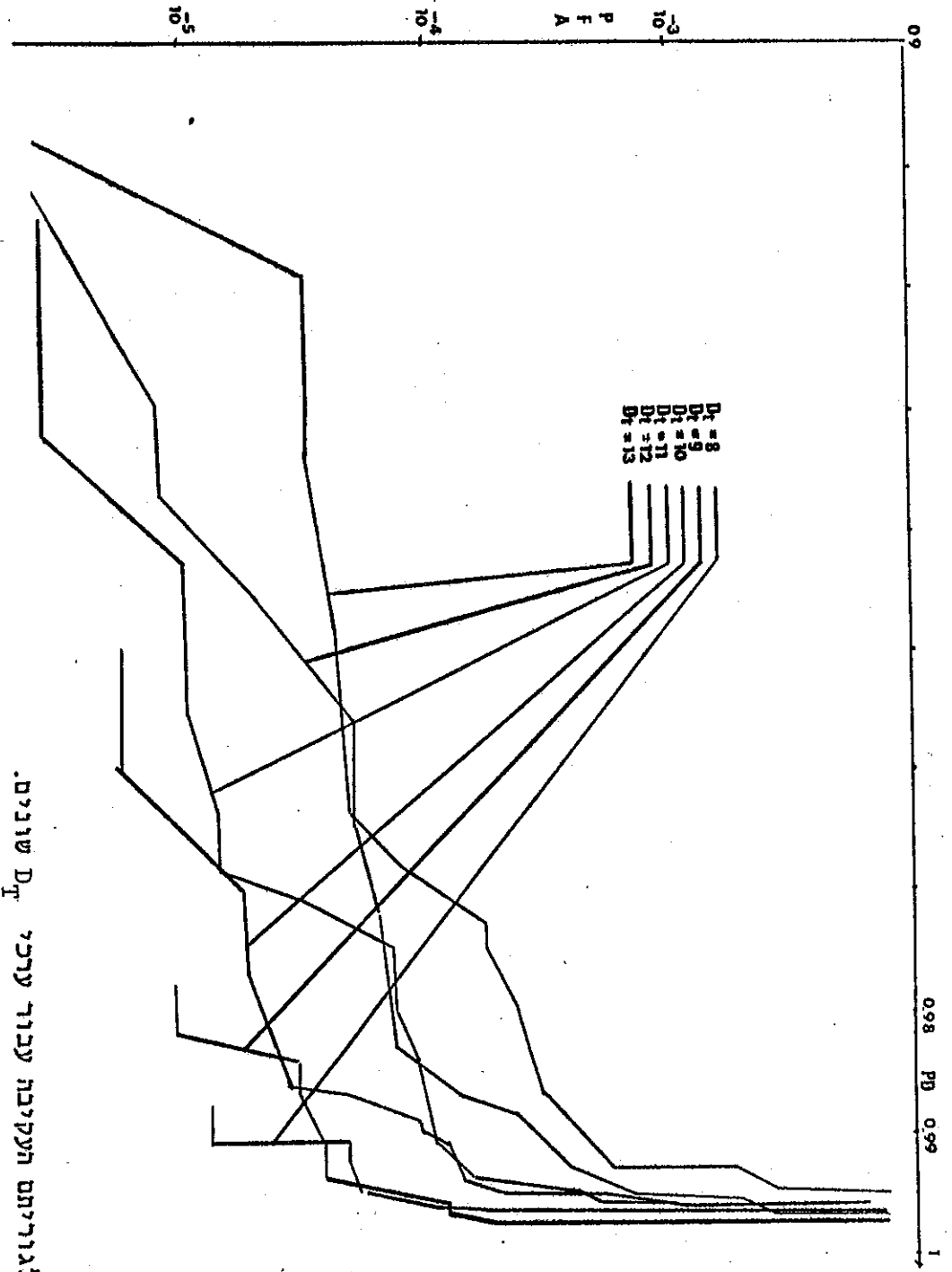
בציור 6.7 מוצגים אופיני הסתברות הגילוי כפונקציה של הסתברות התראות השוא של אלגוריתם העקיבה עם חלון חיפוש  $S.B.=9 \times 5$  שנמצא כאופטימלי עבור מטרות בעלות מהירות אופקית גבוהה ( $H.V.=1.0$ ) וכבעל תוצאות טובות עבור מטרות בעלות מהירות טיפוסית ( $H.V.=0.15$ )  $D_T$  משמש כפרמטר. ניתן לראות שכלל  $D_T$  גדול יותר התוצאות טובות יותר.

בציור 6.8 מוצגים אופיני הסתברות התראות השוא כפונקציה של  $D_T$  עבור אלגוריתם העקיבה. הסתברות הגילוי (PD) משמש כפרמטר, ניתן לראות שע"י הגדלת  $D_T$  (אורך הגליל המסתגל בזוית) ניתן להקטין את הסתברות התראות השוא לדוגמא עבור הסתברות גילוי של 99% ע"י הגדלת  $D_T$  לערך  $D_T=13$  ניתן להגיע להסתברות התראות שוא של  $10^{-5}$ .



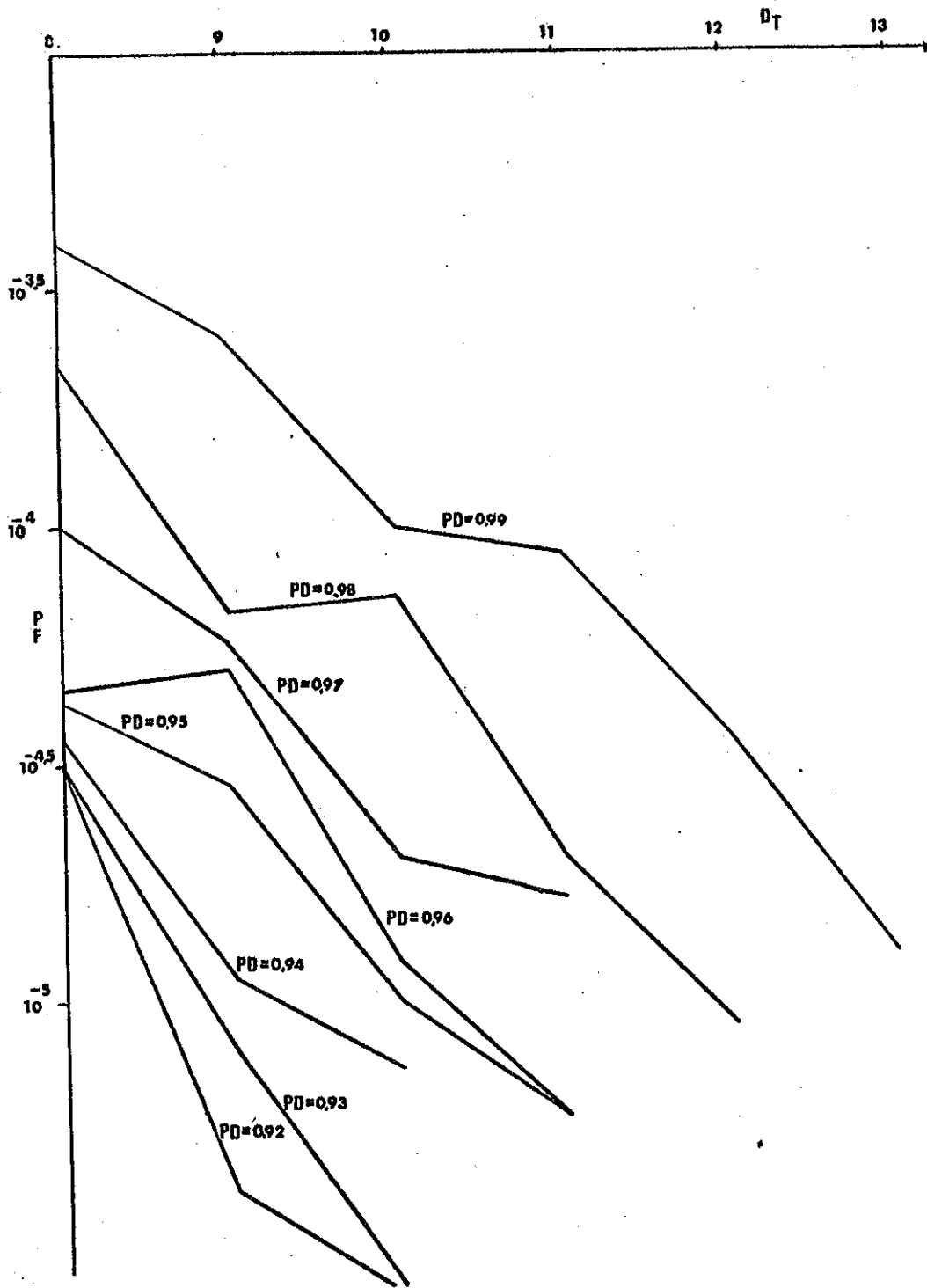
ציור 6.6: PD כפונקציה של PFA עבור אלגוריתם TA ( $D_T=8$ ).  
 Fig. 6.6: PD Vs. PFA for Tracking Algorithm - TA ( $D_T=8$ ).

$D=8$     $T_A=6$     $H_V=1$     $T_{CS}=5x5$     $T_S=5$



צירוף 6.7: בארעי אלגוריתם העקיבה עבור ערכי  $D_T$  שונים.  
 Fig. 6.7: Tracking Algorithm Performance for Number of  $D_T$  Values.

S.B.=9x5       $H_V=0.15$        $T_S=5$        $T_A=6$



ציור 6.8: PFA כפונקציה של  $D_T$  עבור ערכי PD שונים.

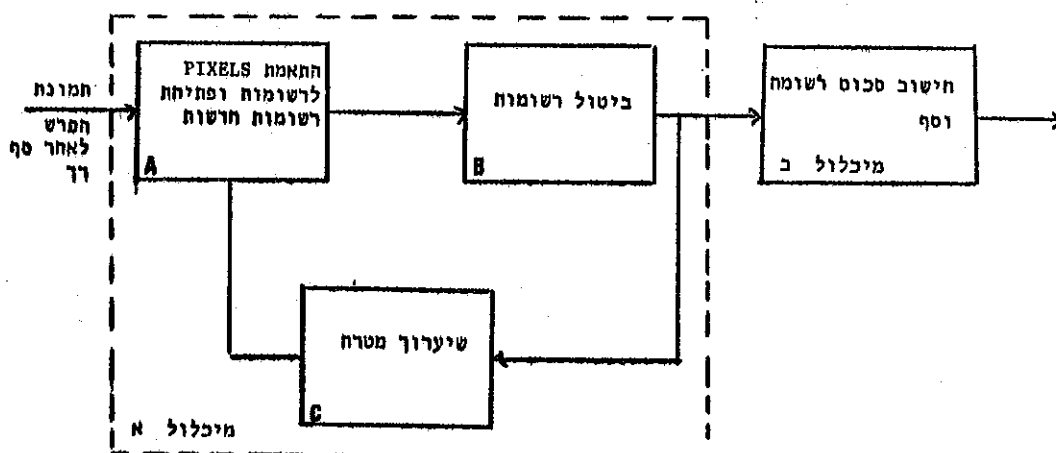
Fig. 6.8: PFA Vs.  $D_T$  for Number of PD Values.

S.B.=9x5       $H_V=0.15$        $T_S=5$        $T_A=6$

6.3 הערכת סיבוכיות המימוש של אלגוריתם העקיבה

לאלגוריתם העקיבה שתואר בפרק זה נציע שתי גישות מימוש: הראשונה טורית, כמו שעשינו במימושים אל אלגוריתמי המנהרה, והשנייה מקבילית.

את גישת המימוש המקבילית אנחנו מציעים כיוון שלהערכתנו דרוש כח חישובי רב מאד למימוש טורי ויהיו קשיים ורציניים במימוש האלגוריתם בזמן אמיתי. לעומת זאת בגישה המקבילית ניתן בלי קשיים מיוחדים לממש את האלגוריתם כך שהוא יעבוד בזמן אמיתי אבל ההשקעה בחומרה תהיה ניכרת



ציור 6.9: דיאגרמת בלוקים של מימוש טורי עבור אלגוריתם העקיבה.

Fig. 6.9: Block Diagram of Tracking Algorithm - TA Serial Realization.

בציור 6.9 מוצגת סכמת בלוקים של המימוש הטורי עבור אלגוריתם העקיבה. המימוש מורכב משני מכלולים מכלול א ומכלול ב.

מיכלול א בנוי משלושה תת מכלולים A, B, ו C המחוברים בחוג סגור. תת מכלול A מתאים לרשומה כל PIXEL נקלט. בהנחה שמספר הרשומות במצב היציב אינו עולה על  $S_{RN}$  ובהנחה שבכל תמונה עוברים  $N_{PT}$  PIXELS את הסף הרי שנדרשות לכל היותר  $4 \times S_{RN} \times N_{PT}$  פעולות השוואה לתמונת מקור (ארבע השוואות נדרשות למיקום דו מימדי של PIXEL בתוך חלון חיפוש).

תח מכלול B מבצע בליטול רשומות זהות ולמען הפשטות בניה שיבדוק רק "זהות מקורבת" (כפי שהוגדרה באלגוריתם העקיבה) כלומר יבצע רק שלוש השוואות בין כל שתי מנהרות לכן לכל היותר  $[(S_{RN}+1) \times S_{RN} \times 3] / 2$  פעולות השואה.

תח מכלול C מבצע שיערוך מיקום המטרה במסגרת הבאה פירוט מספר הפעולות הנדרש לצורך שיערוך זה מתואר בטבלה ב.1 שבנספח ב. יתמצעו  $S_{RN} \times [6 \times D_T + 1]$  פעולות חיבור ו  $S_{RN} \times [3 \times D_T + 17]$  פעולות רפל.

המערכת כולה משתמשת בזיכרון משותף לאגירת הרשומות והקואורדינטות המשוערכות של המטרה ולכן גודל הזיכרון יהיה

$$S_{RN} \times [(\log_2 N_L + \log_2 N_C + n) \times \log_2 D_T + \log_2 N_L + \log_2 N_C] \text{ bits}$$

כאשר

- $N_L$  מספר השורות במסגרת
- $N_C$  מספר העמודות במסגרת
- $2_n$  מספר הרמות באות ההפרש.

מכלול I מבצע סכום ערכי ה-PIXELS בכל רשומה והשוואה לסף. סה"כ  $S_{RN} \times [D_T - 1]$  פעולות חיבור ו  $S_{RN}$  פעולות השוואה.

לסיכום: נהיה זקוקים ל-

$$[(S_{RN}+1) \times S_{RN} \times 3] / 2 + S_{RN} \times D_T + 4 \times S_{RN} \times N_{PT} + S_{RN} \times [6 \times D_T + 1] = S_{RN} \times [3 \times (S_{RN} + 1) / 2 + 7 \times D_T + 4 \times N_{PT} + 1]$$

פעולות חיבור או השוואה

$$\text{ל-} S_{RN} \times [3D_T + 17]$$

פעולות כפל

ולזיכרון בגודל

$$S_{RN} \times [(\log_2 N_L + \log_2 N_C + n) \times \log_2 D_T + \log_2 N_L + \log_2 N_C] \text{ bits}$$

לדוגמא נבחר ערכים טפציפיים לפרמטרים מתוך האות שהיה ברשותנו

$$\begin{aligned} N_L &= 256 \\ N_C &= 256 \\ n &= 4 \\ D_T &= 8 \\ S_{RN} &= 200 \\ N_{PT} &= 300 \end{aligned}$$

נקבל: 311700 פעולות חיבור או השוואה לתמונת מקור  
8200 פעולות כפל לתמונת מקור  
זיכרון בגודל של 15200 סיביות.

### 6.3.2 מימוש מקבילי

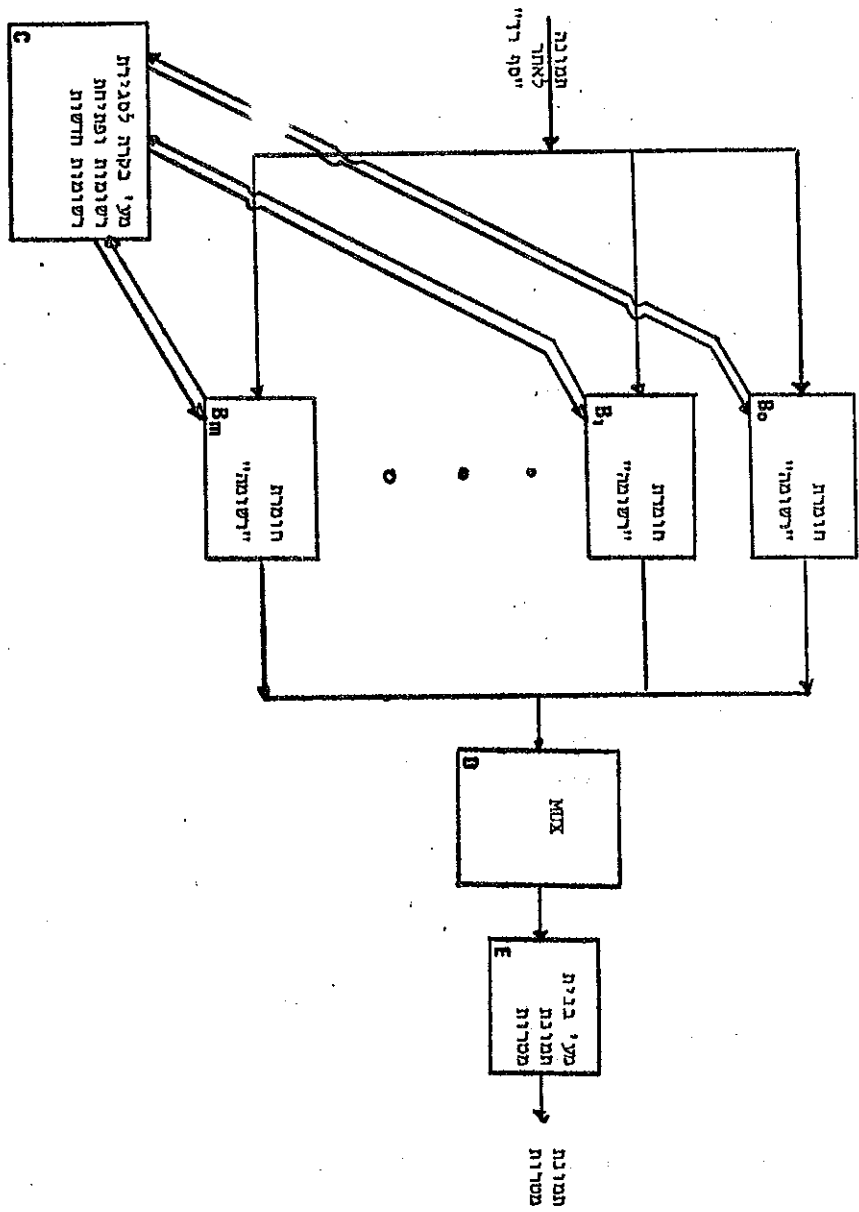
כיוון שהמימוש הטורי דורש כח חישובי רב ניתן לגשת למימוש אלגוריתם העקיבה בגישה מקבילית את המימוש המקבילי ניתן לעשות בשלוש צורות:  
א. שימוש במעבד מקבילי לצורך פעולות השיערוך והשוואה של רשומות  
ב. חלוקת המסגרות לתת מסגרות ומימוש טורי בכל אחת מחלקי המסגרות.  
ג. חומרה מקבילית למימוש הרשומות.

אנו נתאר כאן את גישת המימוש המקבילי בחומרה של הרשומות.

בציור 6.10 מוצגת סכמת בלוקים של הצעתנו למימוש המקבילי עבור אלגוריתם העקיבה. תתי מכלולים  $B_0, B_1 \dots B_n$  הן חומרות זהות אשר כל אחת מהן מממשת "רשומה" והמכיל זיכרון לרשומה שלמה וחומרה לביצוע השיערוך של קאודינטות המטרה במסגרת הבאה. כל תתי המכלולים  $B_0, B_1 \dots B_n$  מקבלים במקביל את ערכי ה-PIXELS שעברו "סף רך" ומבצעים בדיקת התאמתם לרשומה.

כל חומרות ה"רשומה" מחוברות למערכת בקרה השולטת על פתיחת רשומות וסגירתן (עקב זהות בין רשומות או רשומות המכילות PIXEL בודד בלבד). לצורך הפשטות מערכת הבקרה מגדירה שתי רשומות כזהות אם סכום ה-PIXELS בשתי הרשומות שווה וכן שיערוך קואורידנטות המטרה שווה.

תפוקת תתי המכלולים B נמסרת לבורר. האינפורמציה הנמסרת לבורר היא החלטה על מטרה וקואורידנטות המטרה. תת מכלול E מקבל את תפוקת הבורר ובונה מאינפורמציה הנ"ל תמונת מטרה.



ציור 6.10: דיאגרמת בלוקים של תימט מקבילי עבור אלגוריתם תעקיבה.  
Fig. 6.10: Block Diagram of Tracking Algorithm - TA Parallel Realization.



בציוור 6.11 מוצג פירוט חומרת ה"רשומה" וכפי שרואים היא מתרכזת סביב זיכרון הרשומה. קלימת גם יחידת קלט הקולטת את ה-PIXEL לאתר "סף רך" ומשווה אותו לקאורדינטות המשוערכות ומחלטה האם להכניסו לזיכרון הרשומה ואם לאו. יחידת הקלט נשלטת גם ע"י מערכת הבקרה המפעילה אותה (בזמן פתיחת רשומה) או מפסיקה אותה (בזמן סגירת רשומה) קלימות גם שתי תת מערכות נוספות. האחת לחישוב שיערוך קואורדינטות המטרה במסגרת הבאה והשניה לסיכום ערכי ה-PIXELS ברשומה והחלטה על מטרה. קלימים גם שני זכרונות משניים, האחד לקואורדינטות המטרה במסגרת הבאה והשני לסיכום ערכי ה-PIXELS ברשומה. תפוקתם של שתי היחידות האחרונות נמסרת למערכת הבקרה לצורך החלטה על סגירת רשומה, אם יש צורך בכך.

לסיכום ניתן לאמר שאלגוריתם העקיבה דורש יכולת חישוב רבה יותר מאלגוריתמי המנהרה אך לא במידה משמעותית. מאחורי התאורים הנ"ל מסתתרת העובדה שבאלגוריתמי המנהרה ניתן בקלות לממש את המערכת ב-PIPELINE בעוד שבאלגוריתם העקיבה במימוש הטורי הדבר אינו ניתן. הצענו לכן גם דרך למימוש מקבילי של אלגוריתם העקיבה.

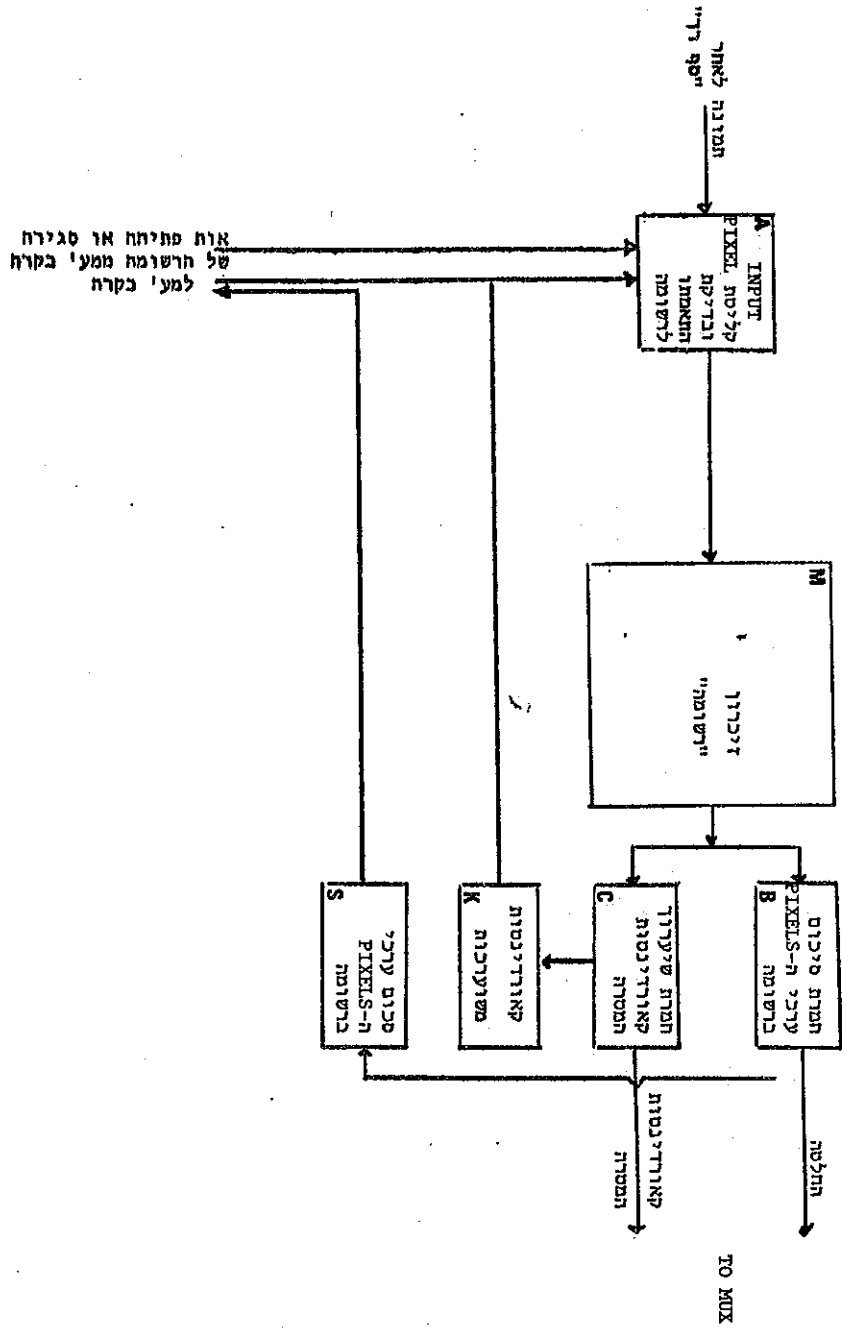


Fig. 6.11: Block Diagram of "Record" Hardware.

צילון 6.11: דיאגרמת בלוקים של חומרת "רשת".

פרק 7 סיכום ומסקנות

בפרק זה מוצגים בקצרה סיכום העבודה והמסקנות העיקריות הנובעות ממנה.

מטרת העבודה היא להציע ולבחון שיטות לגילוי ועקיבה אחר מטרה נקודתית באות וידאו על רקע אופק בין שמים לים.

המחקר עסק בפיתוח אלגוריתמים תלת מימדיים לשיפור בצועי מעבדים תוך תמונתיים.

במסגרת מחקר זה הרחבנו את טרנספורם "Hough" לגילוי ישר בתמונה, למקרה התלת מימדי והשתמשנו בהרחבה זו לגילוי מסלול מטרה לאורך מספר מסגרות.

המגבלה העיקרית בטרנספורם "Hough" התלת מימדי היא דרישות המימוש (זיכרון בגודל של כ- $1 \times 10^6$  bit, כ- $0.6 \times 10^6$  פעולות כפל וכ- $0.27 \times 10^6$  פעולות חיבור לתמונת מקור בגול  $256 \times 256$  נקודות).

כדי לצמצם מגבלה זו הצענו שני אלגוריתמים המהווים מקרים פרטיים של טרנספורם "Hough" התלת מימדי אלגוריתם המנהרה ואלגוריתם העקיבה.

אלגוריתם המנהרה הוא הנוח למימוש מבין שני האלגוריתמים וניתן בעזרתו להקטין את הסתברות התראות השוא בכשני סדרי גודל עבור הסתברות גילוי נתונה לעומת עיבוד תוך תמונת.

שיפור זה בביצועים המושג ע"י אלגוריתם המנהרה בא על חשבון הקטנת רזולוציית שיערוך מקום המטרה. לדוגמא, עבור מנהרה בעלת שטח חתך רוחב של  $T_{cs} = 5 \times 5$ , הרזולוצייה קטנה עד כדי 3.5 PIXELS. זאת לעומת 0.5 PIXELS בעיבוד התוך תמונתי. מגרעת נוספת שאינה קיימת בעיבוד התוך תמונתי הינה תופעת ריבוי המטרות הנובעת מתנועת המטרה.

אלגוריתם המנהרה הוא פשוט יותר למימוש לעומת מימוש הישיר של טרנספורם "Hough" התלת מימדי (נידרשים רק זיכרון בגודל כל כ- $85 \times 10^3$  bit וכ- $84 \times 10^3$  פעולות חיבור)

מגבלה נוספת, אך עקרונית, המונעת השגת הסתברויות התראות שוא נמוכות מאד, עבור הסתברות גילוי נתונה בעזרת אלגוריתם המנהרה, היא אי היכולת לשפר את ביצועי האלגוריתם ע"י הגדלת עומק המנהרה מעבר לערך אופטימלי מסוים, דבר זה נובע מתנועת המטרה (לדוגמא, 8 מסגרות עבור מהירות מטרה של  $H_V=1$ ).

במסגרת המחקר פותח מודל הסתברותי לסדרה המייצגת את הסגנל בתוך מנהרה עם סף קשיח והצגנו גם דרך לפשט את המודל מבחינת מספר הפרמטרים. מודל זה מקנה למשתמש באלגוריתם המנהרה עם סף קשיח את היכולת לבחון את ביצועי האלגוריתם, עבור פרמטרים שונים של הסיגנל או המטרה, ללא הצורך בבצוע סמולציות רבות ומייגעות.

אלגוריתם העקיבה הוא הקרוב יותר לטרנספורם "Huogh" התלת מימדי כיוון שניתן בעזרתו לגלות מטרות נעות כמעט באותה יעילות כמו מטרות נייחות.

אלגוריתם העקיבה משפר את ביצועי אלגוריתם המנהרה בסדר גודל נוסף, כאשר הפעם ניתן להמשיך ולשפר את ביצועיו ע"י הגדלת מספר המסגרות עליהן פועל האלגוריתם.

כמו כן, אלגוריתם העקיבה אינו מקטין את רזולוציית שיערוך מקום המטרה לעומת העיבוד התוך תמונתי ומשאיר אותו בגודל של 0.5 PIXEL.

לצורך מימוש אלגוריתם העקיבה יש צורך בזיכרון בגודל של כ-16K bit, בכ- $0.3 \times 10^6$  פעולות חיבור ובכ-8200 פעולות כפל.

המגרעת העיקרית של אלגוריתם העקיבה היא נחיתות ביצועיו לעומת אלגוריתם דוקא עבור הסתברויות גילוי גבוהות מאד ( $P_D \geq 0.99$ )

דוגמא מספרית לביצועי העיבודים השונים ניתן להציג מתוך הניסויים שבצענו על האות ברשותנו. עבור מטרה בעוצמה של  $T_A=6$  והסתברות גילוי של  $PD=0.98$  העיבוד התוך תמונתי משיג  $PFA=10^{-2}$ , אלגוריתם המנהרה משיג  $PFA=10^{-4}$  ואלגוריתם העקיבה משיג  $PFA=10^{-5}$ .

ניתן כנראה להשיג ביצועים טובים יותר, ע"י מעבד שיפעל על מרחב האות התלת מימדי ללא עיבוד מוקדם בתוך התמונה. אך יש למצוא מעבד כזה שטיבוכיות המימוש שלו לא תעלה בצורה משמעותית על אלו של האלגוריתמים שהצענו.

כמו כן, ניתן לבדוק בעבודת המשך את הביצועים של המימוש הישר של טרנספורם "Hough" התלת מימדי ובעזרת תוצאות אלו להעריך עד כמה מתקרבים עליו ביצועי האלגוריתמים שהצענו.

נספח א הגדרות בתהליכים סטוכסטיים

נספח זה בא לשכם מספר נושאים בתהליכים סטוכסטיים הדרושים לעיון בעבודת

המחקר. נספח זה מבוסס על ספרו של ERHAN CINLAR "INTRODUCTION TO STOCHCTIC PROCESSES"

1.א הגדרת תהליך ברנולי

יהיו  $\Omega$  מרחב מדגם ו  $P$  מידת הסתברות על  $\Omega$ . נניח  $\{L_i; i=1,2,\dots\}$  סדרה של מספרים אקראיים (מ"א) המוגדרים על  $\Omega$  והמקבלים רק ערכים "0" או "1" אזי התהליך הסטוכסטי  $\{L_i; i=1,2,\dots\}$  נקרא תהליך ברנולי עם הסתברות הצלחה  $p$  בתנאים הבאים:

א.  $L_1, L_2, L_3, \dots$  ב"ח (בלתי תלויים) (1.א)

ב.  $p_r\{L_i=1\}=p, p_r\{L_i=0\}=q$   $p+q=1$

2.א הגדרת תהליך מרקובי מסדר ראשון

$\Omega$  - מרחב מדגם

$\rho$  - מידת ההסתברות על  $\Omega$

$X = \{X_m; m \in \mathbb{N}\}$  תהליך אקראי עם מרחב מצבים  $E$  בר מניה כלומר עבור כל  $n \in \mathbb{N} = \{0,1,\dots\}$  ועבור כל  $w \in \Omega$  הוא אלמנט של המרחב  $E$  בר המניה.

ניתן לומר שהתהליך הוא במצב  $j$  בזמן  $n$  כאשר  $X_n = j$  ואזי  $X_n$  הוא מצב של תהליך  $X$  בזמן  $n$  והמרחב  $E$  נקרא מרחב המצבים של התהליך  $X$ .

(2.א) הגדרה:

תהליך אקראי  $X = \{X_m; m \in \mathbb{N}\}$  נקרא "שרשרת מרקובית" בתנאי שיתקיים

$$P\{X_{m+1}=j | X_0, X_1, \dots, X_m\} = P\{X_{m+1}=j | X_m\}$$

עבור

$$j \in E \quad ! \quad m \in \mathbb{N}$$

$P\{X_{m+1}=j | X_m=i\} \triangleq P(i,j) \quad i,j \in E$  (3.א) סימון:

נניח כי  $p(i,j)$  ב"ת ב-n. הסתברות המעבר  $P(i,j) \triangleq$   
האי תלות ב-n מוגדויות כהומוגניות בזמן (Time homogeneous)

(4.א) סימון:

$$P = \begin{bmatrix} P(0,0) & P(0,1) & P(0,2) & \dots \\ P(1,0) & \dots & \dots & \dots \\ P(2,0) & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

(5.א) סימונים:

אם  $M(i,j)$  מספרים ממשים עבור כל  $i,j$  בקבוצה בת מניה  $E$  אזי  $M$  מציינת מטריצה שהאלמנטים שלה  $M(i,j)$  נסמן וקטורי עמודי ע"י אותיות אנגליות קטנות  $f,g,h..$  נסמן וקטורי שורה ע"י אותיות ליווניות קטנות  $\pi, \nu..$  כאשר  $f(i)$  וקטור עמודה  $i$  ו  $\pi(j)$  וקטור שורה  $j$  מטריצת יחידה נסמן ע"י  $I$  כאשר  $I(i,j)=1$   $i=j$   $I(i,j)=0$   $i \neq j$

וקטור עמודה שכל האלמנטים שלו הם 1 יסומן ע"י  $1$ . וקטור עמודה שכל האלמנטים שלו אפס מלבד אלמנט  $j$  יסומן ע"י  $1_j$ . כך שמתקים  $1_j(i)=0$   $i \neq j$  ,  $1_j(i)=1$   $i=j$

אי שוויונות בין וקטורים או מטריצות מבוצע על כל האלמנטים. כך ש  $M > 0$  הכוונה היא  $M(i,j) \geq 0 \quad \forall i,j$

במטריצה  $P$  כל האלמנטים הם חיובים קטנים או שווים ל1. וסכום אלמנטים של שורה שווה ל 1.

(6.א) הגדרה:

תהא  $P$  מטריצה ריבועית אי שלילית כאשר  $P(i,j)$  מוגדרים עבור כל  $i,j \in E$  אזי  $P$  תיקרא מטריצת מרקוב (MARKOV-MATRIX) מעל שדה  $E$  אם מתקים

(a) FOR ANY  $i,j \in E \quad P(i,j) \geq 0$

(b) FOR EACH  $i \in E \quad \sum_{j \in E} P(i,j) = 1$

מטריצת המעברים של מרקוב היא מטריצת מרקוב. עבור כל מטריצת מרקוב מעל מרחב  $E$  בר מניה אפשרי לבנות מרחב מדגם  $\Omega$ , מידת היסתברות  $P$  עבור כל תת קבוצה של  $\Omega$  ומ"א  $X_0, X_1, \dots$  על  $\Omega$  המקבלים ערכים על  $E$  כך ש  $X = \{X_n\}$  הוא שרשרת מרקובית שמטריצת המעבר שלו היא מטריצת מרקוב הנ"ל.

בבניה כנ"ל נהוג לקחת את  $\Omega$  כקבוצת כל הסדרות  $W = (W_0, W_1, W_2, \dots)$  כאשר  $\forall i, W_i \in E$  ולהגדיר  $X_n(W) = W_n$  אזי כל מימוש  $W$  הוא סדרת מצבים שמסתכלים עליהם בהתאם למימוש.

בניח  $X$  שרשרת מרקובית עם מטריצת המעברים  $P$  ומרחב מצבים  $E$  כאשר  $i, j, k \in E$  אזי מתוך כללי הסתברות אלמנטרים ניתן לרשום

$$P\{X_6 = j, X_7 = k \mid X_5 = i\} = P\{X_7 = k \mid X_5 = i, X_6 = j\} \times P\{X_6 = j \mid X_5 = i\}$$

אך לפי הגדרה ניתן לרשום

$$P\{X_7 = k \mid X_5 = i, X_6 = j\} = P\{X_7 = k \mid X_6 = j\}$$

ובגלל Time homogeneity

$$P\{X_7 = k \mid X_6 = j\} = P(j, k)$$

$$P\{X_6 = j \mid X_5 = i\} = P(i, j)$$

$$P\{X_6 = j, X_7 = k \mid X_5 = i\} = P(i, j) \times P(j, k)$$

לכן

ובדרך הנ"ל ע"י אינדוקציה ניתן להוכיח את המשפט הבא:

(7.א) משפט:

$$m, m \in \mathbb{N} \quad m \geq 1 \quad i_0, i_1, \dots, i_m \in E$$

עבור כל

$$P\{X_{m+1} = i_1, \dots, X_{m+m} = i_m \mid X_m = i_0\} = P(i_0, i_1) P(i_1, i_2) \dots P(i_{m-1}, i_m)$$



אם נקח  $m=0$

(8.א) תוצאה:

נביח  $\pi$  פילוג ההסתברות על  $E$  ונביח

$$P\{X_0 = i\} = \pi(i) \quad \forall i \in E$$

$$i_0, i_1, \dots, i_m \in E \quad | \quad m \in \mathbb{N}$$

אזי עבור כל

$$P\{X_0 = i_0, X_1 = i_1, \dots, X_m = i_m\} = \pi(i_0) P(i_0, i_1) P(i_1, i_2) \dots P(i_{m-1}, i_m)$$

תוצאה (1.6) מראה שאם הסתברויות המצבים ידועים ומטריצת המעבר ידועה אזי

ההסתברות המשותפת (Joint Dist.) של  $\{X_0, X_1, \dots, X_m\}$  ידועה עבור כל  $m$ .

כמו כן ניתן להראות כי עבור כל  $n_1, n_2, \dots, n_k \in \mathbb{N}$  התוצאה הנ"ל

מתקיימת.

ועבור  $h, i, j, k \in E$  מתוך משפט (1.5) ניתן לרשום.

$$P\{X_{m+1} = i, X_{m+2} = j, X_{m+3} = k \mid X_m = h\} = P(h, i) P(i, j) P(j, k)$$

כמו כן מהנ"ל נובע כי

$$P\{X_{m+3} = k \mid X_m = h\} = \sum_{i \in E} [P(h, i) \sum_{j \in E} [P(i, j) P(j, k)]]$$

$$\sum_{j \in E} P(i, j) P(j, k) = P^2(i, k)$$

כמו כן ניתן לראות כי

כיוון שזהו מעבר בשני צעדים.

$$P\{X_{m+3} = k \mid X_m = h\} = \sum_{i \in E} P(h, i) P^2(i, k)$$

לכן

$$\sum_{i \in E} P(h, i) P^2(i, k) = P^3(h, k)$$

ושוב מאותה סיבה כנ"ל

$$P\{X_{m+3} = k \mid X_m = h\} = P^3(h, k)$$

לכן

(9.א) תוצאה

עבור כל  $m \in \mathbb{N}$  ועבור כל  $i, j \in E$  ו  $n$

$$P\{X_{n+m} = j \mid X_n = i\} = P^n(i, j)$$

$P^0 = I$

ובאופן פרטי עבור  $m=0$

$$P^{m+m} = P^m \cdot P^m$$

בצורה כללית ניתן לרשום

$$P^{m+m}(i, j) = \sum_{k \in E} P^m(i, k) P^m(k, j) \quad i, j \in E \quad \text{או (10.א)}$$

תוצאה 10.א נקראת Chapman Kolmogorov Equation והיא אומרת על מנת שתהליך יעבור ממצב  $i$  ל  $j$  תוך  $n+m$  צעדים הוא חייב להיות כעבור  $m$  צעדים בצעד  $k$ -כלשהו ותוך עוד  $n$  צעדים להגיע ל  $j$ .

(11.א) משפט:

נתון  $m \in \mathbb{N}$  ותהא  $Y$  פונקציה חסומה של המ"א  $X_m, X_{m+1}, X_{m+2}, \dots$   
 $E[Y/X_0, X_1, \dots, X_m] = E[Y/X_m]$  אזי

הוכחה:

מספיק להוכיח עבור מספר סופי של מצבים לדוגמא  $Y = f(X_m, X_{m+1}, \dots, X_{m+m})$   
 עבור  $m \in \mathbb{N}$  ועבור פונקציה חסומה  $m \in \mathbb{N}$  לתוך  $R$ . נוכיח בדרך האינדוקציה. עבור  $m=0$   
 $E[f(X_m)/X_0 \dots X_n] = [f(X_n)/X_n]$  נוכיח את קיום המשפט כאשר נניח קיום עבור  $Y = g(X_n \dots X_{m+n}, X_{m+m+1})$  ונוכיח שמתקיים גם עבור  $f(X_m \dots X_{m+m})$

$$E[Y/X_0 \dots X_m] = E[E[Y/X_0 \dots X_{m+m}]/X_0 \dots X_m] \quad \text{ידוע כי קים}$$

$$\begin{aligned} E[Y/X_0 \dots X_{m+m}] &= \sum_{j \in E} g(X_m \dots X_{m+m}, j) P\{X_{m+m+1} = j / X_0 \dots X_{m+m}\} \\ &= \sum_j g(X_m \dots X_{m+m}, j) P(X_{m+m}, j) \\ &= f(X_m, \dots, X_{m+m}) \end{aligned}$$

הביטוי האחרון תלוי רק ה-  $X_n \dots X_{m+n}$  תוצאות האינדוקציה נותנת.

$$\begin{aligned} E[E[Y/X_0 \dots X_{m+m}]/X_0 \dots X_m] &= E[E[Y/X_0 \dots X_{m+m}]/X_m] \\ &= E[Y/X_m] \end{aligned}$$

(א, 12) תוצאה:

עבור כל  $n \in \mathbb{N}$  ופונקציה חסומה  $f$  על  $\mathbb{R} \times \dots \times \mathbb{R}$  מקבלים

$$E[f(X_m, X_{m+1}, \dots) | X_m = i] = E[f(X_0, X_1, \dots) | X_0 = i]$$

הוכחה:

מספיק להראות זאת עבור פונקציה אשר ערכיה תלויים רק על מספר סופי של

ארגומנטים באמר

$$f(a_0, \dots) = g(a_0, a_1, \dots, a_m)$$

אזי נשתמש במשפט 1.5

$$E[g(X_m, \dots, X_{m+m}) | X_m = i] = \sum_{i_1} \dots \sum_{i_m} g(i, i_1, \dots, i_m) P(i, i_1) \dots P(i_{m-1}, i_m)$$

אשר זה גם ביטוי ל  $E[g(X_0, X_1, \dots, X_m) | X_0 = i]$

נספח ב שיערוך מקום המטרה

בנספח זה נתאר את דרך השיערוך של קוארדינטות המטרה במסגרת הבאה ע"ס קוארדינטות ה-PIXELS ברשומה.

ההנחה הבסיסית לשיערוך זה היא שהמטרה מתארת מסלול שהוא קו ישר במרחב התלת מימדי של האות.

קו ישר במרחב תלת מימדי בעל צירים  $(m, n, i)$  ניתן לתאור ע"י מערכת המשוואות

(1.ב)  $m_j = A i_j + B$

$n_j = C i_j + D$

נחפש שיערוך לפרמטרים  $A, B, C, D$  של הישר המתאים ביותר לקבוצת ה-PIXELS בתוך הרשומה מתוך  $A, B, C, D$  המשוערכים נחשב אז את הקוארדינטות של המטרה במסגרת הבאה כאשר קוארדינטה אחת ידועה לנו והיא  $i_{j+1}$ .

את השיערוך נעשה ע"י מינימזציה של השגיאה הריבועית הממוצעת (MSE) של מקום הנקודות ביחס לישר המבוקש.

(2.ב)  $MSE = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (m_j - \bar{m}_j)^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (m_j - A i_j - B)^2$

לקבלת MMSE נגזור את MSE לפי A ו B

(3.ב)  $\frac{\partial MSE}{\partial A} = -\frac{2}{N} \sum_{j=1}^N (m_j - A i_j - B) \cdot i_j$

(4.ב)  $\frac{\partial MSE}{\partial B} = -\frac{2}{N} \sum_{j=1}^N (m_j - A i_j - B)$

בשווה את הנגזרות לאפס ונקבל

(5.ב)  $\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N m_j i_j - A \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N i_j^2 - B \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N i_j = 0$

(6.ב)  $\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N m_j - A \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N i_j - B = 0$

אם נסמן

$$(7.ב) \quad \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N l_j^2 \triangleq \bar{l}^2 \quad (8.ב) \quad \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N m_j \triangleq \bar{m} \quad (9.ב) \quad \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N l_j \triangleq \bar{l}$$

אזי ניתן לכתוב את הביטויים ב.5 ו ב.6 בצורה הבאה

$$(10.ב) \quad \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N m_j l_j - A \bar{l}^2 - B \bar{l} = 0$$

$$(11.ב) \quad \bar{m} - A \bar{l} - B = 0$$

נציב את ב.11 לחוך ב.10 ונקבל

$$(12.ב) \quad \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N m_j l_j - A \bar{l}^2 - (\bar{m} - A \bar{l}) \bar{l} = 0$$

$$(13.ב) \quad \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N m_j l_j - \bar{m} \times \bar{l} = A \bar{l}^2 - A \bar{l}^2 = A \sigma_l^2$$

לבסוף מתוך ב.11 ו ב.13 נקבל

$$(14.ב) \quad \hat{A} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N m_j l_j - \bar{m} \times \bar{l}}{\sigma_l^2}$$

$$(15.ב) \quad \hat{B} = \bar{m} - \hat{A} \times \bar{l}$$

בצורה דומה נקבל

$$(16.ב) \quad \hat{C} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N m_j l_j - \bar{m} \times \bar{l}}{\sigma_l^2}$$

גם את C ו D

$$(17.ב) \quad \hat{D} = \bar{n} - \hat{C} \times \bar{l}$$

בעזרת ביטויים ב.14, ב.15, ב.16 ו ב.17 נשערך מתוך כל רשומה את  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$  ובעזרתם את  $(\hat{m}_{i+1}, \hat{n}_{i+1})$  שהם הקאורדינאט המשוערכות של המטרה המתאימה במסגרת (i+1) הבאה.

$$(18.ב) \quad \hat{m}_{i+1} = \hat{A} \times (i+1) + \hat{B}$$

$$(19.ב) \quad \hat{n}_{i+1} = \hat{C} \times (i+1) + \hat{D}$$

בטבלה ב.1 מוצג מספר החישובים (כפלים וחילוקים) הדרוש לשיערוך הקאורדינטות של המטרה במסגרת הבאה.

בלטוי (מספר)	מספר + חיבורים	מספר * כפלים
$\bar{i}$	15	1
$\bar{m}$	15	1
$\bar{n}$	15	1
$\bar{i}^2$	15	17
$\sigma_i^2 = i^2 - \bar{i}^2$	1	1
$\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N m_j i_j$	15	17
$\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N m_j i_j$	15	17
$\bar{m} \cdot \bar{i}$	-	1
$\bar{n} \cdot \bar{i}$	-	1
(94) A	1	1
(95) B	1	1
(96) C	1	1
(97) D	1	1
(98) $\hat{m}_{i+1}$	1	2
(99) $\hat{n}_{i+1}$	1	2
סה"כ	97	65

טבלה מס' 1.1 - פרוט מספר הפעולות לביצוע שיערוך מיקום המטרה, עבור רשומה באורך 16 (מלאה).

REFERENCES

- [1] Baruch Even-Or, "Statistical Non Recursive Spatial-Temporal Focal Plane Processing For Background Clutter Suppression And Target Detection", Ph.D. Thesis, Naval Postgraduate School, Monterey California.
- [2] A. Zeira, "Detection Of Point Targets In Video Signals", M.Sc. Thesis, Technion-Israel Institute Of Technology, Haifa, Israel, Sep. 1984.
- [3] A.E. Cowart & W.E. Snyder & W.H. Ruedger, "The Detection of Unresolved Targets Using The Hough Transform", Comp. Vision, Graphics and Image Processing 21, 1983, p. 222-238.
- [4] J.W. Tukey, "Exploratory Data Analysis", Addison Wesley, Reading Mass, 1977.
- [5] H.A. David, "Order Statistics", Wiley, New-York, 1970.
- [6] N.C. Gallagher and G.L. Wise, "A Theoretical Analysis of The Properties of Median Filters", IEEE Transaction on Acoustics, Speech and Signal Processing, Vol. ASSP-29, October 1981.
- [7] B.I. Justusson, "Median Filtering Statistical Properties", Topics in Applied Physics, Two-Dimensional Digital Signal Processing", Springer-Verlag Berlin Hiedelberg, 1981.
- [8] Roland T. Chin and Chia-Lung Yeh, "Quantitative Evaluation of Some Edge-Preserving Noise-Smoothing Techniques", Computer Vision Graphics and Image Processing 23, 1983.
- [9] Yong, H. Lee and Saleem A. Kassan, "Some Generalization of Median Filters", ICASSP-83, Boston, pp. 411.
- [10] E. Ataman, V.K. Aartre, and K.M. Wong, "A Fast Method for Real Time Median Filtering", IEEE Transaction on Acoustics, Speech and Signal Processing, Vol. ASSP-28, August 1980.



- [11] T.A. Nodes & N.C. Gallagher, "Image Convergence Under Two Dimensional Separable Median Filtering", ICASSP-83, Boston, pp. 407.
- [12] Patrenahalli M. Narendra, "A Separable Median Filter for Image Noise Smoothing", IEEE Transaction PAMI-3, No. 1, Jan. 1981, pp. 20.
- [13] F. Kulman and G.L. Wise, "On Spectral Characteristics of Median Filtered Independent Data", IEEE Transaction on Communication Vol. COM-29, Sep. 1981.
- [14] B. Justusson, "Order Statistics On Stationary Random Processes With Application To Moving Medians", Tech. Rpt. TRITA-MAT-1, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 1979.
- [15] T.A. Nodes and N.C. Gallagher, "Median Filters: Some Modification and Their Properties", IEEE Transaction Acoustics, Speech and Signal Processing, ASSP-30, No. 5, Oct. 1982, pp. 739.
- [16] Erhan Cinlar, "Introduction To Stochastic Processes", Prantice Hall 1975.
- [17] Charles L. Weber, "Elements of Detection and Signal Design", McGraw Hill 1968.
- [18] P.V.C. Hough, "Method and Mean for Recognizing Complex Patterns", U.S. Patent 3 069654 Dec. 18, 1962.
- [19] R.O. Duda and P.E. Hart, "Use of The Hough Transformation To Detect Lines and Curves In Pictures", Comm. Ass. Comput. Mach. Vol. 15, pp. 11-15, Jan. 1972.
- [20] J. Sklansky, "On The Hough Technique For Curve Detection", IEEE Trans. Comput, C-27, 1978, pp. 923-926.

- [21] S.R. Deans, "Hough Transform From The Radon Transform"  
IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. PAMI-3, 1981, 185-18 .
- [22] D. Ludvig, "The Radon Transform on Euclidian Space", Comm.  
On Pure and Appl. Math. Vol. 19, pp. 49-81, Feb. 1966.
- [23] D. Shapiro "Transformation For The Computer detection Of  
Curves In Noisy Pictures", Computer Graphics and Image  
Proc. 4, 1975, pp. 328-338.
- [24] D. Shapiro, "Properties Of Transforms For The Detection Of  
Curves In Noisy Pictures", Computer Graphics and Image Proc.  
8, 1978, pp. 219-236.

DETECTION AND TRACKING OF A POINT TARGET IN VIDEO SIGNALS

RESERCH THESIS

SUBMITES IN PARTIAL FULFILMENT OF THE REQUIREMENTS

FOR THE DEFREE OF MASTER OF SCIENCE

IN

ELECTRICAL ENGINEERING

BY

CARMI ILAN

SUBMITTED TO THE SENATE OF THE TECHNION - ISRAEL INSTITUTE OF TECHNOLOGY

DECEMBER 1984

HAIFA

TISHRY 5745

This research was carried out in the Signal Processing  
Laboratory of the Faculty of Electrical Engineering  
under the supervision of prof. DAVID MALAH.

I am greatly Indebted to prof. DAVID MALAH  
for his valuable guidance, involvment and  
devoted Supervision at all stages of this work.

I am also grateful to the laboratory engineer  
Mr. YORAM OR-CHEHN for his help and involvment,  
To Miss ZIPPY PORTNOY for her help and Contribution  
to the Correct activity of the laboratory.

I am thankful to the Ministry of Defense for  
the initiation and finacing of this reserch.

ABSTRACT

In this research the performance of a three dimensional signal processor which operates in a passive system for the detection of point targets in a sea-sky horizon background, was examined. The passive system for the detection of point targets at issue is based on a sensor array which scans the horizon and on a signal processor which operates on the produced signal.

The background in which the target is located is the source of the masking noise known as clutter. Other sources of noise are the detectors and the electronic circuits.

The two dimensional signal which is produced by the sensor array (if a target does not exist this signal is called the disturbance signal) is arranged in consecutive frames in time (pictures). The signal arranged this way is a three dimensional (3-D) signal.

The dominant component of the disturbance signal is the clutter. This signal is not uniform in its statistical features. This signal nonuniformity derives from the fact that the scanned background includes areas which differ in their characteristics, for example: sea, sky and boundary areas.

Three dimensional signal processors are not widespread because of the large memory needed and the large amount of computation which is needed for implementing 3-D algorithms, in this research we will propose three dimensional signal processing algorithms which need a relatively low number of computations and a small memory.

The treatment of detection and tracking is divided into two levels: in the first level every frame is processed separately in order to suppress the clutter. The processor chosen for this purpose is the MSS (median Smoothing and Subtraction) filter which filters (Median filtering) the input signal and subtracts the smoothed signal from the original signal. This level of processing is called pre-processing or intraframe processing.

In the second level the detection and tracking of the target is performed according to the information in consecutive frames.

The general approach for detecting a linear path of a target is to try to match a cylinder in the three dimensional signal space to the target path, taking into account that the most appropriate cylinder is the one which contains the maximal sum of pixel values.

In this research the well known "Hough" transform (which is a two dimensional transform) has been extended to the three dimensional case. This three dimensional "Hough" transform realizes the general approach described above.

In order to reduce the amount of computation necessary using the 3-D "Hough" transform, two simplified algorithms were developed: the "Tunnel algorithm" and a "Tracking algorithm".

The "Tunnel algorithms" are a particular case of the particular case of the general 3-D approach. According to these algorithms, the cylinders (which are called "tunnels") are perpendicular to the frame plane. This property limits the cylinder length (in the time axis) because the target path may not be perpendicular to the frame plane as a result of the target motion.

The "Tracking algorithms" which does realize nonperpendicular cylinders, provides a better approximation to the general 3-D approach. These algorithms are adaptive to the signal.

In this research a statistical model for representing the signal to be processed by one of the tunnel algorithms was developed.

The various algorithms were examined analytically and in simulation on real data. The criterion for comparison was the characteristics of the probability of detection vs. probability of false alarm.

The results obtained for both the "tunnel algorithm" and the "tracking algorithm" show a significant improvement, relative to results obtained using intraframe processing only. This improvement was achieved because of the additional information that exists in the consistent appearance of the target in consecutive frames.

The main conclusions which were obtained by comparing the algorithms performance are as follows:

- A) The "tunnel algorithms" reduce the probability of false alarm (PFA) down to  $PFA=10^{-4}$  for a probability of detection (PD) of  $PD=0.98$ . This is in comparison with  $PFA=10^{-2}$  at  $PD=0.98$ , if intraframe processing is used (for target amplitudes of G gray levels).
- B) The "tunnel algorithm" is the simplest to realize among the three dimensional algorithms which were examined in this research.
- C) The "tunnel algorithm" has the important disadvantage of being inaccurate in estimating target position and has low resolution, 2.115 pixels (for a  $3 \times 3$  pixels tunnel cross section) compared with 0.5 pixels for intraframe processing or if the "tracking algorithm" is used.
- D) Increasing tunnel length beyond a specific length (that depends on the target velocity) will not improve the tunnel algorithm results, for example, a target velocity of one pixel per frame limits the usable tunnel length to 8 (frames).
- E) The "tracking algorithm" is more complex and difficult to realize, but with this algorithm it is possible to obtain better results by increasing the number of frames that the algorithm operates upon. For example, if the tracking algorithm operates on twelve frames, it gives a probability of false alarm of  $AFA=10^{-5}$  for a probability of detection of  $PD=0.98$ , and by increasing the number of frames to thirteen the probability of detection is improved to  $PD=0.99$  for the same probability of false alarm.

CONTENTS

ABSTRACT

GLOSSARY

CHAPTER 1: INTRODUCTION

CHAPTER 2: BACGGROUND SIGNAL AND TARGET CHARACTERISTIC

- 2.1 Temporal and Statistical properties of background Signal
- 2.2 Clutter Power Spectrum
- 2.3 Target Definition

CHAPTER 3: SPATIAL SIGNAL PROCESSING

- 3.1 Definition of the N-order MSS processor
- 3.2 Evaluation of the 1-st order MSS processor
- 3.3 Special properties of the MSS<sub>1</sub> processor output signal

CHAPTER 4: TEMPORAL SIGNAL PROCESSING

- 4.1 Introduction
- 4.2 Using the "Hough" Transform for Detecting a straight line in a picture
- 4.3 Using the "Hough" Transform for Detecting a straight line in 3-D Space.
- 4.4 Realization Complexity Evaluation of the 3-D "Hough" Transform.
  - 4.4.1 3-D "Hough" Transform of the Signal following hard Thresholding
  - 4.4.2 3-D "Hough" Transform of the Signal following Soft Thresholding
  - 4.4.3 Comparisom of soft and hard Thresholding in 3-D "Hough" Transform.
- 4.5 Simplified Methods for approximating the 3-D "Huogh" Transform



CHAPTER 5: THE "TUNNEL ALGORITHM"

5.1 Hard Threshold Tunnel Algorithm - HTTA

5.1.1 Algorithm Description

5.1.2 Bernnoui Model of the Signal

5.1.3 Markov Model with First ordes Signal Dependency

5.1.4 Markov Model with Second Order Signal Dependency

5.1.4 Mardov Models with high Order Signal Dependency

5.1.5.1 Markov Model with N-th order Signal Dependency

5.1.5.2 Markov Model with Forth order Signal Dependency

5.1.5.3 Simplified Markov Model with Forth order  
Signal Dependency

5.1.5.4 Use of Markov Model for The Computation of PD

5.1.6 Maximum - Likeligood - Ratio Decision Law

5.2 Soft Threshold Tunnel Algorifm - STTA

5.2.1 Algorithm Description

5.2.2 Soft Threshold tunnel Algorithm Variations

5.3 Realization complexity Evaluation of the Tummel Algorithms

5.3.1 Hard threshold Tunnel Algorithm

5.3.2 Soft Threshold Tunnel Algorithm

5.3.3 Comparison of Soft and Hard Thresholding in Tunnel Algorithms

CHAPTER 6: THE "TRACKING ALGORITHM"

6.1 Algorithm Description

6.2 Soft Threshold Tracking Algorithm

6.3 Realization Complexity Evaluation of the Tracking Algorithm

CHAPTER 7: SUMMARY AND CONCLUSIONS

APPENDIX A: Stochastic processes

APPENDIX B: Target Position prediction

REFERENCES

CHAPTER 5: THE "TUNNEL ALGORITHM"

5.1 Hard Threshold Tunnel Algorithm - HTTA

5.1.1 Algorithm Description

5.1.2 Bernnoui Model of the Signal

5.1.3 Markov Model with First ordes Signal Dependency

5.1.4 Markov Model with Second Order Signal Dependency

5.1.4 Mardov Models with high Order Signal Dependency

5.1.5.1 Markov Model with N-th order Signal Dependency

5.1.5.2 Markov Model with Forth order Signal Dependency

5.1.5.3 Simplified Markov Model with Forth order  
Signal Dependency

5.1.5.4 Use of Markov Model for The Computation of PD

5.1.6 Maximum - Likeligood - Ratio Decision Law

5.2 Soft Threshold Tunnel Algorifm - STTA

5.2.1 Algorithm Description

5.2.2 Soft Threshold tunnel Algorithm Variations

5.3 Realization complexity Evaluation of the Tummel Algorithms

5.3.1 Hard threshold Tunnel Algorithm

5.3.2 Soft Threshold Tunnel Algorithm

5.3.3 Comparison of Soft and Hard Thresholding in Tunnel Algorithms

CHAPTER 6: THE "TRACKING ALGORITHM"

6.1 Algorithm Description

6.2 Soft Threshold Tracking Algorithm

6.3 Realization Complexity Evaluation of the Tracking Algorithm

CHAPTER 7: SUMMARY AND CONCLUSIONS

APPENDIX A: Stochastic processes

APPENDIX B: Target Position prediction

REFERENCES