



הטכניון – מכון טכנולוגי לישראל  
Technion – Israel Institute of Technology

**ספריות הטכניון**  
*The Technion Libraries*

**בית הספר ללימודי מוסמכים ע"ש ארווין וג'ואן ג'ייקובס**  
*Irwin and Joan Jacobs Graduate School*

©

**All rights reserved**

*This work, in whole or in part, may not be copied (in any media), printed, translated, stored in a retrieval system, transmitted via the internet or other electronic means, except for "fair use" of brief quotations for academic instruction, criticism, or research purposes only.  
Commercial use of this material is completely prohibited.*

©

**כל הזכויות שמורות**

*אין להעתיק (במדיה כלשהי), להדפיס, לתרגם, לאחסן במאגר מידע, להפיץ באינטרנט, חיבור זה או כל חלק ממנו, למעט "שימוש הוגן" בקטעים קצרים מן החיבור למטרות לימוד, הוראה, ביקורת או מחקר. שימוש מסחרי בחומר הכלול בחיבור זה אסור בהחלט.*

דחיסת תמונות באמצעות מטריצות רטוט (DITHER)

חיבור על מחקר

לשם מילוי חלקי של הדרישות לקבלת התואר

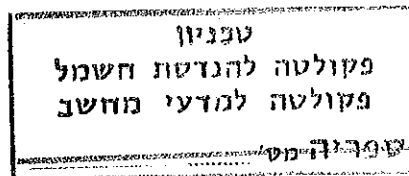
מגיסטר למדעים

בהנדסת חשמל

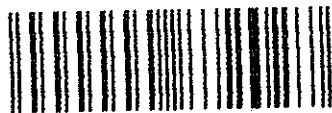
מאת

ישראל אבי

46 920



2052848



000000872027

8.1.89

הוגש לסנט הטכניון - מכון טכנולוגי לישראל

1987 ספטמבר

חיפה

אלול חשמ"ז

המחקר נעשה בהנחיית פרופסור דוד מלאך בפקולטה להנדסת חשמל

תודתי בתונה לפרופסור דוד מלאך על הנחייתו ותרומתו למהלך  
עבודת המחקר ולמהלך לימודי לתואר שני.

תודתי בתונה לאנשי צוות המעבדה לעיבוד אותות - יורם אור-חן,  
נימרוד פלג ותודה מיוחדת לזיוה אבני, על עזרתם במהלך העבודה.

אני מודה לקרן גוטווירט על התמיכה הכספית הנדיבה בהשתלמותי.

**עמוד****תוכן העניינים**

1	תקציר
3	רשימת סמלים וקיצורים
5	<b>פרק 1 - מבוא</b>
7	<b>פרק 2 - שיטת הדיטר</b>
7	2.1 מבוא לתמונות halftone
11	2.2 שיטת הדיטר המסודר ושחזור רמות האפור
11	2.2.1 שיטת הדיטר המסודר
14	2.2.2 שחזור מתמונת הדיטר
16	2.2.3 קוונטיזציה אדפטיבית לשיטת הדיטר
20	<b>פרק 3 - קוונטיזציה אדפטיבית לשיטת הדיטר ללא אינפורמצית צד</b>
20	3.1 אדפטיביות אחורית לשיטת הדיטר
28	3.2 שיערוך התחום הדינמי ממספר בלוקים סמוכים
31	<b>פרק 4 - שיפור איכות התמונה על ידי פרוק למרכיבי תדר וקידודם</b>
31	4.1 שיטות לפרוק התמונה לכמה מרכיבים וקידודם
35	4.2 קידוד דיטר לתדרים הנמוכים וקוונטיזציה גסה לגבוהים
36	4.3 קוונטיזציה של אות השארית והתדרים הגבוהים
41	<b>פרק 5 - דחיסת תמונת הדיטר</b>
41	5.1 גישות לדחיסת הפיקטלים של תמונת הדיטר
47	5.2 דחיסת בלוקי הדיטר
47	5.2.1 קידוד באורך קבוע עם עוות
54	5.2.2 חיפוש מילון בלוקים אופטימלי בשיטה איטרטיבית
62	5.2.3 קידוד באורך משתנה ללא עוות
68	5.2.4 קידוד על פי בלוק קודם
72	5.3 סיכום לפרק 5
74	<b>פרק 6 - דחיסת בלוקי הדיטר עבור הסכמות האדפטיביות</b>
74	6.1 קידוד באורך קבוע עם עוות
82	6.2 קידוד באורך משתנה ללא עוות

	<b>פרק 7 - מודל לחישוב אנטרופית הבלוקים המתקבלים בשיטת הדיטר</b>
<b>86</b>	<b>עם אדפטציה</b>
86	7.1 תיאור המודל ונוסחאות האנטרופיה
88	7.2 אנטרופית הבלוקים במודל כפונקציה של השונות
90	7.3 השוואת תוצאות המודל לתוצאות המתקבלות מתמונות
<b>95</b>	<b>פרק 8 - טכום מסקנות וכווננים להמשך המחקר</b>
	<b>נספח א - נוסחאות לחישוב שגיאת השחזור ולחישוב ההסתברויות</b>
97	האמפיריות
97	1.א מדדים להערכת טיב השחזור
97	2.א חישוב ההסתברויות האמפיריות של בלוקי הדיטר
98	נספח ב - שיטה לקידוד הבלוקים על ידי צופן באורך משתנה
100	נספח ג - נספח לפרק 7
101	נספח ד - קובץ תמונות הסימולציה
110	רשימת מקורות
I	תקציר באנגלית

## ת ק צ י ר

עבודה זו עוסקת בדחיסת תמונות המתקבלות תוך שימוש במטריצות ריטוט - תמונות דיטר.

תמונות דיטר הינן תמונות בעלות שתי רמות אפור שיוצרות לעין רושם של ריבוי רמות. תמונת הדיטר הבינרית מתקבלת מתמונת המקור על ידי השוואה לספים המשתנים בהתאם לקואורדינטות המרחביות. קיימות מספר שיטות שבאמצעותן ניתן לשחזר באופן חלקי את רמות האפור מתוך תמונת הדיטר הבינרית. כמו כן קיימת שיטת דיטר המבצעת אדפטציה של הספים לתחום הדינמי של רמות האפור ומשפרת בכך את איכות התמונות המשוחזרות. בשיטה זו יש להעביר גם אינפורמציה צד של  $0.25 \text{ bit/pel}$  לגבי התחום הדינמי בנוסף לאינפורמציה הבינרית ( $1 \text{ bit/pel}$ ) של תמונת הדיטר.

בעבודה זו מוצעת שיטת אדפטציה של התחום הדינמי שאינה דורשת אינפורמציה צד. בשיטה זו האדפטציה מבוצעת על סמך האינפורמציה הבינרית בלבד והינה על פי עקרון של אדפטציה אחורית (Backward Adaptation). נבדקו מספר גירסאות של השיטה המוצעת והן נתנו תמונות משוחזרות באיכות טובה. בשיטת האדפטציה האחורית נחסכה אינפורמציה הצד ( $0.25 \text{ bit/pel}$ ) ביחס לשיטה האדפטיבית הקודמת. עם זאת איכות התמונות המשוחזרות טובה הרבה יותר מאשר איכות התמונות המתקבלות בשחזור ללא אדפטציה מתמונות דיטר רגילות, באותו קצב אינפורמציה.

על מנת לשפר עוד יותר את איכות התמונות המשוחזרות נבדקה שיטה המפרקת את תמונת המקור לתדרים המרחביים-הגבוהים והנמוכים. שיטת הדיטר האדפטיבית המוצעת שימשה לקידוד התדרים המרחביים הנמוכים. איכות התמונות שהתקבלו בשיטה זו הייתה טובה מאוד וכמות האינפורמציה לתמונה לא גדלה ביחס לשיטות הקודמות -  $1 \text{ bit/pel}$  לכל היותר.

בהמשך העבודה מוצעות ונבדקות מספר שיטות לדחיסת בלוקי הדיטר הבינריים של תמונת הדיטר. עבור דחיסת בלוקי הדיטר באמצעות קוד באורך קבוע עם עונת נבדקו מספר מידות מרחק ומספר גדלי מילון. כמו כן נבדק אלגוריתם איטרטיבי לחיפוש מילון אופטימלי, האלגוריתם מבוסס על אלגוריתם ה-LBG שהוצע עבור קוונטיזציה וקטורית (VQ). בשיטת דחיסה זו ניתן לקבל יחסי דחיסה של 1:3 עבור תמונות דיטר רגילות ו-1:2 עבור השיטות האדפטיביות, וזאת ללא פגיעה נוספת ניכרת באיכות.

עבור שיטת דחיסת בלוקי הדיטר באמצעות קוד באורך משתנה וללא עונת נבדקו מספר שיטות שנתנו יחסי דחיסה של כ-1:4 עבור תמונות דיטר רגילות ושל 1:1.8 ו-1:2.5 עבור תמונות דיטר עם השיטות האדפטיביות הקדמית והאחורית בהתאמה.

מתוצאות הדחיסה הובחן כי כאשר משתמשים באדפטציה לתהליך הדיטר גדלה כמות האינפורמציה הדרושה לקידוד בלוקי הדיטר בהשוואה לתהליך הדיטר הרגיל.

בכדי להעריך את כמות האינפורמציה הדרושה לקידוד בלוקי הדיטר במקרים  
הכוללים אדפטציה מוצע מודל תמונה ומבוצע ניתוח למודל. תוצאות ניתוח  
המודל נתנו התאמה טובה לתוצאות המתקבלות מתמונות אמת.

רשימת סמלים וקיצורים

- קבוצת בלוקים, פיקסלים בינריים	$A_{ij}, A$
- טבלת אדפטציה	$AT$
- התמונה הבינרית תוצאת תהליך הדיטר, בלוק בינרי	$B, \underline{B}$
- אוסף כל הבלוקים הבינריים $B$	$\underline{B}$
- פיקסל ב- $\underline{B}$ או ב $B$	$b_{ij}$
- פיקסל ב- $B$	$b^k$
- קבוע לפרישת הספים	$C$
- אופרטור הספירה	$c(\cdot)$
- מספר הבלוקים השונים בתמונה	$C_D$
- מספר הזוגות השונים של בלוקים עוקבים בתמונה	$C_D^M$
- מטריצת סידור הספים	$D$
- מטריצת ספים עם סידור $D$ וספים המוגדרים ע"י $T$	$D_T$
- עוות ממוצע של קוונטייזר $q$	$D(q)$
- מרחק בין שני בלוקים בינריים	$d(\cdot, \cdot)$
- תוחלת	$E[\cdot]$
- פונקציית צפיפות ההסתברות, פונקציית ההסתברות המצטברת	$F, f$
- התמרת $z$ דו מימדית לתגובת ההלם של מסנן	$H(Z_1, Z_2)$
- איברי המסנן	$h(n)$
- אנטרופיה אמפירית לבלוק, לפיקסל	$H, H_B$
- אנטרופיה מקרובית אמפירית לבלוק, לפיקסל	$H^M, H_B^M$
- התמונה ה- $j$ -ית מתוך אוסף תמונות הלימוד והביקורת	$I_j$
- אורך קוד עבור בלוק	$L(\cdot)$
- שיערוך המינימום והמקסימום של התחום הדינמי לבלוק ה- $k$ -י	$M_1(k), M_0(k)$
- הסתברות ההופעה לאלמנט	$p(\cdot)$
- הסתברות ההופעה המותנת	$p(\cdot/\cdot)$
- המצב ה- $l$ לקבוצת פיקסלים בינריים	$Q_l$
- קצב אינפורמציה	$r$
- תמונת רמות האפור, בלוק בתמונת רמות האפור	$S, \underline{S}$
- פיקסל ב- $\underline{S}$ או ב $S$	$s_{ij}$
- גבול תחתון ועליון של ערכי רמות האפור	$S_1, S_0$
- וקטור של ערכי ספי הדיטר, איבר בוקטור	$t(m), T$
- פונקציית השייכות לתחום אי הודאות	$U_{ij}(m)$
- פונקציית ההצבעה	$V_{ij}(m)$



- מרחק בין שני פיקסלים בינריים	$\delta(\cdot, \cdot)$
- גודל התחום הדינמי	$\Delta$
- סף לשיפור היחסי בעוות	$\epsilon$
- ממוצע רמות האפור בבלוק	$\mu$
- חלוקה של קבוצת בלוקים	$\pi$
- מספר הפיקסלים הבינריים שערכם 0 המתאימים לספים בעלי המספרים הסידוריים מ 1 עד n	$\sum_{i=1}^n 0$
- מספר הפיקסלים הבינריים שערכם 1 המתאימים לספים בעלי המספרים הסידוריים מ 1 עד n	$\sum_{i=1}^n 1$
- ואריאנס רמות האפור בבלוק	$\sigma^2$
- הורדת קצב הדגימה פי n בשני המימדים	$\downarrow (nxn)$
- העלאת קצב הדגימה פי n בשני המימדים	$\uparrow (nxn)$

- Linde Buzo and Gray (Algorithm)	LBG
- Mean Absolute Error	MAE
- Mean Square Error	MSE
- Root Mean Square Error	RMSE
- Side Information	SI
- Vector Quantization	VQ
- Weighted Mean Square Error	WMSE

ניתן לחלק את מכלול התמונות בהן נעסוק בעבודה זו לשתי קבוצות עיקריות: תמונות בעלות רציפות ברמות האפור - continuous tone, ותמונות בעלות שתי רמות אפור - halftone.

א. תמונות בעלות רציפות ברמות האפור הינן תמונות המכילות מספר רמות אפור ללא אפשרות הבחנה בקוונטיזציה. דוגמאות לתמונות מסוג זה: תמונות טלוויזיה. תמונה על גבי סרט צילום ותמונות סיפרתיות עם מספר רב של רמות אפור. לתמונות המיוצגות בצורה סיפרתית מספיקים על פי רב 256 רמות אפור דיסקרטיות על מנת שיתפרשו כתמונות עם גווני אפור רציפים.

ב. תמונות halftone - תמונות אלו מורכבות משתי רמות אפור: שחור ולבן. בתמונות halftone יוצרים רושם של רמות אפור על ידי שינוי במיקרו מבנה (כלומר באלמנטי התמונה או פיקסלי ה-halftone) באיזורים השונים של התמונה. שינויים אלו במיקרו מבנה משנים את עצמת ההארה הממוצעת ועל ידי כך נותנים הדמאה של רמות אפור. בתמונות halftone רצוי שפרטי המיקרו מבנה לא יראו לעין או לפחות לא יבלטו. תמונות halftone נוח להציג על גבי התקנים בעלי שתי רמות דוגמת צגי פלסמה ו LCD, הדפסות לייזר וכן מדפסות או תוינים בשיטת הזרקת דיו.

בעבודה זו לא תהיה התייחסות לתמונות מסוג line copy. תמונות אלו מורכבות מתוים (למשל אלפא נומריים), מקטעי קוים ואזורים בעלי רמת אפור יחידה. דוגמאות לתמונות מסוג זה: מפות מזג אויר, תרשימים הנדסיים ומסמכים. התמונה בעיקרה בנויה משתי רמות בלבד אך שלא כמו בתמונות halftone יוצרים רק קוים ונקודות בגודל נראה לעין.

לאחר שכמה משיטות ה-halftoning יסקרו בקצרה נראה כי לאחת השיטות - שיטת הדיטר, קיימת אפשרות של שחזור מקורב של רמות האפור מתוך התמונה הבינרית. המעבר מתמונת מקור מרובת רמות אפור לתמונה בינרית נותן אפשרות לדחיסה של האינפורמציה שבתמונת המקור.

נהוג לחלק את שיטות הדחיסה לתמונות לשני סוגים:

א. שיטות דחיסה המאפשרות עוות. בשיטות אלו קיים איבוד אינפורמציה בתהליך הקידוד והשחזור. דוגמה לשיטה כזו הוא העיקרון שתואר לעיל: מעבר לתמונה בינרית ושחזור רמות האפור. בדרך כלל מנצלות שיטות הדחיסה לתמונות המאפשרות עוות את חוסר הרגישות היחסית של העין. לדוגמה - חוסר דיוק ברמות האפור בתדרים מרחביים גבוהים.

ב. שיטת דחיסה שאינן מאפשרות עוות. בשיטות אלו אין איבוד אינפורמציה בתהליך הקידוד והשחזור (בהנחה שאין שגיאות ערוץ) והתמונה המשוחזרת זהה לתמונת המקור. בשיטות אלו מנצלים את התכונות הסטטיסטיות של התמונה על מנת להיפטר מהיתרות (redundancy) שבאינפורמציה. דוגמה לשיטה כזו היא קידוד רמות האפור באמצעות צופן Huffman.

גם עבור תמונות מרובות רמות אפור וגם עבור תמונות ה- halftone הבינריות ניתן להשתמש בשני סוגי הדחיסה שהוזכרו. אם מיישמים שיטת דחיסה ספציפית (בין אם היא משמרת אינפורמציה אם לאו) הרי שיש להתאימה לאופי התמונות בהן מטפלים. עקב אופיין השונה של התמונות מרובות רמות האפור מתמונות ה- halftone הרי שבדרך כלל שונות שיטות הדחיסה המיושמות לגבי כל אחת ממשפחות התמונות. על אף זאת ניתן למצוא שיטות דחיסה שמקורן בקידוד תמונות בינריות שאומצו לצורך דחיסת תמונות מרובות רמות אפור (לדוגמה שיטת ה-bit plane coding).

מטרות המחקר:

- א. הצעה ובדיקה על שיטה אדפטיבית חדשה לטהליך הדיטר.
- ב. בדיקת סכמות לשיפור איכות תמונות הדיטר המשוחזרות תוך שמירה על קצב אינפורמציה נמוך.
- ג. מציאת שיטות דחיסה מתאימות עם עוות וללא עוות לתמונות דיטר.

#### מבנה העבודה

פרק 2 סוקר מספר שיטות של halftoning ובעיקר את שיטת הדיטר. כמו כן נסקרת שיטה לשחזור רמות האפור מתוך תמונת הדיטר. בפרק זה מתוארת שיטה לבחירה אדפטיבית של ספי הדיטר המשתמשת באינפורמציה צד לצורך השחזור. בפרק 3 מוצעת שיטה אדפטיבית עבור שיטת הדיטר ללא שימוש באינפורמציה צד ("אדפטציה אחורית"). בשיטה זו האדפטציה מבוצעת על סמך האינפורמציה הבינרית בלבד. בפרק זה מוצעות ונבדקות מספר אפשרויות שונות להפעלת האדפטציה.

בפרק 4 מתוארת שיטה לשיפור איכות תמונות הדיטר המשוחזרת. שיטה זו מתבססת על פירוק התמונה לשני מרכיבים וקידודם.

פרקים 5 ו-6 סוקרים מספר שיטות לדחיסת הפיקסלים של תמונת הדיטר. בפרק 5 מוצעות כמה שיטות לדחיסת הבלוקים של תמונת הדיטר. מתוארות התוצאות המתקבלות עבור דחיסת תמונות הדיטר הרגילות ועבור דחיסת תמונות הדיטר המתקבלות בשיטות האדפטיביות.

בפרק 7 מתואר מודל תמונה שבאמצעותו תבדק השפעת האדפטציה לשיטת הדיטר על אנטרופית הבלוקים.

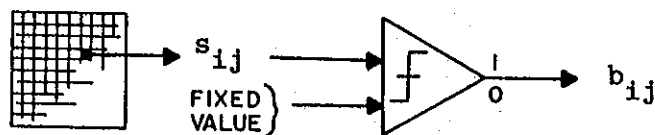
2.1 מבוא לתמונות halftone

כפי שחוסבר בפרק המבוא שיטות ה- halftone יוצרות רושם של ריבוי רמות אפור. שיטות אלו מתאימות להצגת תמונה על גבי אמצעי פלט בעלי שתי רמות: שחור ולבן. על פי [1] כבר באמצע המאה ה-19 פותחה שיטה לקירוב לרמות אפור בתמונות. בשיטה זו הודפסו קווים או נקודות בתדר מרחבי גבוה. שינוי בעוביים של הקווים או הנקודות בתמונה הביא לשינוי ברמת החזר התאורה לאורך העמוד המודפס. בהתבוננות בהדפסים כאלו ממרחק צפייה נורמלי (כ 35 ס"מ) הקווים או הנקודות היו בלתי מובחנים אך השתנות של רמות האפור הממוצעות יצרה קירוב לתמונה טבעית. כיום רב תמונות העיתונים ותמונות הספרים מוצגות באמצעות טכנולוגיות halftone. בתחומי התקשורת והתצוגה האלקטרוניים ניתן להשתמש בשיטות אלה לתשדורת פקסימיליה ולתצוגה על גבי צגים בעלי שתי רמות. קימת ספרות ענפה בנושא תמונות halftone ומעבר מתמונה מרובת רמות אפור לתמונת ה-halftone הבינרית.

סקירה בנושאים אלו ניתן למצוא ב[1] ו-[2].

הגישה הבסיסית לקבלת תמונת halftone מתוך תמונת מקור בעלת מספר רמות אפור היא השוואת הפיקסלים בתמונת המקור לספים וקביעת הפיקסל המתאים בתמונת ה-halftone לשחור או לבן בהתאם לתוצאת ההשוואה. השיטה הפשוטה ביותר היא השוואתם לסף קבוע כמתואר בשרטוט 2.1.

$s_{ij}$  הוא פיקסל בתמונת המקור  $S$  ו-  $b_{ij}$  הוא פיקסל בתמונת הבינרית של התוצאה  $B$ .



שרטוט 2.1 - סכמת העיבוד עבור השוואה לסף קבוע.

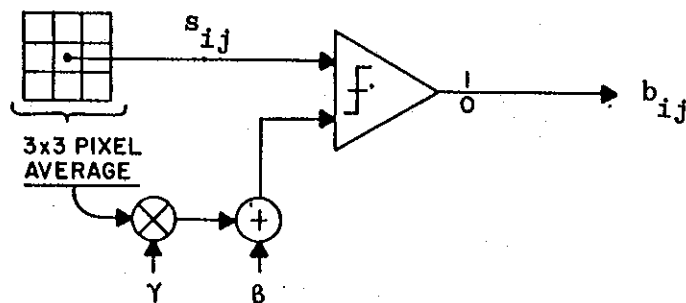
Fig. 2.1 - Processing diagram for globally fixed leved thresholding.

אפשרויות הדמאת רמות אפור בשיטה זו הינן מוגבלות ביותר, פרטים רבים אובדים ולמעשה רק רמות האפור הקיצוניות ביותר ושפות חדות מיוצגות כראוי.

שיטות המתגברות על מגבלה זו הינן שיטות המשתמשות בסף משתנה עבור כל פיקסל שבתמונת המקור. בדרך כלל מחלקים שיטות אלה לשני סוגים עיקריים:

- א. שיטות בהן הסף הוא פונקציה של תוכן תמונת המקור.
- ב. שיטות בהן הסף הוא פונקציה של הקואורדינטות המרחביות בתמונה.

אחת מהשיטות בהן הסף נקבע בהתאם לתוכן תמונת המקור היא שיטת ה-constrained average הנסקרת ב[3]. בשיטה זו (שרטוט 2.2) מתשבים את ממוצע רמות האפור של סביבה בגודל  $3 \times 3$  פיקסלים. הסף עבור הפיקסל המרכזי של הסביבה הזו הוא סכום ליניארי של הממוצע וקבוע מתאים. הדרכים לבחירת הקבועים ומשמעות הבחירה לגבי תמונת ה-halftone נסקרים ב[3]. על פי ניתוח השיטה ב[3], יכולת השיטה לתת הדמאת רמות אפור תלויה במידה רבה ברעש שקיים בתמונה או במערכת שדוגמת את התמונה. על מנת לשפר את ביצועי השיטה מוסיפים לתמונה המקורית באופן מלאכותי ומסודר רעש ריטוט (dither noise), בצורה זו מקבלים פשרה טובה למדי בין הדמאת רמות אפור והדגשת שפות.

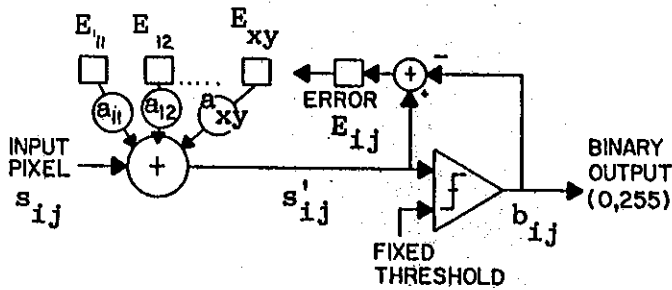


שרטוט 2.2 - סכמת העיבוד עבור שיטת ה-constrained average.

Fig. 2.2 - Processing diagram for constrained average thresholding method.

שיטה נוספת בה הסף תלוי בתוכן תמונת המקור היא שיטת ה-error diffusion. בשיטה זו מחושבת השגיאה בין רמת האפור בפיקסל מסוים שמעובד לבין הערך שהתקבל עבור הפיקסל המואים לו בתמונת התוצאה בעלת שתי הרמות. שגיאה זו מחולקת בצורה משוקללת בין הפיקסלים הסמוכים שעדיין לא עובדו. ערך משוקלל זה מתווסף לפיקסל סמוך וכאשר יבוצע עיבוד לפיקסל סמוך זה תהיה התרשבות בכל הערכים שהתווספו לו. לראשונה פורסמה שיטה זו ב[4] ואחר כך היה שימוש בה ב[5].

שרטוט 2.3 א מתאר סכמה עקרונית של שיטת ה-error diffusion. שרטוט 2.3 ב מתאר את הפילוג או השקלול המרחבי של השגיאה באחוזים המפולגת עבור פיקסל נתון, בערכים אלה היה שימוש ב[5].



א 2.3

$$s'_{ij} = s_{ij} + \sum_{xy} a_{xy} E_{xy}$$

$$b_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{if } s'_{ij} \leq \text{threshold} \\ 255 & \text{if } s'_{ij} > \text{threshold} \end{cases}$$

3	6	10	6	3
6	10	15	10	6
10	15	$s_{ij}$		

ב 2.3

שרטוט 2.3 -

א. סכמת העיבוד עבור שיטת ה-error diffusion.  
 ב. הפילוג המרחבי של השגיאות. המספרים במטריצה הינם אחוזים שיש לכפול בהם את רמת האפור של השגיאות במקומות הללו לפני הוספת השגיאה לרמת האפור של  $s_{ij}$ .

Fig. 2.3 -

a. Processing diagram for error diffusion method.

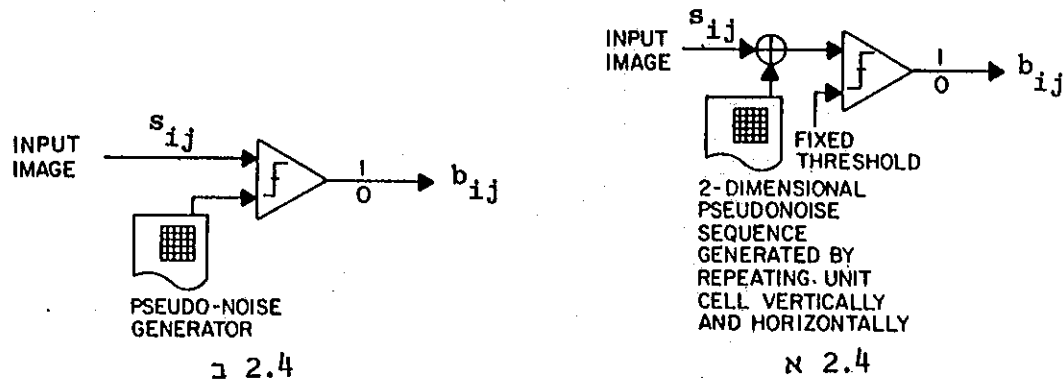
b. Spatial distribution of error context in the image. Number in matrix are percentages that multiply the gray scale errors for those pixels prior to addition of gray scale for  $s_{ij}$ .

קיימות שיטות נוספות שבהן הסף נקבע כפונקציה של תוכן התמונה, ניתן לחזכיר את ה- adaptive thresholding ו- dynamic thresholding הנסקרות ב[1] ו- [2].

מבין השיטות שבהן הסף נקבע כפונקציה של קואורדינטות המקום נתמקד בשיטת הדיטר. שיטת halftone נוספת בעלת עיקרון דומה לשיטת הדיטר הינה electronic screening ואף היא נסקרת ב[1].

כבר בשיטת ה constrained average שהוצעה על ידי Jarvis ו- Roberts ב[3] היה שימוש בתוספת רעש פסאודו אקראי לתמונה לפני ההשוואה לסף. גישה זו הוצעה קודם לכן על ידי Roberts ב[6], שם היה שימוש בהוספה של סדרות פסאודו אקראיות דו ממדיות לתמונה לפני שבוצעה קוונטיזציה גסה עד כדי 4 bit/pel (16 רמות אפור). לפני הצגתה של התמונה המקודדת הוחסרו סדרות אלו ורק אחר כך הוצגה תמונת התוצאה על מסך מרובה רמות אפור, בצורה זו מצליחים לבטל את ה- false contours הנגרמים עקב הקוונטיזציה וכן לשמור על הממוצע, זאת תוך תוספת רעש שאליו מערכת הראיה פחות רגישה.

גישה זו של תוספת רעש לפני הקוונטיזציה ניתנת לניצול גם עבור קוונטיזציה לשתי רמות, שרטוט 2.4 א מתאר בצורה סכמטית את העקרון שהוסבר לעיל. למעשה ניתן להשתמש בסכמה השקולה שב 2.4 ב. בסכמה זו משתמשים במטריצה הנקראת מטריצת ריטוט (dither matrix) החוזרת על עצמה לאורך ולרוחב המסך. תוכן המטריצה משמש כספים לצורך ההשוואה ובאופן זה מקבלים כי הספים המשתנים הינם פונקציה של קואורדינטות המקום.



שרטוט 2.4 -

- א. סכמת העיבוד עבור שיטת תוספת רעש לפני ההשוואה לסף.
- ב. סכמה שקולה: השוואה לספי מטריצת הדיטר.

Fig. 2.4 -

- a. Processing diagram for the method of noise addition prior to thresholding
- b. Equivalent diagram: dither matrix thresholding .

2.2 שיטת הדיטר המסודר ושחזור רמות האפור

2.2.1 שיטת הדיטר המסודר

לשם ההגדרה הפורמלית של שיטת הדיטר נסמן את הסימנים הבאים:

$\underline{S}$  : התמונה המקורית מרובת הרמות. יהיה אלמנט התמונה ה- $i, j$  ב- $s_{ij}$ .

$\underline{S}$  , תחום הערכים ב  $\underline{S}$  יסומן  $[S_0, S_1]$ .

$\underline{B}$  : תמונת שתי הרמות , תוצאת הפעלת תהליך הדיטר על  $\underline{S}$  . יהיה האלמנט ה-  $i, j$  ב-  $\underline{B}$  .

$D$  : מטריצה המכילה את סדר הספים, כל אלמנט ב  $D$  הוא אינדקס המציין סף.

$D(k,1)$  יהיה האלמנט ה  $k,1$  ב-  $D$ . לדוגמה במטריצה  $4 \times 4$

$$0 \leq D(k,1) \leq 15, \quad 0 \leq k, 1 \leq 3$$

$T$  : וקטור ערכי הספים. הערכים ב  $T$  מסודרים בסדר עולה ומפולגים אחיד בתחום  $[S_0, S_1]$ .

לדוגמה עבור  $0 \leq m \leq 15$ :

$$t(m) = \frac{S_1 - S_0 + 1}{16} (m + 0.5) + S_0 \tag{2.1}$$

$D_T$  : מטריצת ספי הדיטר. ערכי הספים מוגדרים על ידי  $T$  וסידור הספים מוגדר על ידי  $D$ , כלומר:

$$D_T(k,1) = t(D(k,1))$$

$B, S$  : בלוקים ב  $\underline{S}$  וב  $\underline{B}$  בהתאמה. בלוקים אלה הינם בגודל מטריצת הספים:  $n \times n$ .

לדוגמה עבור מטריצה  $D$ :

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 10 & 11 \\ 12 & 13 & 14 & 15 \end{bmatrix}$$



תחום רמות אפור  $[0, 255]$ , וקטור בעל אלמנטים  $t(m)$  כפי שהוגדר ב(2.1) נקבל את המטריצה  $D_T$  הבאה:

$$\begin{bmatrix} 8 & 24 & 40 & 56 \\ 72 & 88 & 104 & 120 \\ 136 & 152 & 168 & 184 \\ 200 & 216 & 232 & 248 \end{bmatrix}$$

על פי סימונים אלה תוצאת תהליך הדיטר עבור מטריצת דיטר בגודל  $n \times n$  תהיה:

$$b_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{if } s_{ij} \leq D_T(i \bmod n, j \bmod n) \\ 1 & \text{if } s_{ij} > D_T(i \bmod n, j \bmod n) \end{cases} \quad (2.2)$$

אחת מהתכונות החשובות של תהליך הדיטר היא שימור ממוצע רמת האפור של התמונה המקורית (המנורמלת לתחום  $[0, 1]$ ) גם בתמונת הייצוג הבינרית. על מנת לקבל תמונה בינרית שתראה בצורה יחסית טובה יש להשתמש במטריצות דיטר מתאימות. בנושא זה בוצעו מספר מחקרים, ביניהם: [7]-[10]. הגישה הבסיסית היתה למצוא מטריצות דיטר בעלות סדר ספים כזה שיפחית את השגיאה שמכניס תהליך הדיטר בתדרים הנמוכים. ב[7] ו-[8], העיקרון הוא הורדת הרעש שהעין מבחינה בו ככל שניתן, על ידי ריכוזו בתדרים המרחביים הגבוהים. עיקרון מנחה זה בא מהעובדה שמערכת הראיה רגישה הרבה פחות לשינויי רמות אפור בתדרים מרחביים גבוהים. כדי לקבל מטריצת דיטר כזו השתמשו במטריצות דיטר בהן הספים פוזרו מבחינה מרחבית באופן מירבי. ב[10] הציע Bayer קריטריון אופטימיזציה למציאת סידור ספים מתאים. על פי קריטריון זה מעלים את רמת האפור בתמונה באופן הדרגתי ומחפשים את הסדר האופטימלי של הופעת הנקודות (ערכי ה'1') במטריצה בגודל  $2^m \times 2^m$ . הדרישה היא שעבור כל מטריצה בינרית אורך הגל היוצר מרקם יהיה קטן ככל האפשר.

מטריצת  $4 \times 4$  האופטימלית על פי קריטריון זה נקראת מטריצת Bayer, סדר הספים במטריצה זו הוא כדלהלן:

$$\begin{bmatrix} 0 & 8 & 2 & 10 \\ 12 & 4 & 14 & 6 \\ 3 & 11 & 1 & 9 \\ 15 & 7 & 13 & 5 \end{bmatrix}$$

שרטוט 2.5 - מטריצת Bayer בגודל  $4 \times 4$ .

Fig. 2.5 - Bayer matrix size  $4 \times 4$ .

מתוך כללי האופטימיזציה שהוצעו על ידי Bayer ניתן לבנות בצורה רקורסיבית מטריצות אופטימליות בגודל  $n \times n$  ( $n=2^m$ ) תוך שימוש בנוסחה (2.3). כאשר  $U_n$  היא מטריצה בגודל  $n \times n$  שכל אבריה הם '1' ו  $D_0 = 0$ .

$$D_n = \left[ \begin{array}{c|c} 4 D_{n/2} & 4 D_{n/2} + 2 U_{n/2} \\ \hline 4 D_{n/2} + 3 U_{n/2} & 4 D_{n/2} + U_{n/2} \end{array} \right] \quad (2.3)$$

$$U_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

לדוגמה אם:

מקבלים את מטריצת Bayer בגודל  $4 \times 4$  משרטוט 2.5. בספרות ובעבודות שבוצעו עם מטריצות דיטר משתמשים בדרך כלל במטריצת Bayer וגם בעבודה זו השימוש הוא במטריצה זו.

תוצאת תהליך הדיטר,  $B$ , ניתנת להצגה על מסך בעל שתי רמות. קיימות אולם כמה שיטות לשחזור רמות האפור מתוך  $B$ . מבין השיטות ניתן להזכיר אלה שפורסמו ב [35] וב [36]. בכל השיטות, כולל זו שתואר להלן, השחזור הוא מקורב כיוון שהאינפורמציה הבינרית שבתמונת שתי הרמות,  $B$ , אינה מספיקה לצורך ביצוע הפונקציה החופכית לפעולת הדיטר. אם נסמן ב  $\hat{S}$  את תוצאת השחזור של התמונה המקורית  $S$  מתוך  $B$ , כאשר השימוש הוא במטריצת הספים  $D_T$  הרי שקיים תחום "אי ודאות" לכל אלמנט ב  $\hat{S}$ . תחום זה מוגדר עבור מטריצת דיטר  $n \times n$  באופן הבא:

$$\text{if } b_{ij} = 0 \text{ then } S_0 \leq \hat{s}_{ij} \leq D_T(i \bmod n, j \bmod n)$$

$$\text{if } b_{ij} = 1 \text{ then } D_T(i \bmod n, j \bmod n) < \hat{s}_{ij} \leq S_1$$

בעבודה זו השחזור בוצע על ידי "תהליך ההצבעה" - "voting process" הנסקר ב [12] ו- [13]. שיטה זו, בדומה לשיטות שב [35] ו- [36], משתמשת בקואורדינטות המקום שמספקות אינפורמציה לגבי הסף על מנת להגדיר את תחום אי הודאות וכן מנצלת את הקורלציה בין פיקסלים שכנים כדי להקטין את תחום אי הודאות. תהליך הקטנת אי הודאות נעשה על ידי מעין "הצבעה" בין השכנים לפיקסל שאת ערכו יש לשחזר. נגדיר פונקציה  $U_{ij}(m)$  אשר תקבל ערך 1 אם  $t(m)$  נכלל בתוך תחום אי הודאות המוגדר על ידי  $b_{ij}$  ו-  $D(i \bmod 4, j \bmod 4)$  (עבור מטריצת דיטר  $4 \times 4$ ) ו- 0 אחרת:

$$U_{ij}(m) = \begin{cases} 1 & \text{if } b_{ij} = 0 \text{ and } 0 \leq m \leq D(i \bmod 4, j \bmod 4) \\ \text{or if } b_{ij} = 1 & \text{and } D(i \bmod 4, j \bmod 4) < m \leq 15 \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (2.4)$$

נגדיר את הפיקסל  $b_{k1}$  כשכן ל  $b_{ij}$  אם  $|k-i| \leq 1$  וגם  $|j-1| \leq 1$ . קבוצת הפיקסלים השכנים ל  $i, j$  מצוינת על ידי:

$$A(i, j) = \{(k, 1) \mid |k-i| \leq 1, |j-1| \leq 1, (k, 1) \neq (i, j)\}$$

על פי החגדרות שלעיל מוגדרת פונקציית ההצבעה עבור הפיקסל  $i, j$  באופן הבא:

$$V_{ij}(m) = \sum_{k, 1 \in A(i, j)} U_{k, 1}(m) \quad 0 \leq m \leq 15 \quad (2.5)$$

פונקציה זו מייצגת עבור כל  $i, j$  את מספר השכנים אשר  $t(m)$  נמצא בתוך תחום אי הודאות שלהם.

תהליך השחזור מתבצע תוך שימוש בפונקצית ההצבעה עבור כל פיקסל  $i, j$  באופן הבא:

1. חשב את  $V_{ij}(m)$  עבור כל  $m$  אשר מקיים  $U_{ij}(m)=1$
2. מצא את הקבוצה  $\{\tilde{m}_{ij}\}$  שעבורה מתקבל המקסימום של  $V_{ij}(m)$  שחושב בצעד 1.

$$\frac{\min(\tilde{m}_{ij}) + \max(\tilde{m}_{ij})}{2}$$

תוצאת תהליך ההצבעה היא:

3. תחום אי הודאות המצומצם הוא  $[t(\min(\tilde{m}_{ij})), t(\max(\tilde{m}_{ij}))]$

הערך המשוחזר מחושב כמרכז תחום אי הודאות תוך שימוש ב (2.1) יהיה

$$\hat{s}_{ij} = \frac{S_1 - S_0 + 1}{16} \cdot \frac{\min(\tilde{m}_{ij}) + \max(\tilde{m}_{ij})}{2} + S_0 \quad (2.6)$$

התכונות החשובות של "תהליך ההצבעה" הינן:

1. פיקסל שכן לפיקסל המשוחזר שאינו קונסיסטנטי, כמו במקרי שפה למשל, אינו משפיע על התוצאה הסופית.
2. תהליך ההצבעה נעשה תוך שימוש ב  $D$  וב  $B$  וללא שימוש בוקטור  $T$ .

2.2.3 קוונטיזציה אדפטיבית לשיטת הדיטר

ב[12] הראו כי שגיאות ה RMSE ו ה MAE של השחזור יחסיות לתחום הדינמי של תמונת המקור. הגישה להקטנת השגיאה תהיה התאמת תחום פילוג ספי הדיטר לתחום הדינמי המקומי של האות ולא לתחום הדינמי הכללי:  $[S_0, S_1]$ .

עקרונות ביצוע הקידוד והשחזור כפי שהוצגו ב[12] ו [13] הינם:

קידוד

עבור כל בלוק S בגודל  $4 \times 4$  ב S בצע:

1. מצא את ערך המינימום  $M_0$  וערך המקסימום  $M_1$  בבלוק.
2. בנה וקטור של ספי דיטר שיסומן ב  $T_{M_0, M_1}$  עם ערכים אשר מפולגים באופן אחיד בתחום  $[M_0, M_1]$  על פי:

$$t_{M_0, M_1}(m) = \left\lfloor \frac{M_1 - M_0 + 1}{16} (m + 0.5) \right\rfloor + M_0 \quad (2.7)$$

3. בצע את תהליך הדיטר על ידי השוואת מטריצת הדיטר  $D_{T_{M_0, M_1}}$  לרמות

האפור שב S.

4. שדר את B תוצאת תהליך הדיטר לעיל עם אינפורמצית צד

(Side Information) המציינת את  $M_0, M_1$ .

כלל הבלוקים הבינריים: B, שהם בגודל  $4 \times 4$ , מרכיבים את תמונת הדיטר: B.

שחזור

1. בצע את תהליך ההצבעה\* (כפי שהוצג בסעיף 2.2.2 תוך שימוש ב B וב-D.

2. עבור כל בלוק B ב B השתמש ב  $M_0, M_1$  על מנת לחשב את הערך המשוחזר על פי:

$$\hat{s}_{ij} = \left\lfloor \frac{M_1 - M_0 + 1}{16} \cdot \frac{\min(\tilde{m}_{ij}) + \max(\tilde{m}_{ij})}{2} \right\rfloor + M_0 \quad (2.8)$$

\* כאשר בתהליך ההצבעה הסביבה של פיקסל ב B כוללת פיקסלים מבלוקים בעלי  $(M_0, M_1)$  שונים, תהליך ההצבעה נעשה תוך שימוש רק בפיקסלים השייכים לאותו הבלוק.

יתרונות שיטה זו הם כאמור קבלת שגיאות שחזור קטנות יותר ומכאן גם איכות משופרת.

אחת מהטרונות השיטה היא הבעיתיות בביצוע תהליך ההצבעה בקצוות בלוק של  $4 \times 4$ . כיוון שלרוב  $M_0, M_1$  בשני בלוקים סמוכים הינם שונים. חיסרון נוסף הוא שידור או איחסון אינפורמציה הצד. לכל בלוק של  $4 \times 4$  יש לשדר את  $M_0$  ו-  $M_1$  שהן תוספת של 16 סיביות (כאשר כל אחד מהערכים מיוצג על ידי 8 סיביות) כלומר הכפלה של כמות האינפורמציה שיש לשדר או לאחסן. הפיתרון המוצע ב[12] וב[13] ועונה בצורה חלקית על טרונות אלו הוא צימצום מרחב הזוגות  $(M_0, M_1)$ . לצורך כך בוניים מילון בעל מספר קטן של זוגות כאשר כל זוג מציין תחום דינמי. עתה יש להוסיף לקידוד תהליך חדש הוא תהליך הבחירה של המלה המתאימה במילון. אם נסמן ב  $(\hat{M}_0, \hat{M}_1)$  מילת מילון וב  $T_{\hat{M}_0, \hat{M}_1}$  את וקטור ספי הדיטר המתאים, תהליך הבחירה

מבוצע בצורה הבאה:

1. מתקיים  $\hat{M}_0 \leq M_0$  וגם  $\hat{M}_1 \geq M_1$ .
2.  $T_{\hat{M}_0, \hat{M}_1}$  הנבחר הוא בעל התחום הקטן מבין כל הוקטורים המקיימים את 1.

כלומר  $\hat{M}_1 - \hat{M}_0$  הוא מינימלי.

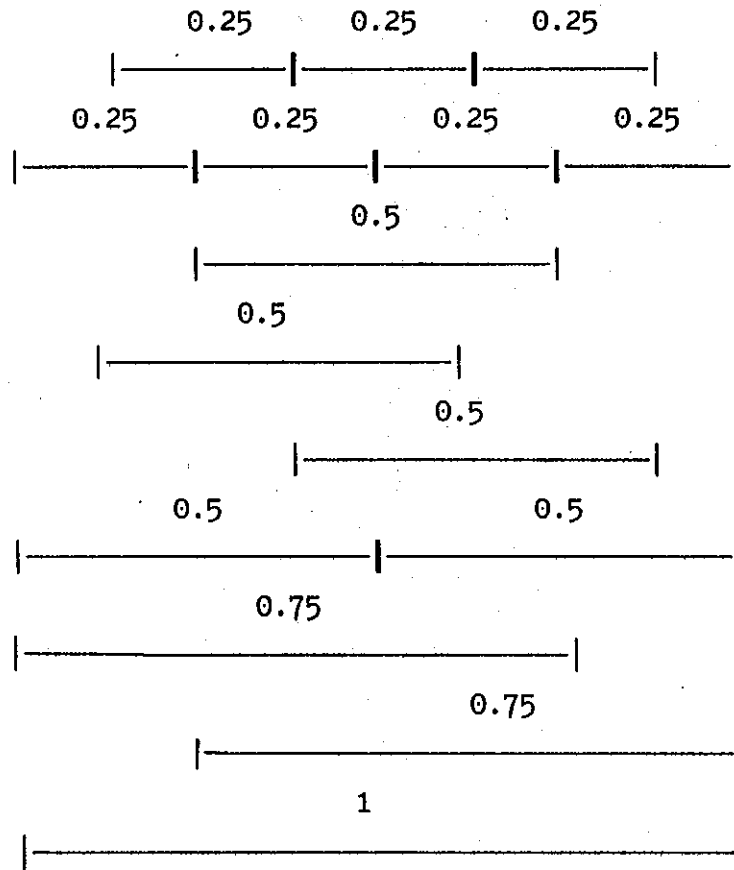
אם קיימות  $N$  מילים במילון הרי יש לשדר אינפורמציה צד נוספת של  $\log_2 N$  סיביות לציון מילת המילון שנבחרה. להלן דוגמה לשידור המילים ולתחום הדינמי במילון בן  $N=16$  מילים כאשר התחום הדינמי של התמונה הוא  $[0, 255]$ :

מילה תחום ' מס'	מילה תחום ' מס'	מילה תחום ' מס'	מילה תחום ' מס'
[0, 191] 13	[32, 159] 9	[128, 191] 5	[0, 63] 1
[32, 223] 14	[64, 191] 10	[160, 223] 6	[32, 95] 2
[64, 255] 15	[96, 223] 11	[192, 255] 7	[64, 127] 3
[0, 255] 16	[128, 255] 12	[0, 127] 8	[96, 159] 4

טבלה 2.1 - התחומים הדינמיים עבור המילון "הטבעי".

Table 2.1 - The dynamic ranges for the "natural" dictionary.

מילון זה נקרא המילון "הטבעי" והצגה גרפית של התחומים השונים במילון זה מובאת בשרטוט 2.6 שלהלן:



שרטוט 2.6 - מילון "טבעי" עבור  $N=16$ . מתוך [12].  
 Fig. 2.6 - "Natural" dictionary for  $N=16$ . From [12].

בעיית מציאת המילון האופטימלי עבור  $N$  נתון נשארה אמנם פתוחה אך ב[12] נראה כי אין שינויים גדולים ביעילות המילון בין כמה מילונים בני  $N=16$ . כמו כן השינוי באיכות הסוביקטיבית והאוביקטיבית של שחזור הדיטר הוא קטן כאשר משווים מילון בו  $N=16$  למילון בו  $N=24$ . אינפורמציה הצד הנוספת כאשר עובדים עם מילון בו 16 מילים היא של 4 סיביות לבלוק של  $4 \times 4$  פיקסלים או  $0.25 \text{ bit/pe1}$ . כלומר סך הכל האינפורמציה שיש לשדר היא  $1.25 \text{ bit/pe1}$  ללא דחיסה. ב[12] היה שימוש בשיטת דחיסה באורך משתנה ללא עוות: Ziv-Lempel algorithm שפורסמה ב[11]. באמצעות הפעלת שיטת דחיסה זו על תמונות הדיטר קצבי האינפורמציה היו בתחום  $0.7-1 \text{ bit/pe1}$ . ב[12] הוצגה גם ארכיטקטורה לפעולה בזמן אמיתי המשתמשת בטבלאות Look Up Tables (LUT's).

שיטה אחרת המשתמשת בהשוואה לספים בצורה אדפטיבית בכל בלוק ושחזור  
רמות האפור מתוך ה- bit map ואינפורמצית צד היא שיטת ה BTC  
(Block Truncation Coding [38]).

שלא כמו שיטת הדיטר ושחזור מתמונת הדיטר שיטת ה- BTC תוכנה מראש  
בידיעה שחפלט הסופי הוא תמונת רמות האפור ולכן ביצועיה טובים יותר.  
בשיטת ה BTC מושוים ערכי רמות האפור בבלוק לרמת האפור הממוצעת של  
הבלוק ותוצאת ההשוואה הבינרית משודרת למשחזר. כמו כן משודרות שתי  
רמות יצוג שהן מעין אינפורמצית צד עבור אותו בלוק. פעולת השחזור  
שנעשת יחסית פשוטה:

מתן רמת הייצוג הגבוחה לכל פיקסל ב- bit map שערכו '1'

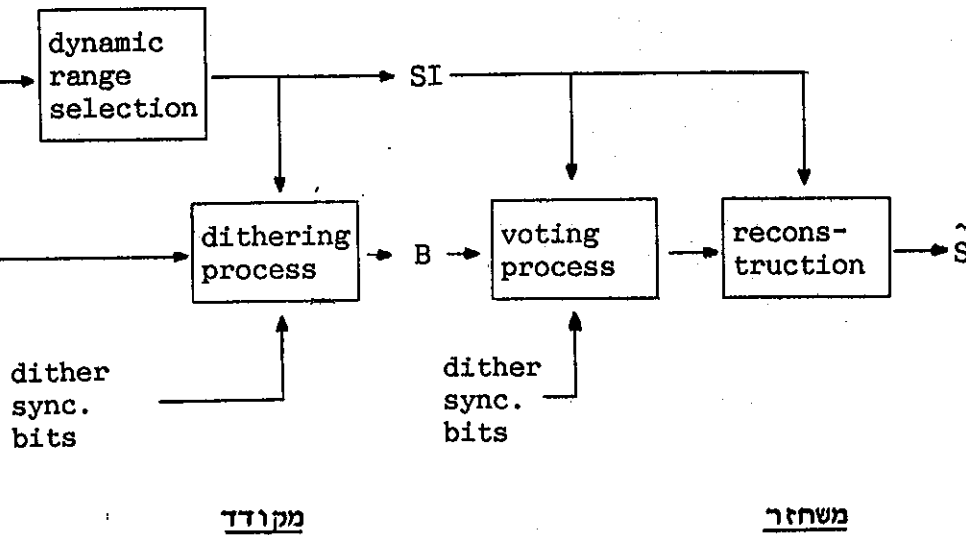
מתן רמת הייצוג הנמוכה לכל פיקסל ב- bit map שערכו '0'

שתי רמות הייצוג נבחרות כך שבבלוק המשוחזר ישמרו שני המומנטים  
הראשונים של הבלוק המקורי: הממוצע והוריאנס. זאת מתוך הנחה שהעין  
רגישה לעצמת הבהירות ולקונטרסט שהינם שקולים לשני מומנטים אלו.  
שיטת ה BTC כאמור מפיקה תמונות באיכות טובה יותר משחזור תמונות הדיטר  
אך לעומת זאת נדרש בשיטת ה BTC קצב אינפורמציה גבוה יותר.



3.1 אדפטיזציה אחורית לשיטת הדיטר

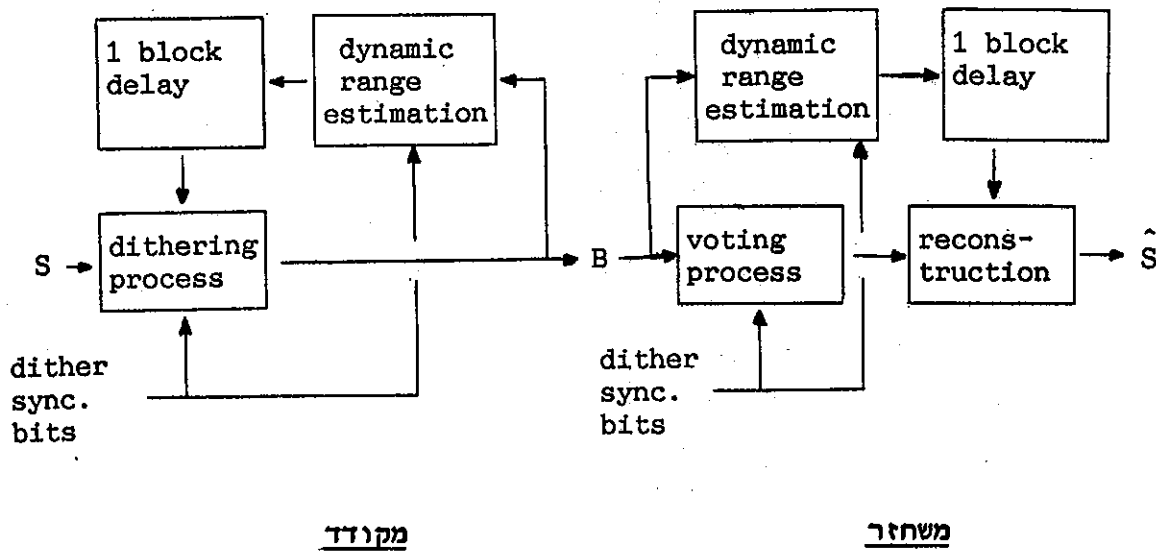
ניתן לתאר בצורה עקרונית את המקודד ואת המשחזר בשיטת הדיטר עם אינפורמציה צד בסכימה המלבנים הבאה:



שרטוט 3.1 - סכמת מלבנים של המקודד והמשחזר למקרה של אדפטיזציה קידמית.  
 Fig.3.1 - Encoder and decoder block diagram for the case of forward adaptation .

סכמת מלבנים זו מתאימה למודל של אדפטיזציה קידמית (forward adaptation) מציין את בלוק הערכים הבינריים של תהליך הדיטר ו- SI את אינפורמציה הצד (side information) המשודרת למשחזר. מידע נוסף המשותף למקודד ולמשחזר הוא ערך הסף המתאים לכל פיקסל בתמונה - dither sync. bits, זאת מתוך מטריצת סדר ספי הדיטר. על מנת לחסוך את שידור אינפורמציה הצד יש לממש מודל של אדפטיזציה אחורית (backward adaptation). בשיטת האדפטיזציה האחורית קצב השידור יהיה 1 bit/pel לעומת 1.25 bit/pel בשיטת האדפטיזציה הקידמית. זאת מכיוון שישודרו הערכים הבינריים של תוצאת תהליך הדיטר בלבד.

סכמת המלבנים המתאימה למקודד ולמשחזר עבור האדפטציה האחורית תהיה לכן:



שרטוט 3.2 - סכמת מלבנים של המקודד והמשחזר למקרה של אדפטציה אחורית.  
 Fig.3.2 - Encoder and decoder block diagram for the case of backward adaptation .

בשיטת האדפטציה האחורית האינפורמציה היחידה שמשודרת למשחזר היא אמנם בלוק הערכים הבינריים של תהליך הדיטר אך אינפורמציה זמינה נוספת היא ערכי הספים (מסומן dither sync. bits) בדומה לסכמת האדפטציה הקידמית. המלבנים reconstruction, voting process, dithering process, זהים לאלו שבמודל האדפטציה הקידמית.

המלבן dynamic range estimation הוא המנגנון המבצע שיערוך לתחום הדינמי של בלוק  $4 \times 4$  עבור מודל האדפטציה האחורית. מתוך שרטוט 3.2 ברור כי המנגנון או האלגוריתם צריך להיות זהה במקודד ובמשחזר.

נסמן ב  $\hat{M}_0(k)$  וב  $\hat{M}_1(k)$  את הגבול התחתון והעליון בהתאמה של התחום הדינמי המשוערך עבור הבלוק ה  $k$  של תהליך הדיטר. עבור תמונה בגודל  $N \times N$  ומטריצת דיטר בגודל  $4 \times 4$ :  $0 \leq k \leq (N/4 - 1)$ . אלגוריתם השיערוך קובע על פי בלוק הערכים הבינריים הנוכחי  $B(k)$  ועל פי  $\hat{M}_0(k)$ ,  $\hat{M}_1(k)$  הנוכחיים את  $\hat{M}_0(k+1)$  ו-  $\hat{M}_1(k+1)$  שהם שיערוך התחום הדינמי לבלוק הבא.

לצורך הצגת האלגוריתם נגדיר טבלה דו מימדית: AT (Adaptation Table), בגודל  $4 \times 4$ .

נסמן ב:  $\Sigma_{0-2}^0$  את מספר הפיקסלים ב  $B(k)$  המתאימים לספים בעלי המספרים הסידוריים 2,1,0 במטריצה D שערכם 0.

וב:  $\Sigma_{3-5}^0$  את מספר הפיקסלים ב  $B(k)$  המתאימים לספים בעלי המספרים הסידוריים 5,4,3 במטריצה D שערכם 0.

נסמן ב:  $\Sigma_{10-12}^1$  את מספר הפיקסלים ב  $B(K)$  המתאימים לספים בעלי המספרים הסידוריים 12,11,10 במטריצה D שערכם 1.

וב:  $\Sigma_{13-15}^1$  את מספר הפיקסלים ב  $B(K)$  המתאימים לספים בעלי המספרים הסידוריים 15,14,13 במטריצה D שערכם 1.

$\Sigma_{0-2}^0, \Sigma_{3-5}^0$  או  $\Sigma_{10-12}^1, \Sigma_{13-15}^1$  מהווים כתובות לשתי טבלאות אדפטציה. עקב הסימטריה נבחר תוכן זהה לטבלאות כך שלמעשה נתיחס לטבלת אדפטציה יחידה -

AT. על פי ההגדרות שלעיל מתקיים  $\Sigma_{0-2}^0 \leq 3, \Sigma_{3-5}^0, \Sigma_{10-12}^1, \Sigma_{13-15}^1 \leq 3$  ומכאן שגודל AT הוא  $4 \times 4$ . תוכן הטבלה קובע את השינוי היחסי בתחום הדינמי. תוכן זה נבחר על פי מספר קווים מנחים ועל פי מספר ניסויים כפי שיתואר בהמשך.

האלגוריתם משערך את  $\hat{M}_0(K+1), \hat{M}_1(K+1)$  באופן הבא:

$$\hat{M}_0(k+1) = \hat{M}_0(k) - (\hat{M}_1(k) - \hat{M}_0(k) + 1) \cdot AT(\Sigma_{0-2}^0, \Sigma_{3-5}^0) \quad \text{א. (3.1)}$$

$$\hat{M}_1(k+1) = \hat{M}_1(k) + (\hat{M}_1(k) - \hat{M}_0(k) + 1) \cdot AT(\Sigma_{13-15}^1, \Sigma_{10-12}^1) \quad \text{ב.}$$

$$\hat{M}_0(0) = S_0 \quad \text{עם תנאי ההתחלה}$$

$$\hat{M}_1(0) = S_1$$

נוסף לשיערוך המבוצע על פי נוסחה (3.1) דואג האלגוריתם לקיום שני תנאים נוספים:

$$\forall k \quad \hat{M}_1(k) \leq S_1, \quad \hat{M}_0(k) \geq S_0 \quad \text{.1}$$

2.  $\Delta_{\min} \leq \hat{M}_1(k) - \hat{M}_0(k) + 1 \leq \Delta_{\min} \forall k$  כאשר  $\Delta_{\min}$  הוא קבוע חיובי הנקבע מראש ומבטיח גודל מינימלי לתחום הדינמי המשוער.

דוגמה 3.1

עבור  $\hat{M}_1(k) = 178$  ,  $\hat{M}_0(k) = 115$   
בלוק  $B(k)$ :

1	0	0	1
0	1	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0

אשר התקבל מתוך תהליך הדיטר עם מטריצת Bayer.

$\Sigma_{10-12}^1$  או  $\Sigma_{3-5}^0$

וטבלה AT הבאה:

		0	1	2	3
$\Sigma_{0-2}^0$ או	0	-3/16	-2/16	-1/16	0
	1	1/16	2/16	4/16	8/16
$\Sigma_{13-15}^1$	2	8/16	1	2	4
	3	2	3	4	6

נקבל  $\Sigma_{13-15}^1 = 0$  ,  $\Sigma_{10-12}^1 = 1$  ,  $\Sigma_{3-5}^0 = 2$  ,  $\Sigma_{0-2}^0 = 1$

ועל פי נוסחה (3.1) נקבל את הערכים המשוערים לתחום הדינמי של הבלוק ה  $k+1$ :

$$\hat{M}_0(k+1) = 115 - (178-115+1) \cdot AT(1,2) = 115 - 64 \cdot 4/16 = 99$$

$$\hat{M}_1(k+1) = 178 - (178-115+1) \cdot AT(0,1) = 178 - 64 \cdot (-2/16) = 170$$

על בחירת אלגוריתם השיערוך המתואר השפיעו מספר שיקולים. אחד השיקולים לשיערוך  $\hat{M}_0(k)$  ו-  $\hat{M}_1(k)$  הוא ששיערוך כל אחד מגבולות התחום צריך להיות

בלתי תלוי ככל האפשר בשיערוך גבול התחום השני וזאת כדי לענות על מירב השינויים האפשריים בתחום הדינמי של האות.

שיקול נוסף לאופן השיערוך הוא שגודל השינוי בין  $\hat{M}_0(k)$  ל  $\hat{M}_0(k+1)$  (וכן גודל השינוי בין  $\hat{M}_1(k)$  ל  $\hat{M}_1(k+1)$ ) יהיה יחסי להפרש בין  $\hat{M}_0(k)$  ל  $\hat{M}_1(k)$ , הסיבות לכך הן:

א. זרושה ירידה מהירה בגודל התחום המשוערך כאשר הוא גדול בהרבה מהתחום הדינמי של האות.

ב. רצוי כי שינויים קטנים ביחס לתחום הכללי  $[S_0, S_1]$  אך ניכרים ביחס לתחום הדינמי המשוערך לא יגרמו להתפרשות גדולה מדי של הערכים המשוערכים לבלוק הבא.

השיערוך מבוצע גם על פי בלוק הדיטר  $B(k)$ , המידע הדרוש לשיערוך  $\hat{M}_0(k+1)$  מצוי בערכי  $B(k)$  המתאימים לספים הנמוכים של מטריצת הדיטר, דוגמת הספים מסדר 0-2 ו- 3-5. על פי אותו עיקרון שיערוך  $\hat{M}_1(k+1)$  יעשה על פי ערכי  $B(k)$  המתאימים לספים הגבוהים של מטריצת הדיטר.

מבחינה אינטואיטיבית ניתן לסביר זאת כך: אם יש הרבה פיקסלים בעלי ערך 0 (1) המתאימים לספים מסדר נמוך (גבוה) במטריצת סידור הספים - D, כנראה שיש חריגה כלפי מטה (מעלה) באות כיוון שהרבה מערכי האות היו מתחת (מעל) לספים שהם ממילא נמוכים (גבוהים) ומכאן שיש להוריד (להעלות) את  $\hat{M}_0(k+1)$  ( $\hat{M}_1(k+1)$ ).

לעומת זאת אם יש מעט או אין כלל פיקסלים בעלי ערך 0 (1) המתאימים לספים מסדר נמוך (גבוה) הרי שניתן להשאיר את  $\hat{M}_0(k+1)$  ( $\hat{M}_1(k+1)$ ) בערכו הקודם או אפילו להעלות (להוריד) אותו. על פי הסבר אינטואיבי זה ניתן לקבוע את

הקוים המנחים לקביעת תוכן הטבלה AT. ככל שערך האינדקס  $\Sigma_{0-2}^0$  (או  $\Sigma_{13-15}^1$ ) גדל

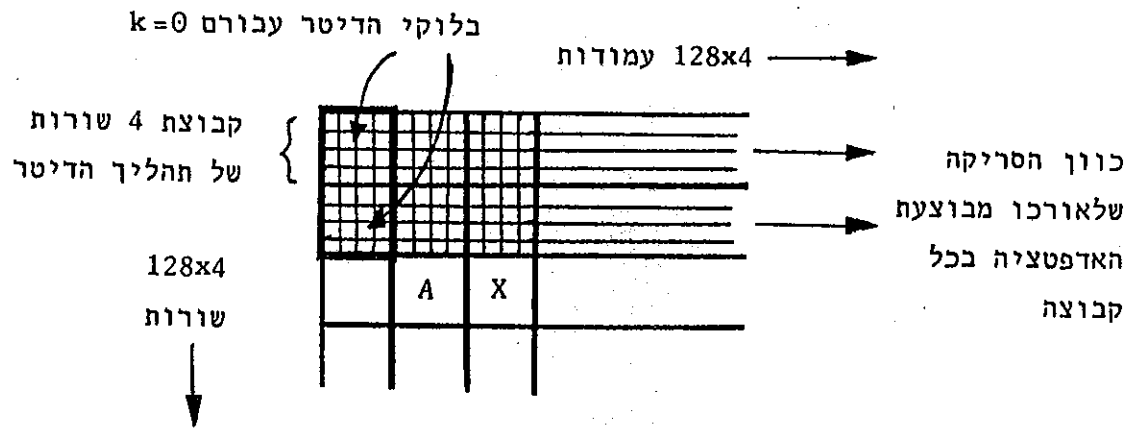
יש להגדיל את הערך של תוכן הטבלה. וכן כאשר ערך האינדקס  $\Sigma_{3-5}^0$  (או

$\Sigma_{10-12}^1$ ) גדל יש להגדיל את ערך תוכן הטבלה. כמו כן יש לתת עדיפות

למשקלים של  $\Sigma_{0-2}^0$   $\Sigma_{13-15}^1$  - על פני משקלם של  $\Sigma_{3-5}^0$   $\Sigma_{10-12}^1$  עקב המספרים

הסידוריים הקיצוניים של הספים שהוזכרו ראשונים.

בשלב ראשון נבדקה האדפטציה בכיוון הסריקה בלבד (ראה שרטוט 3.3) לכל קבוצה של 4 שורות נקבעו תנאי ההתחלה  $\hat{M}_1(0)=S_1=255, \hat{M}_0(0)=S_0=0$  והשיערוך עבור  $N/4-1=127 \geq k \geq 0$  בוצע בכל קבוצה 4 שורות בלי תלות בקבוצת 4 השורות שנסקרה לפנייה. כלומר השיערוך עבור הבלוק X שבשרטוט יעשה רק מתוך ערכי הבלוק המסומן ב-A.



שרטוט 3.3 - מבנה התמונה עבור קידוד הדיטר עם אדפטציה אחורית בכוון הסריקה.

Fig. 3.3 - Image structure for dither coding with backward adaptation in the scanning direction.

המדדים האובייקטיביים שנקבעו להערכת טיב השחזור היו:

1. השגיאה האבסולוטית הממוצעת : Mean Absolute Error - MAE .
  2. שורש השגיאה הריבועית הממוצעת: Root Mean Square Error - RMSE .
- נוסחאות הישוב השגיאות נתונות בנספח א.

תוצאות השחזור של תהליך הדיטר עם אדפטציה אחורית נבדקו עבור 16 טבלאות אדפטציה שונות. בטבלה 3.1 נתונות תוצאות שגיאת השחזור עבור הפעלת התהליך עם 5 תמונות עם טבלת האדפטציה שנתנה ברוב המקרים מדדים אובייקטיביים טובים משל השאר. תוצאות אלו מושוות גם לתוצאות המקבילות המושגות באמצעות אדפטציה קדמית. טבלת האדפטציה שבה היה שמוש נתונה בטבלה 3.2.

תמונה מס' אופן האדפטציה		I <sub>1</sub>	I <sub>2</sub>	I <sub>3</sub>	I <sub>4</sub>	I <sub>5</sub>
		אחורית	MAE	6.6	12.8	8.1
backward	RMSE	12.6	23.6	17.9	11.0	17.3
קידמית	MAE	5.9	10.0	6.6	4.0	5.4
forward	RMSE	9.0	15.7	11.7	6.0	8.5

טבלה 3.1 - השוואת שגיאות השיחזור בין אדפטציה קידמית ואחורית לתהליך הדיטר.

Table 3.1 - Reconstruction error comparison between forward and backward adaptation for dithering process.

		$\Sigma_{10-12}^1$ או $\Sigma_{3-5}^0$			
		0	1	2	3
$\Sigma_{0-2}^0$	0	-4/16	-2/16	-1/16	0
	או 1	1/16	2/16	8/16	1
$\Sigma_{13-15}^1$	2	1	24/16	+	+
	3	4	+	+	+

טבלה 3.2 - טבלת האדפטציה לתהליך הדיטר עם האדפטציה האחורית (+ מציין ערך מספיק גדול כך ש  $\hat{M}_0$  או  $\hat{M}_1$  יקבלו את ערכי הקצה  $S_0$  או  $S_1$  בהתאמה).  
 Table 3.2 - Adaptation table for the dithering process with backward adaptation (+ denotes a sufficient large value so that  $\hat{M}_0$  or  $\hat{M}_1$  will receive the extremum values  $S_0$  or  $S_1$  respectively).

בשני אופני האדפטציה בוצע השחזור לפיקסל מסוים רק על פי הפיקסלים השכנים לו והשייכים לאותו בלוק דיטר.

על פי התוצאות המדווחות ב[13], [12] מקבלים עבור התמונה  $I_1$  למשל  $MAE=5.6$   $RMSE=8.7$  כאשר השחזור לפיקסל מסוים מבוצע גם על פי פיקסלים שכנים השייכים לבלוקי דיטר שונים.

ניתן להשוות בין הביצועים גם על פי אכויות סוביקטיביות. התכונות הבולטות שהובחנו בתמונות עבורן בוצע תהליך האדפטציה האחורית היו:

א. בעיה באזורים בעלי שפות בעיקר בשפות הנצבות לכוון הסריקה - הדבר נגרם עקב השחיה של בלוק אחד לפחות בהחטגלות לערך החדש שלאחר שפה.

ב. מירקס של ריבועים הנובע מעצם שימוש בבלוקים  $4 \times 4$  לצורך תהליך הדיטר, בעיה זו בלטה גם ב-[12], [13], ולא תוקנה בשלב זה של העבודה.

ג. בעיה שתוקנה ביחס ל-[12], [13], היא חוסר החלקות של השיחזור באיזורים שהם יחסית לא פעילים. תיקון זה נבע מהעובדה ש  $\hat{M}_0$ ,  $\hat{M}_1$  לא היו מוגבלים מבחינת ערכיהם ל- 16 או 24 ערכים מסויימים, וכן מהעובדה שגודל התחום הדינמי המותר הצטמצם עד כדי  $\Delta_{min}=32$  לעומת תחום דינמי של 64 ב-[13].

כזכור ככל שמוקטן התחום הדינמי בשיטת הדיטר עם שחזור של "תהליך החצבעה" קטנה גם השגיאה (ובאיזורים לא פעילים שגיאת הקוונטיזציה בולטת לעין במיוחד).

באופן כללי היתה האיכות הסוביקטיבית של התמונות עבורן בוצע תהליך דיטר עם אדפטציה קידמית טובה במעט מעלו שהאדפטציה של תהליך הדיטר היתה אחורית. אך כזכור בשיטה הראשונה קצב באינפורמציה היה 1.25 bit/pel לעומת

1 bit/pel בשיטה המוצעת.

נבדקה גם השפעת  $\Delta_{min}$  הגודל המינימלי לתחום המשוערך, על תוצאת השחזור. השוואת התוצאות עבור מספר ערכים ל-  $\Delta_{min}$  נתונה בטבלה 3.3. כל התוצאות הן עבור טבלת האדפטציה שבטבלה 3.2 מטריצת Bayer והתמונה  $I_1$ .

$\Delta_{min} =$	16	24	32	48	64
MAE	6.7	6.6	6.6	6.7	7.0
RMSE	12.8	12.7	12.6	12.2	11.9

טבלה 3.3 - שגיאת השחזור עבור ערכי  $\Delta_{min}$  שונים.

Table 3.3 - Reconstruction error for different  $\Delta_{min}$  values.

מבחינה סובייקטיבית לא היה הבדל בין  $\Delta_{min}=48$  לבין  $\Delta_{min}=64$ . לעומת שני הערכים הקודמים נתן השימוש ב-  $\Delta_{min}=32$  וב  $\Delta_{min}=24$  תוצאות חלקות מעט יותר באיזורים הלא פעילים.

החיסרון העיקרי שהובחן כאשר היה שימוש בערכים קטנים של  $\Delta_{min}$  (24,32) ובעיקר (16) היה העלמם של פרטים קטנים.

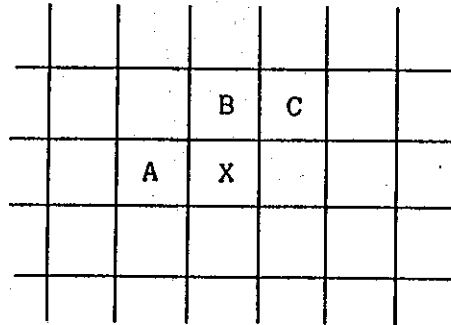
עיקר הקושי בשלב זה הוא מציאת טבלת האדפטציה אופטימלית בעיקר עקב הקושי בהגדרת הקריטריון לאופטימליות אם למשל נגדיר את טיב התגובה למדרגה כקריטריון לאופטימליות אזי חוסר הליניאריות של תהליך הדיטר ותהליך השחזור לא יבטיח כי תגובה אופטימלית למדרגה בגודל מסוים תהיה אופטימלית גם למדרגה בגודל שונה.

כמו כן תשובה זו תלויה במקום הופעת המדרגה ביחס לבלוק הדיטר - במקום כלשהו בתוך הבלוק או בדיוק בין שני בלוקים סמוכים. בכל אחד מהמקרים התגובה למדרגה תהיה שונה בתכלית. קושי נוסף הוא בהופעת מדרגה שלא בניצב לכיוון הסריקה.



3.2 שיערוך התחום הדינמי ממספר בלוקים סמוכים

בסעיף הקודם הוצגה שיטה בה אלגוריתם האדפטציה משתמש במידע מבלוק 4x4 יחיד הנמצא לפני הבלוק ובכוון הסריקה. למעשה ניתן להשתמש במידע על בלוקים נוספים שעבורם כבר התבצע תהליך הדיטר. בלוקים אלה אינם בחכרה מקבוצת השורות הנסרקת ושבה מבוצע תהליך הדיטר. נדגים זאת בשרטוט 3.4 שלהלן. הבלוק שאת גבולות התחום הדינמי שלו יש לשערך מסומן ב X. הבלוק הקודם לו בכיוון הסריקה מסומן ב-A. הבלוק השכן ל X בניצב לכיוון הסריקה מסומן ב-B וזה שאחריו - C.



שרטוט 3.4 - שיערוך התחום הדינמי מבלוקים שכנים נוספים.

Fig. 3.4 - Dynamic range estimation from additional neighbour blocks.

השיערוך מכיוון הבלוק B או הבלוק C לבלוק X יעשה לפי ההסבר שבסעיף הקודם: על פי ערכי  $\hat{M}_1, \hat{M}_0$  של בלוקים אלה ולפי מטריצת הערכים הבינריים של תהליך הדיטר עבור בלוקים אלה. ניתן להוכיח כי השיערוך של בלוק B עבור הבלוק C שאחריו הוא אותו שיערוך שיתן B עבור X, מכאן שמספיק לשמור את ערכי השיערוך  $\hat{M}_1, \hat{M}_0$  של כל קבוצת 4 שורות עבור קבוצת 4 השורות שתיסרק אחריה ואין צורך בחישובי השיערוך מחדש. נבדקו מספר אפשרויות שיערוך על פי ממוצע או מינימום/מקסימום בין שיערוכי הבלוקים השכנים. נסמן ב-  $\hat{M}_{1A}, \hat{M}_{0A}$  את השיערוך מהבלוק A לבלוק הבא, ב-  $\hat{M}_{1B}, \hat{M}_{0B}$  את השיערוך מהבלוק B לבלוק הבא ובצורה דומה  $\hat{M}_{1C}, \hat{M}_{0C}$ .

שלוש שיטות השיערוך עבור  $\hat{M}_1, \hat{M}_0$  התחום הדינמי של הבלוק X היו:

1. ממוצע בין שכנים:

$$\hat{M}_0 = (\hat{M}_{0A} + \hat{M}_{0B}) / 2 \tag{3.2}$$

בין שלוש השיטות היו בביצועי תהליך הדיטר והשחזור עבור איזורי שפות ועבור אזורים חלקים כלומר לא פעילים:  
א. השיערוך על פי ממוצע בין שכנים נתן תוצאות בינוניות עבור שני המדדים הטוביקטיביים הנזכרים.  
ב. השיטות ששיערכו על פי מינימום/מקסימום היו עדיפות באזורים בעלי שפות ובאזורים פעילים (שיטת המינימום/מקסימום בין 3 שכנים נתנה את התוצאות הטובות ביותר עבור קריטריון זה). עבור האיזורים הלא פעילים שתי השיטות האחרונות לא נתנו תוצאות מספקות.  
להמשך העבודה נבחרה שיטת מינימום/מקסימום בין שלושה שכנים בגלל המדדים האוביקטיביים הטובים יחסית וכן עקב העדיפות באדפטציה לשפות חדות ובשמירה על קווי השפה של התמונה ביחס לשיטות האחרות.

הערה לסעיף 3.2: ניתן להוסיף שכן נוסף לצורך השיערוך והוא השכן שלפני בלוק B בשרטוט 3.4. אולם עיקר הבעיה היא לשערך ארועים ברמות אפור שאנו עומדים להתקל בהם ולא כאלה שכבר עברנו ולכן בחירת הבלוק C לצורך השיערוך חיונית הרבה יותר.

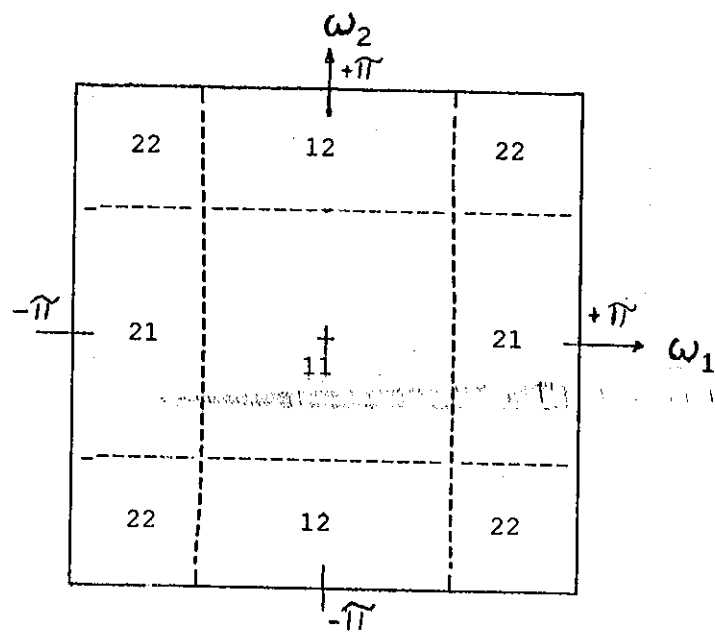
פרק 4: שיפור איכות התמונה על ידי פרום למרכיבי תדר וקידודם

מהתצפיות על האיכות הסוביקטיבית של התמונות המשוחררות בשיטות שנסקרו עד עתה אחת המסקנות העיקריות היא כי שיטת האדפטציה האחורית מתאימה יותר לתמונות בעלות פעילות נמוכה (כלומר תדרים מרחביים נמוכים יחסית).

בפרק זה נבדוק את התאמת אלגוריתם זה למערכות המפרקות תמונה לכמה מרכיבים ומקודדת אותם בנפרד כן נבחן את האפשרות לשיפור איכות התמונה עבור שיטת האדפטציה האחורית לדיטר המשולבת במערכת כזו.

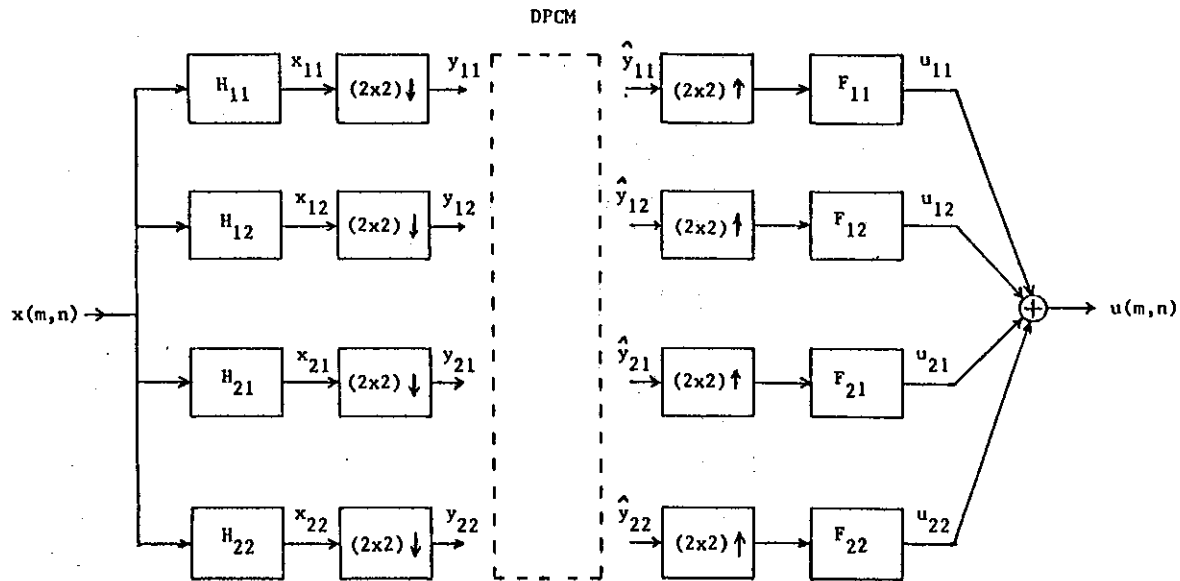
4.1 שיטות לפירוק התמונה לכמה מרכיבים וקידודם

אחת הגישות לפירוק תמונה היא הפרדתה למרכיבי התדר המרחבי וקידודם [15]. ניתן לחלק את התדרים המרחביים שבתמונה לארבעה אזורים כפי שמתואר בשרטוט 4.1. על מנת לקבל תמונות שהינן מוגבלות סרט לכל אחד מארבעת האיזורים-משתמשים בארבעה מסננים  $H_{22}(z_1, z_2) - H_{11}(z_1, z_2)$  המתוארים בשרטוט 4.2. אם המסננים אידאליים כל אחד מארבעת האותות  $x_{22} - x_{11}$  מוגבל לחצי מרוחב הסרט של האות המקורי בכל כיוון מרחבי. מכאן שניתן לבצע דצימציה ביחס של 2:1 בכל מימד ולקבל ארבעה תמונות,  $Y_{22} - Y_{11}$  בגודל רבע מתמונת המקור. לאחר קידוד מתאים לכל תת-סרט (Sub band) משוחררת התמונה על ידי אינטרפולציה וסינון על ידי  $F_{22}(z_1, z_2) - F_{11}(z_1, z_2)$  וכן סיכום ארבעת התמונות  $u_{22} - u_{11}$  לקבלת התמונה הסופית.



שרטוט 4.1 - חלוקת התדרים המרחביים בתמונה לארבעה תחומי תדר.

Fig. 4.1 - 4 band image spatial frequencies partition.



שרטוט 4.2 - סכימת המקודד והמשחזר בחלוקת תמונה למרכיבי התדר (מתוך [15]).

Fig. 4.2 - Encoder and decoder diagram for image partition to frequency components (from [15]).

ניתן להמשיך ולפרק כל אחד מארבעת אזורי התמונה שבשרטוט 4.1 שוב לארבעה אזורים מוגבלים לחצי מרוחב הסרט הקודם לבצע דצימציה ולקודד כל תת סרט בנפרד.

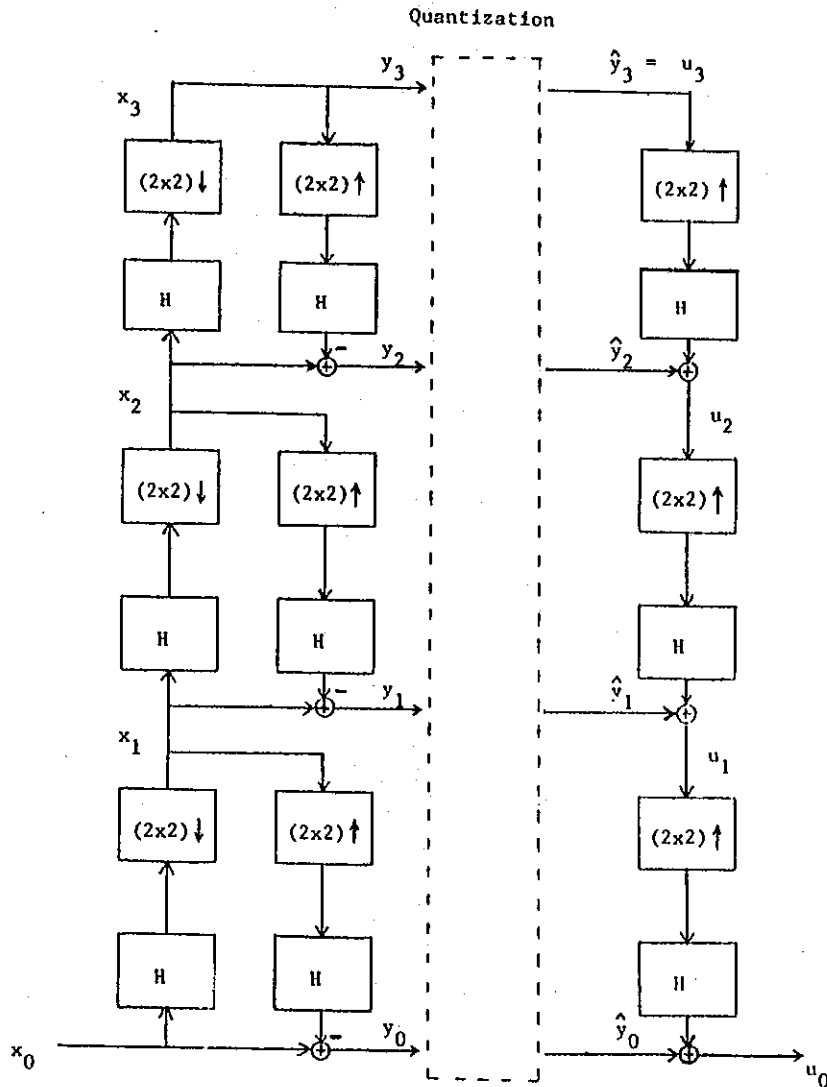
למעשה אם חוזרים על תהליך זה שוב ושוב מקבלים לבסוף חלוקה של התמונה לכל חדריה המרחביים - כלומר יבוצע קידוד ל Discrete Fourier Transform של התמונה.

ב[15] נבחרו ארבעת המסננים  $H_{11}(z_1, z_2)$  -  $H_{22}(z_1, z_2)$  (וכן גם  $F_{11}(z_1, z_2)$  -  $F_{22}(z_1, z_2)$ ) להיות מסוג (Quadrature Mirror Filters) על מנת למנוע שגיאות קיפול עקב הדצימציה. הקידוד המבוצע לכל תת תמונה הוא קידוד DPCM עם הקצאת סיביות אופטימלית בין תתי התמונות. לפי [15] עדיף קידוד DPCM לתתי הסרט על פני קידוד מסוג זה לכל התמונה מכמה סיבות:

א. צעדי הקוונטיזציה וכן מספר רמות הקוונטיזציה שונים ומתואמים לכל תת תמונה.

ב. החזאים ל DPCM שהם מעשית מסדר נמוך יהיו קרובים יותר לאופטימום במקרה של קידוד בתתי סרט.

גישה שונה מהקודמת לפירוק תמונה למרכיבים היא זו המתוארת ב[16] ונקראת גם גישת הפירמידה. שרטוט 4.3 מתאר את עיקרון הגישה.  $x_0$  היא התמונה המקורית, תמונה זו עוברת סינון בעל אופי של LP (Low Pass) ולאחר מכן מבוצעת דצימציה ביחס של 2:1 בכל ממד לקבלת  $x_1$ . פעולה זו מבוצעת מספר פעמים לקבלת  $x_i$  השונים. התמונות המקודדות אינן  $x_i$  אלא  $y_i$ , כאשר  $y_i$  היא תמונת ההפרש בין  $x_i$  לבין  $x_{i+1}$  שעברה אינטרפולציה וסינון. באופן זה מסלקים את הקורלציה בין הפיקסלים והתמונה המקודדת  $y_i$  בעלת קורלציה קטנה יותר מזו של  $x_i$ . יש לשים לב לעובדה כי  $y_0$  ההיא בגודל תמונת המקור,  $y_1$  בגודל רבע מזה וכך הלאה. זאת בניגוד לגישה הקודמת בה כל התמונות המקודדות היו בעלות גודל זהה וקטן מתמונת המקור.



שרטוט 4.3 - טכימת המקודד והמשחזר בפירוק התמונה למרכיבים (מתוך [16]).

Fig. 4.3 - Encoder and decoder diagram for image partition to components (from [16]).

הקידוד שבוצע כאן הוא קידוד PCM לכל  $y_1$ , כאשר מספר הרמות המיצגות של  $\hat{y}_1$  קטן מזה של  $y_1$ . כמו כן בוצעה דחיסת אנטרופיה לרמות המיצגות בהתאם לשכיחות הופעתן.

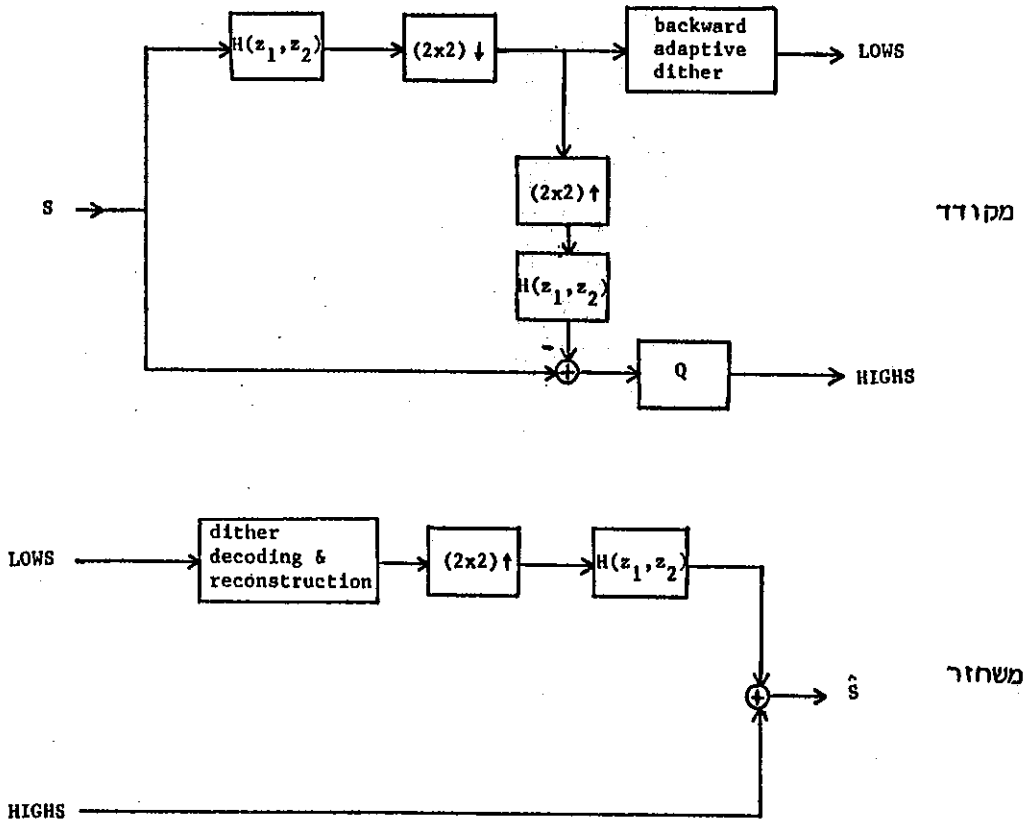
הדחיסה המושגת בשיטה זו נובעת מכך שלתמונה  $y_0$ , שגודלה כגודל  $x_0$ , שונות ואנטרופיה נמוכות מזו של  $x_0$ . וכך גם עבור  $y_1, y_2$  ו  $x_1, x_2$ . בהתאמה.

הבדל נוסף בין שתי הגישות הוא בכך שהמסננים  $H(z_1, z_2)$  בגישת הפירמידה לא תוכננו במיוחד לסינון תדרים כמו ב[15]. פרמטרי המסננים נבחרו בצורה כזו שיביאו את התמונות  $y_1$  לשונות ולאנטרופיה מינימליים. עיקרון דומה לזה מתואר גם ב[17] כאשר הקו המנחה שם היה דגימה בקצב נמוך וקוונטיזציה עדינה לאמפליטודות האות בתדרים המרחביים הנמוכים לעומת דגימה בקצב גבוה וקוונטיזציה גסה לאמפליטודות האות בתדרים המרחביים הגבוהים.

[16] וגם [17] מנצלים את חוסר הרגישות היחסי של העין לאי דיוק בפעולות אלה (רזולוציה נמוכה לתדרים נמוכים וקוונטיזציה גסה לתדרים גבוהים). ב[15] אין שימוש ישיר בתכונה זו של העין אך מושג שם שיפור נוסף באיכות התמונה כאשר מבצעים הקצאת סיביות לבלוקים בתוך כל תמונה בהתאם להשתייכותם לאחת משלוש הקטגוריות: פעיל, לא פעיל, שקט. בלוק משויך לקטגוריה מסוימת בהתאם לשונות של אותו בלוק.

4.2 קידוד דיטר לתדרים הנמוכים וקונטיזציה גסה לגבוהים

סכמת בלוקים ראשונה שנבדקה מתוארת בשרטוט 4.4. זהו מקרה פרטי של התהליך שהוצג בשרטוט 4.3 כאשר הקידוד לתדרים המרחביים הנמוכים נעשה באמצעות שיטת האדפטציה האחורית לתהליך הדיטר.



שרטוט 4.4 - פירוק התמונה לתדרים מרחביים, קידוד/שיחזור דיטר עם אדפטציה אחורית לתדרים הנמוכים.

Fig. 4.4 - Image partition to spacial frequencies, dither encoding/decoding with backward adaptation for the low frequencies.

המסנן  $H(z_1, z_2)$  הוא מסנן  $5 \times 5$  בעל ערכים דומים לאלה שנקבעו ב[16]:

$$\hat{h}(0) = a \quad h(m, n) = \hat{h}(m) \cdot \hat{h}(n)$$

$$\hat{h}(-2) = \hat{h}(2) = 1/4 - a/2, \quad \hat{h}(-1) = \hat{h}(1) = 1/4$$

פרמטר המסנן נקבע כ  $a=0.6$  על פי התוצאות שהתקבלו עבור מספר ערכים ב[16].

על התמונה המוקטנת ביחס 2:1 בכל כיוון בוצע תהליך דיטר עם אדפטציה אחורית ובלוקי דיטר בגודל  $4 \times 4$ .

תוצאת תהליך זה היא 1 bit/pel עבור התמונה המוקטנת או 1/4 bit/pel עבור התמונה המקורית.

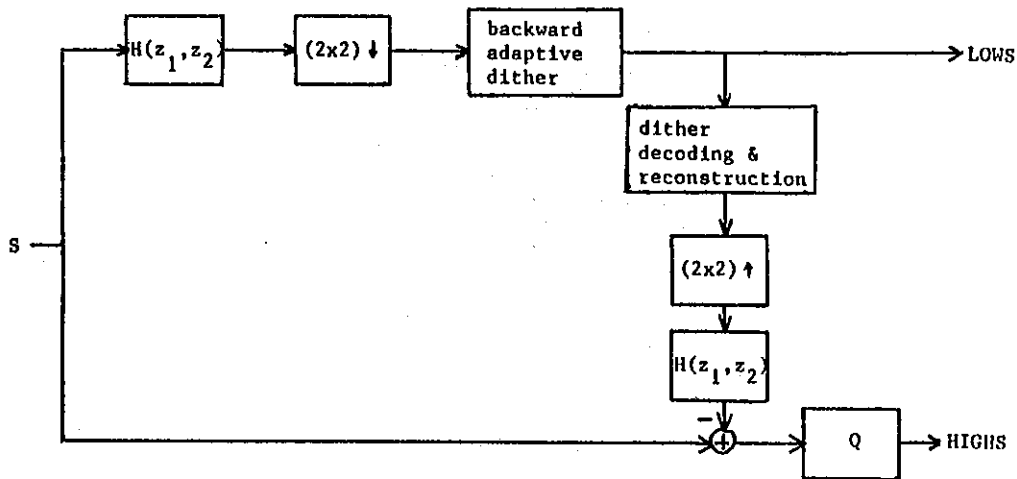
במשחזר בוצע תהליך הפיענוח והשחזור של שיטת הדיטר עם האדפטציה האחורית בדומה למוסבר בפרק 3.

התוצאות שהתקבלו עבור סכמה זו היו גרועות, זאת כיוון ששגיאות בתהליך האדפטציה או בתהליך השחזור שהיו קודם מוגבלות ל 4x4 פיקסלים גדלו עתה ל 8x8 פיקסלים עקב האינטרפולציה הדרושה.

גם כאשר התדרים הגבוהים הוספו לשחזור הנמוכים כמות שהם (ללא קוונטיזציה) התמונה נשארה בעלת איכות גרועה. תוצאה זו הביאה לשינוי בסכימת הבלוקים של המקודד על מנת לשפר את איכות התמונה.

4.3 קוונטיזציה של אות השארית והתדרים הגבוהים

העובדה שעיקר השגיאה בתהליך היתה בשחזור התדרים הנמוכים וכן העובדה שקיים מסלול נוסף, נותנת לנו יכולת להצפין את השגיאה שמכניס תהליך הדיטר יחד עם התדרים המרחביים הגבוהים. לשם כך יש צורך לבצע בשלב הקידוד את פיענוח ושחזור הדיטר שמבצע המפענח. הדבר יביא לסיבוב במערכת המקודד ולתוספת חמרה, אך אמור להפחית את שגיאת השחזור. סכמת הבלוקים של המערכת המוצעת מובאת בשרטוט 4.5 והיא כוללת את אותם מרכיבים כמו בשרטוט 4.4 בתוספת שלב הפיענוח והשחזור במקודד. בשיטה זו מבוצעת קוונטיזציה גסה לאות השארית והתדרים הגבוהים ולאחר מכן קידוד אנטרופיה לערכי המוצא של הקוונטייזר.



שרטוט 4.5 - סכמת המקודד בקידוד אות השארית יחד עם התדרים הגבוהים.  
Fig. 4.5 - Encoder diagram for encoding the residual signal with the high frequencies.

התברר שרק עבור 5 או יותר רמות ייצוג התקבלו תוצאות בעלות איכות טובה. אנטרופית רמות הייצוג במקרים אלה עלתה על 1.75 bit/pel. כך הצפנת פיקסל בתמונת המקור היתה כ 2 bit/pel.



תוצאות השחזור והדחיסה המושגות עבור קוונטיזצורים סימטריים בעלי 6 ו- 8 רמות ייצוג מובאות בטבלה 4.1. רמות הייצוג שנבחרו היו כאלה שנתנו תוצאות טובות עבור מספר תמונות. עבור 8 רמות ייצוג ניבדקו התוצאות ביחס לקוונטיזצור הסימטרי האופטימלי המתאים לתמונה  $I_1$ . איכות התמונה היתה דומה לזו שהתקבלה עם הקוונטיזצור ששימש לכלל התמונות. קידוד רמות הייצוג נעשה באמצעות צופן Huffman ([18]).

רמות הייצוג	אנטרופיית רמות הייצוג	קידוד Huffman לרמות הייצוג	סה"כ bit/pel	MAE	RMSE
6 רמות: $\pm 45, \pm 20, \pm 5$	2.14	2.23	2.48	4.5	9.7
8 רמות: $\pm 75, \pm 33, \pm 15, \pm 3$	2.44	2.5	2.75	3.6	7.0
8 אופטימליות: $\pm 105, \pm 44, \pm 16, \pm 4$	2.3	2.39	2.64	3.8	6.3

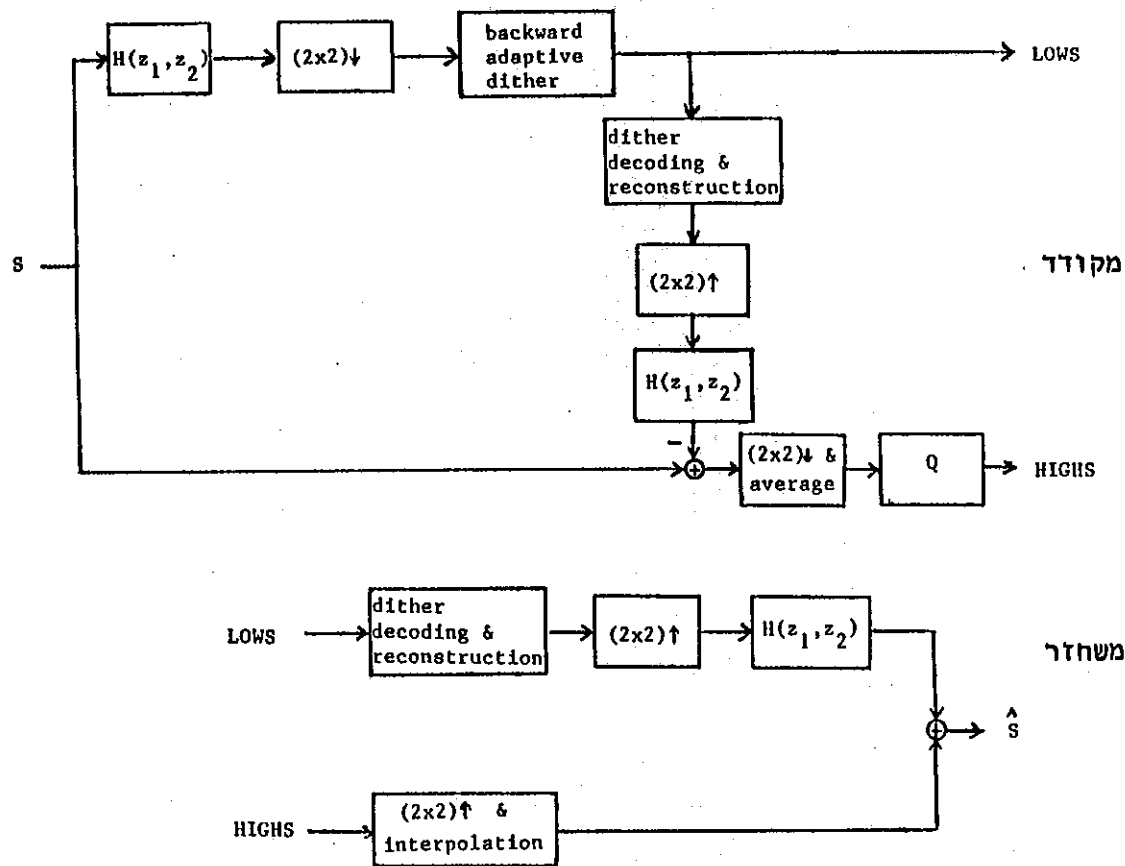
טבלה 4.1 - תוצאות השחזור והדחיסה בקידוד אות השארית יחד עם התדרים הגבוהים עבור התמונה  $I_1$ .

Table 4.1 - Reconstruction and compression results for encoding the residual signal with the high frequencies for the image  $I_1$ .

שיטה זו נתנה כאמור תוצאות טובות אולם יחס הדחיסה המושג לא היה מספק. על מנת להגדיל את יחס הדחיסה נבדקה סכמת הבלוקים המוצגת בשרטוט 4.6.

בשיטה זו בוצע מיצוע לבלוק  $2 \times 2$  של תמונת השארית והתדרים הגבוהים על מנת לקבל גירסה מוקטנת ביחס 2:1 בכל כוון. לתמונה מוקטנת זו בוצעה קוונטיזציה גסה ל 8 רמות ייצוג. באופן זה מובטח כי האינפורמציה תהיה 3 bit/pel עבור התמונה המוקטנת או 0.75 bit/pel עבור תמונת השארית בגודלה המלא. יחד עם אינפורמציה תהליך הדיטר שהיא 0.25 bit/pel נקבל 1 bit/pel עבור כל התמונה. במשחזור מבוצעת לכל פיקסל בתמונת השארית המוקטנת רפליקציה חזרה לבלוק  $2 \times 2$ .

בשיטה המתוארת מבוצע למעשה התהליך ברמה של  $2 \times 2$  פיקסלים תוך ניצול היתרות שקיימת בתמונות בגודל  $512 \times 512$ . תוצאות שגיאת השחזור עבור שיטה זו מוצגות בשורה הראשונה של טבלה .4.2

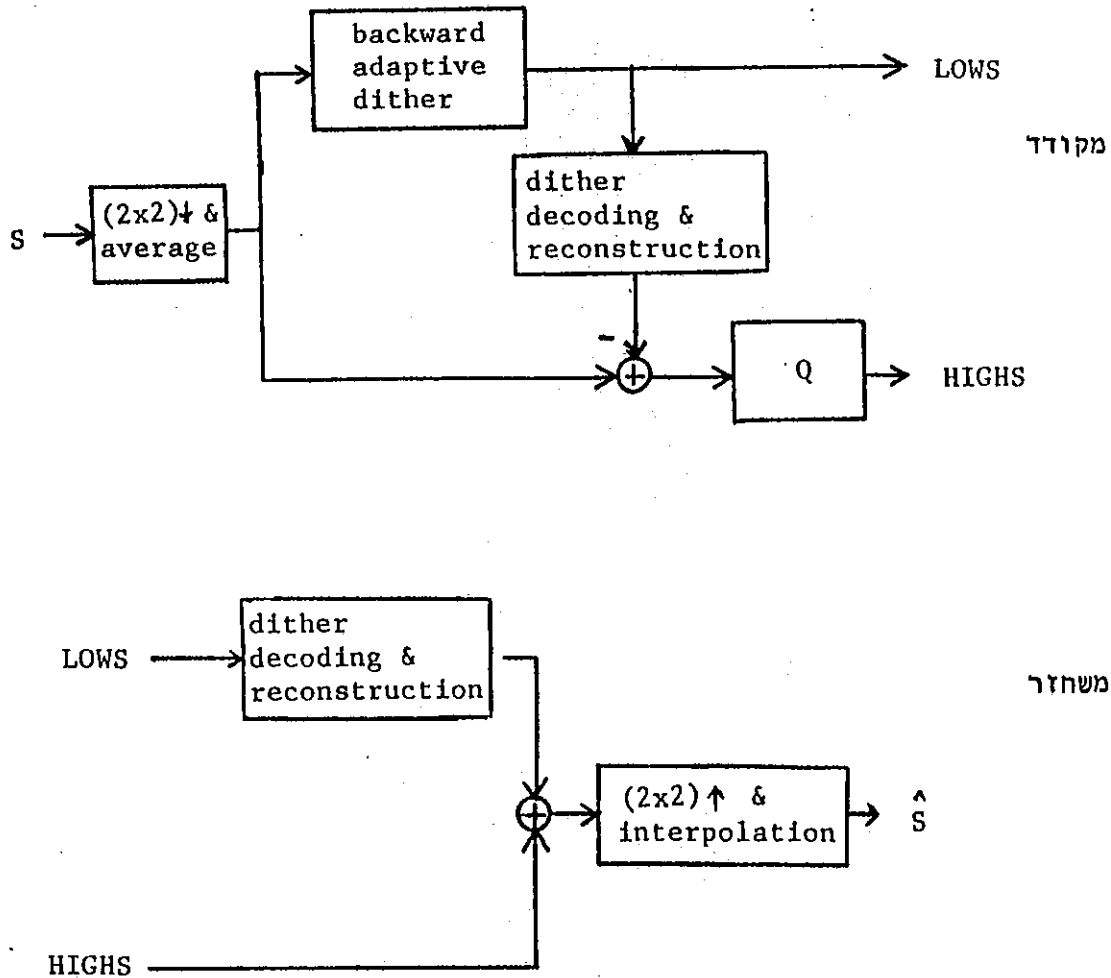


שרטוט 4.6 - סכמת המקודד והמשחזר לדחיסה נוספת של אות השארית והתדרים הגבוהים.

Fig. 4.6 - Encoder and decoder diagram for additional compression of the residual signal and the high frequencies.

בנוסף לשיטה הקודמת נבדקה גם סכמת הבלוקים המתוארת בשרטוט 4.7. בשיטה זו מבוצע מיצוע לבלוק  $2 \times 2$  בתמונת המקור ואחר כך קידוד הדיטר וקידוד אות השארית של התמונה המוקטנת. בשלב השחזור נבדקו שני סוגי אינטרפולציה: א. אינטרפולציה על ידי שכפול (Replication) ב. אינטרפולציה ביניארית. התוצאות שהושגו עבור שתי השיטות האחרונות היו טובות מאלו שהתקבלו בשיטה שברטוט 4.6. ההסבר האפשרי לכך: שגיאת שחזור הדיטר, שהיא אופיינית לבלוק דיטר מסוים, פוזרה בשיטה הראשונה על ידי המסנן  $H(z_1, z_2)$  על פני בלוקים סמוכים דבר

שגרים לקבלת היסטוגרמת שגיאה אחידה יותר מאשר בשתי השיטות האחרונות והקשה על תיקון השגיאה. על אף שהמדדים האובייקטיביים כאשר מבצעים אינטרפולציה בשיחזור על ידי שכפול טובים מאלה של אינטרפולציה בליניארית היתה התמונה האחרונה חלקה במעט. בשני הסוגים ניתן היה לאמר כי איכות התמונות עליהם הופעל האלגוריתם היתה טובה למדי.



שרטוט 4.7 - מבנה המקודד והמשחזר - דצימציה ואינטרפולציה ללא מסנן.  
Fig. 4.7 - Encoder and decoder diagram - decimation and interpolation without filtering.

טוג האינטרפולציה ומבנה המערכת	MAE	RMSE
עם סינון, שרטוט 4.6	5.8	9.1
שכפול, שרטוט 4.7	5.0	8.0
ביליניארית, שרטוט 4.7	5.3	8.9

טבלה 4.2 - תוצאות שגיאת השחזור עם קוונטיזציה לבלוק 2x2 של אות השארית.

Table 4.2 - Reconstruction error results for 2x2 block quantization of the residual signal.

בשלב הקוונטיזציה נוסה גם קוונטיזר "אופטימלי", שהתקבל מתוך היסטוגרמת אות השארית. הבעיה בקוונטיזר כזה היא בכך שהקוונטיזציה מבוצעת על ממוצע של בלוק 2x2 אבל השגיאה בסוף נמדדת עבור כל פיקסל ולפיכך הקוונטיזציה הזו אינה אופטימלית במובן המקובל של שגיאה ריבועית ממוצעת.

אף התוצאות הטוביקטיביות עבור רמות הייצוג שנבחרו ( $\pm 3, \pm 15, \pm 33, \pm 73$ ) כמו בשיטה שבשרטוט 4.5) היו טובות במעט מאלה של רמות הייצוג האופטימליות.

בשלוש שיטות הקידוד אינפורמצית רמות הקוונטיזר היתה כ- 2.4 bit/pel עבור התמונה המוקטנת, כלומר 0.6 bit/pel לגודל תמונת המקור. בתוספת אינפורמצית הדיטר טך כל האינפורמציה היה 0.85 bit/pel.

מהשוואת התוצאות עבור השיטות האחרונות עולה כי ניתן לשפר בשיטה יחסית פשוטה, ללא מסנן מיוחד, את שחזור תמונת הדיטר. הסיבוכיות העיקרית שנותרה היא ביצוע השחזור בשלב הקידוד.

פרק 5 : דחיסת תמונת הדיטר

5.1 גישות לדחיסת הפיקסלים של תמונת הדיטר

באמצעות שיטת הדיטר תמונה מרובת רמות אפור מותמרת לתמונת שתי רמות ולכן שיטת הדיטר עצמה נחשבת למעין שיטה לדחיסת תמונות. אולם לתמונת שתי הרמות עצמה קיימת יתרות וניתן לדחוס תמונה זו באמצעות קידוד מסוג run length . משרטוט 2.5 ניתן להבחין כי ערכי הספים במטריצת Bayer מסודרים כך שהפרש בין שני ספים שכנים יהיה גדול. עובדה זו גורמת לכך שלא נוכל לקבל רצפים ארוכים של פיקסלים בעלי ערך 0 או ערך 1 בתמונה הבינרית. מכאן ששיטות קידוד רגילות של run length כדוגמת MH (Modified Huffman) או MR (Modified READ) [19] המתאימות יותר לקידוד רצפים ארוכים לא יצלחו למטרת דחיסת תמונת הדיטר. למעשה, במקום לדחוס את תמונת הדיטר שיטות אלו יכפילו את כמות האינפורמציה המשודרת [20]. בספרות הנושא הוצעו מספר שיטות לקידוד תמונת הדיטר על מנת להתגבר על הבעיה שתוארה לעיל. שיטות אלו נסקרות להלן.

א. שיטת ה bit interleaving [21]:

בשיטה זו נאספים ומסודרים הפיקסלים של תמונת הדיטר בהתאם לערכי הספים ולמקומם היחסי. לאחר הסידור מחדש מקודדים הפיקסלים בשיטה של run length. העיקרון בסדר האיטוף הוא לעבור על תמונת הדיטר כך שנאטוף פיקסלים המתאימים לספים הקרובים עד כמה שאפשר בערכיהם ובמרחק ביניהם.

ב [21] השימוש היה בעיקר במטריצות Bayer בגודל 8x8 שהתקבלו על פי נוסחה (2.3) ופילוג אחיד של הספים. מטריצת הספים המתוארת ב[21] מובאת בשרטוט [5.1].

0	128	32	160	8	136	40	168
192	64	224	96	200	72	232	104
48	176	16	144	56	184	24	152
240	112	208	80	248	120	216	88
12	140	44	172	4	132	36	164
204	76	236	108	196	68	228	100
60	188	28	156	52	180	20	148
252	124	220	92	244	116	212	84

שרטוט 5.1 - מטריצת הספים עבור שיטת ה bit interleaving (מתוך [21]).

Fig. 5.1 - Threshold matrix for bit interleaving method (from [21]).

ב [21] היתה הבחנה בין שני אופנים לאיסוף הפיקסלים במטריצה כזו: במימד אחד ובשני מימדים.

1. 1D bit interleaving: באופן זה עוברים על המטריצה שורה אחר שורה. בשרטוט 5.2 מתוארת דוגמה לסדר האיסוף: מתחילים עם השורה הראשונה והפיקסל הראשון מדלגים על 3 פיקסלים ולוקחים את הבא וכך הלאה עד לסיום השורה. חוזרים ואוספים את הפיקסל השני מהשורה הראשונה וממשיכים בתהליך עד שמסיימים לאסוף את כל הפיקסלים שבשורה ועוברים לשורה הבאה. בדוגמה זו המרווח או ה interleaving length הוא 4 פיקסלים.

1	3	5	7	2	4	6	8
9	11	13	15	10	12	14	16
17	19	21	23	18	20	22	24
25	27	29	31	26	28	30	32
33	35	37	39	34	36	38	40
41	43	45	47	42	44	46	48
49	51	53	55	50	52	54	56
57	59	61	63	58	60	62	64

שרטוט 5.2 - סדר איסוף הפיקסלים בשיטת ה- 1D bit interleaving.  
Fig. 5.2 - Pixel grouping sequence for 1D bit interleaving.

2. 2D bit interleaving: סדר האיסוף הדו מימדי עבור מרווח של 4 מתואר בשרטוט 5.3. כאן נדרשים 16 מעברים במטריצה כאשר בכל מעבר נאסף פיקסל מכל תת מטריצה 4x4. במעבר הראשון נאספים כל ארבעת הפיקסלים המתאימים לסף הנמוך ביותר בכל תת מטריצה, אחריהם הפיקסלים המתאימים לסף הבא וכך הלאה.

בשרטוט 5.3 מסומנים 8 הפיקסלים הראשונים שנאספים בתהליך. לאחר האיסוף מקבלים רצפים ארוכים יותר של ערכי 0 או 1 והם מקודדים בשיטת run length המתוארת ב [21].

לפי המדווח ב [21] התוצאות הטובות ביותר התקבלו עבור מרווח של 4 פיקסלים.

בשיטת ה 1D bit interleaving התוצאות נעו בין 0.21 bit/pel לבין 0.5 bit/pel עבור התמונות השונות עם ממוצע אנטמבל של 0.354 bit/pel. בשיטת ה 2D bit interleaving התוצאות נעו בין 0.2 bit/pel לבין 0.48 bit/pel עם ממוצע אנטמבל של 0.323 bit/pel.

①	33	9	41	②	34	10	42
49	17	57	25	50	18	58	26
13	45	⑤	37	14	46	⑥	38
61	29	53	21	62	30	54	22
③	35	11	43	④	36	17	44
51	19	59	27	52	20	60	28
15	47	⑦	39	16	48	⑧	40
63	31	55	23	64	32	56	24

שרטוט 5.3 - סדר איסוף הפיקטלים בשיטת ה- 2D bit interleaving.  
 Fig. 5.3 - Pixel grouping sequence for 2D bit interleaving.

ב. סידור מחדש של מטריצת הספים:  
 שיטה זו שונה במעט מהקודמת. בשיטה זו במקום לשנות את סדר המעבר על התמונה הבינרית משנים את הספים על מנת לקבל רצפים ארוכים של ערכי 0 או 1. אחת האפשרויות שנבחנו ב[22] היא סידור מחדש של שתי מטריצות ספים עוקבות כמתואר בשרטוט 5.4 א.

Block A	Block B	Block A	Block B
0 4 8 12   15 11 7 3		0 1 2 3   3 1 2 0	
1 5 9 13   14 10 6 2		4 5 6 7   7 6 5 4	
2 6 10 14   13 9 5 1		8 9 10 11   11 10 9 8	
3 7 11 15   12 8 4 0		12 13 14 15   15 14 13 12	

ב 5.4

א 5.4

שרטוט 5.4 - סידור מחדש של סדר הספים במטריצת הדיטר.  
 Fig. 5.4 - Duthier matrix threshold reorder.

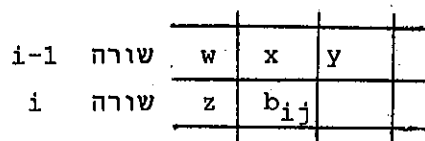
עבור מטריצות עם סידור מחדש תוצאות הדחיסה נעו בין 0.383 bit/pel לבין 0.661 bit/pel כאשר קודדו על ידי מקודד 1-D המוצע על ידי CCITT ובין 0.475 bit/pel לבין 0.701 bit/pel עם סידור הספים שבשרטוט 5.4 ב. וקידוד על ידי מקודד 2-D. כמו כן נבדקו ב [22] אפשרויות לסידור

מטריצות ספים בגדלים של  $8 \times 2$  ו-  $16 \times 1$  אולם תמונת הדיטר המתקבלת במקרים אלה היא בעלת איכות ירודה.

ג. קידוד לפי מודל מרקובי:

בשיטת קידוד זו משערכים את הערך הבינרי של הפיקסל הנוכחי על פי ערכי הפיקסלים הבינריים השכנים הקודמים ומקודדים את שגיאת השיערוך (בחישוב מודולו-2). ב[23] מתחשבים לא רק בערכי הפיקסלים השכנים אלא גם בערך הסף המתאים לפיקסל שאת ערכו משערכים.

לדוגמה בשרטוט 5.5 יש לשערך את ערכו הבינרי של הפיקסל  $b_{ij}$ , שכניו מסומנים  $w, x, y, z$  וערכיהם ידועים גם למפענח כיוון שפיקסלים אלו כבר קודדו. ערך הסף המתאים ל  $b_{ij}$  הוא  $D(i, j)$ .



שרטוט 5.5 - הגדרת מצב לשיערוך ערך  $b_{ij}$  (מתוך [23]).

Fig. 5.5 - State definition for pixel prediction (from [23]).

המצב המיוחס ל  $b_{ij}$  מוגדר על ידי החמישייה  $Q = (D(i, j), w, x, y, z)$  ל  $D(i, j)$  16 ערכים שונים ו-  $w, x, y, z$  הינם בינרים. מכאן שמספר המצבים האפשרי הוא 256. אוסף המצבים מסומן על ידי  $\{Q_k\}, k=1 \dots 256$ . כאשר  $k$  הוגדר ב[23] בצורה הבאה:

$$k = D(i, j) + 8w + 4x + 2y + z + 1$$

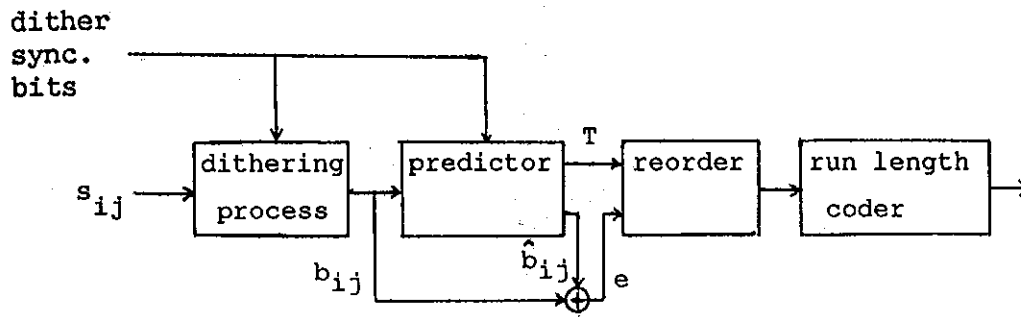
השיערוך עבור פיקסל ניתן מתוך טבלת חיזוי באופן הבא:

$$PCB(Q_k) = \begin{cases} 0 & \text{if } p(b_{ij} = 0/Q=Q_k) \geq 0.5 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

כאשר  $PCB(\cdot)$  היא טבלת החיזוי (Predictor Code Book) ו-  $p(\cdot/\cdot)$  ההסתברות המותנית לכך שערך פיקסל יהיה 0 או 1 במצב  $Q_k$ . ב[23] הסתברות זו נמדדה בצורה ניסויית על פני כמה תמונות. לאחר השיערוך מבוצע קידוד run length לשגיאת השיערוך. כאשר השתמשו בטבלת חיזוי שנבנתה בהתאם להסתברויות המותנות של תמונות הדיטר שיש לדחוס - התוצאות נעו בין  $0.3 \text{ bit/pel}$  ל-  $0.45 \text{ bit/pel}$ .



בנוסף לכך נבדקה ב[23] סכימת קידוד המבוססת גם על סידור הערכים המשוערכים בהתאם לטיב השיערוך. סכימה זו מתוארת בשרטוט 5.6.



שרטוט 5.6 - מבנה המקודד לתמונות דיטר (על פי [20] ו-[23]).

Fig. 5.6 - Encoder structure for dithered images (from [20] and [23]).

בשיטה זו מופקת שגיאת השיערוך,  $e$  על ידי פעולת EXCLUSIVE-OR בין ערכו של הפיקטל  $b_{ij}$  לשיערוך  $\hat{b}_{ij}$ . ערכו של  $\hat{b}_{ij}$  מתקבל מתוך טבלת החיזוי לפי הנוסחה עבור  $PCB(Q_k)$ . במהלך קבלת רצף הערכים הבינריים של  $e$  מבוצע להם סידור מחדש בהתאם לטיב השיערוך. כל מצב  $Q$ - מבין 256 המצבים מסווג לאחד משני הסוגים: "טוב" או "גרוע" וזאת בהתאם להסתברות שגיאת השיערוך  $T$ , גם הסתברות זו נמדדת בצורה ניטויית. אם המצב מוגדר כ"טוב" מכניסים את ערך שגיאת השיערוך מצד שמאל של זיכרון החיץ עד אשר נתקלים במצב המוגדר כ"גרוע" ואז מכניסים את ערך שגיאת השיערוך מצד ימין של הזיכרון כך עד לסיום טריקת השורה ומילוי הזיכרון. באופן זה מגדילים את הרצפים על מנת לקבל ביצועים טובים יותר ממקודד ה- run length. הדחיסה המושגת בשיטה זו נעה בין 0.25 bit/pel ל- 0.39 bit/pel.

בשיטה שתוארה להלן חשובה בחירת הפיקטלים שעל פיהם משערכים את ערך הפיקטל הנוכחי. כיוון שהאנטרופיה המרקובית עצמת חלויה בבחירת אותם פיקטלים אף אם מספרם נשאר קבוע. צורה אחרת לבחירת הפיקטלים נבחנה ב[24]. שם נבחרו הפיקטלים ששימשו כמשערכים בהתאם לקירבת סף הדיטר שלהם לסף הדיטר של הפיקטל המשוערך ולא דווקא על פי שכנותם כמו ב[23], ארבעת הפיקטלים שנבחרו לצורך השיערוך היו, בדומה לשיטה הקודמת, כאלה שכבר קודדו וערכיהם ידועים למפענח. שני פיקטלים מתוך הארבעה היו הפיקטלים הקרובים ביותר לפיקטל המשוערך ובעלי סף זהה לו, שני הפיקטלים האחרים היו שני הפיקטלים הקרובים ביותר בעלי סף הגדול ב-1 או הקטן ב-1 מהסף של הפיקטל המשוערך. גם כאן ההשתמשו בטבלת חיזוי עבור המצבים השונים ותוצאות הדחיסה עבור אותן תמונות נעו בין 0.22 bit/pel ל- 0.4 bit/pel. כאשר השתמשו בסווג המצבים ל"טוב" ו"גרוע" עם שימוש במערכת הדומה לזו שבשרטוט 5.6 תוצאות הדחיסה נעו בין 0.19 bit/pel לבין 0.38 bit/pel.

בטבלה 5.1 מרוכזות תוצאות הדחיטה המדווחות ב [21]-[24] עבור שיטות הקידוד שתוארו בסעיף זה. לצורך ההשוואה שימשו 3 תמונות שונות בגודל 512x512 שנדגמו במקור עם 256 רמות אפור ואחר הושוו לספי הדיטר כדי לקבל את תמונת הדיטר הבינרית.

מס' על פי מאמר	תאור השיטה	אורך קוד - bit/pel		
		I	II	III
1	[21] 1D bit interleaving	0.37	0.50	0.27
2	[21] 2D bit interleaving	0.33	0.48	0.22
3	[22] סדור מחדש למטריצה 4x4 וקדוד 1D	0.395	0.661	0.383
4	[22] סדור מחדש למטריצה 4x4 וקדוד 2D	0.514	0.701	0.475
5	[23] קדוד run length עם טבלאות חזוי נפרדות לכל תמונה	0.317	0.409	0.286
6	[23] קדוד run length עם טבלת חזוי יחידה	0.317	0.446	0.303
7	[23] קדוד run length עם סדור "טוב", "גרוע" וטבלאות חזוי נפרדות	0.259	0.367	0.225
8	[23] קדוד run length עם סדור "טוב", "גרוע" וטבלת חזוי יחידה	0.278	0.393	0.253
9	[24] כמו ב-5, הפיקסלים המשערכים נבחרים בהתאם לטף	0.221	0.396	0.214
10	[24] כמו ב-6, הפיקסלים המשערכים נבחרים בהתאם לטף	0.228	0.403	0.216
11	[24] כמו ב-7, הפיקסלים המשערכים נבחרים בהתאם לטף	0.196	0.376	0.187
12	[24] כמו ב-8, הפיקסלים המשערכים נבחרים בהתאם לטף	0.202	0.380	0.191
13	[26] קדוד בלוקי הדיטר - * 2D Pattern Matching	0.40	0.61	0.28

I - Karen

II - Engineering drawing

III - House

טבלה 5.1 - השוואת אורך הקוד המושג בשיטות הקידוד השונות.  
Table 5.1 - Code length comparison for different encoding methods.

\* שיטת ה- Pattern Matching תואר במהלך הסעיפים הבאים.

## 5.2 דחיסת בלוקי הדיטר

כל השיטות לדחיסת תמונת הדיטר שנסקרו בסעיף הקודם מסתמכות בצורה משמעותית ביותר על ערכי הספים ביחס למיקומם במטריצת הדיטר. שיטות אלה לא יתאימו בצורה טובה לדחיסת תמונת הדיטר עם הקוונטיזציה האדפטיבית על שתי צורותיה, הקידמית והאחורית. זאת מכיוון שבשני האופנים סדר הספים בכל בלוק נשאר קבוע אך ערכי הספים משתנים מבלוק לבלוק בהתאם לאדפטציה לתחום הדינמי המקומי. מכאן שכל התיחסות לסף על פי מיקומו בלבד (כפי שנעשה בשיטות הדחיסה שתוארו) לא תהיה נכונה כאשר הסף נמצא בבלוק שכן. הגישה שננקטה כאן לצורך דחיסת תמונת הדיטר היא דחיסת בלוקי הדיטר, כלומר, אירגון התמונה בבלוקי דיטר של  $4 \times 4$  פיקסלים וקידוד הבלוק כיחידה אחת. הגישה הזו מוזכרת בקצרה וללא פירוט לראשונה ב[25], ומאוחר יותר ב[26]. התוצאות שהוגשו ב[26] עבור התמונות II, I ו-III נתונות בשורה התחתונה של טבלה 5.1. כפי שניתן להיווכח תוצאות אלה נחותות מאלו המושגות בשיטות הדחיסה שתוארו בסעיף 5.1.

בפרק זה נציג שיטת קידוד חדשה לבלוקי הדיטר שתשפר את יחס הדחיסה כאשר יש לקודד את בלוקי הדיטר ללא עוות וכן נציג שיטה חדשה לדחיסה באמצעות מילון כאשר מאפשר עוות.

### 5.2.1 קידוד באורך קבוע עם עוות

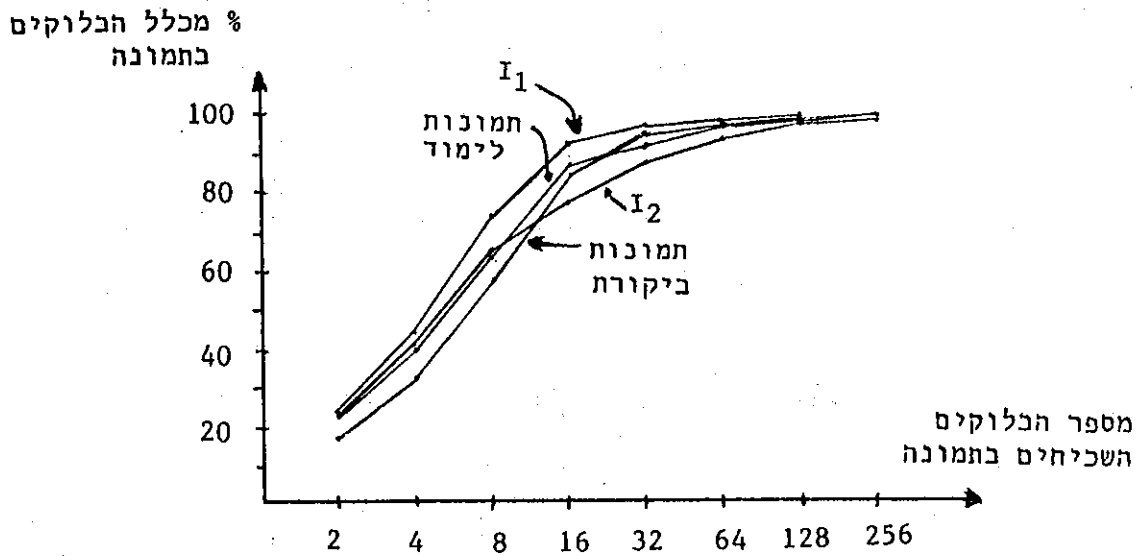
מספר הבלוקים הבינריים בגודל  $n \times m$  השונים האפשריים הוא  $2^{m \cdot n}$ . עבור בלוקי דיטר בינריים בגודל  $4 \times 4$  מספר הבלוקים השונים האפשרי הוא  $2^{16} = 65536$ . אולם לא כל האפשרויות אכן מופיעות בתמונות דיטר, כמו כן בין הבלוקים המופיעים ההתפלגות אינה אחידה. כבר ב[25] הובחן כי הבלוקים השכיחים ביותר הינם אלה המתקבלים כאשר קיימת רמת אפור קבועה באותו בלוק דיטר, זאת עבור בלוקי דיטר בגודל  $2 \times 2$ . שאר הבלוקים הינם בעלי שכיחות יחסית נמוכה. נקודה נוספת שניתנת לניצול היא העובדה ששיטת הדיטר מכניסה עוות לתמונת הדיטר, סביר להניח כי החלפה של מספר בלוקי דיטר בבלוקי דיטר "קרובים" אליהם לא תגרום לעוות ניכר נוסף.

שתי הנקודות שצויינו לעיל מאפשרות לכן דחיסה נוספת של תמונת הדיטר. ראשית נבדקה הסטטיסטיקה של מספר תמונות על ידי חישוב השכיחות היחסית של הופעת בלוקי הדיטר השונים. בשרטוט 5.7 מתואר גרף ההסתברות המצטברת של הופעת בלוקי הדיטר ביחס למספר הבלוקים הכללי בתמונה, כאשר הבלוקים לכל תמונה סודרו בסדר יורד של השכיחות.

העקומה עבור "תמונות לימוד" התקבלה מתוך הסטטיסטיקה הממוצעת של 5 תמונות הדיטר שהתקבלו מתוך התמונות  $I_5 - I_1$ . התמונות  $I_5 - I_1$  שימשו בפרק זה כאוסף מייצג של תמונות לצורך קביעת סטטיסטיקה מייצגת לכל התמונות האפשריות. באופן דומה העקומה עבור "תמונות ביקורת" התקבלה על פי הסטטיקה הממוצעת של 5 תמונות הדיטר שהתקבלו מתוך 5 התמונות  $I_{10} - I_6$ .

משרטוט 5.7 ניתן להוכיח כי 32 הבלוקים השכיחים ביותר בתמונה תופשים מעל 85% מכלל הבלוקים הן בתמונות הבודדות  $I_1$ ,  $I_2$  והן בסטטיסטיקה הממוצעת של 5 תמונות הלימוד ו-5 תמונות הביקורת.

כמו כן 16 הבלוקים השכיחים ביותר מהווים כ-80% ויותר מכלל הבלוקים. מבדיקת 16 הבלוקים השכיחים ביותר בתמונות הלימוד והביקורת כצפוי עלה כי אלו הבלוקים המאופיינים על ידי רמת אפור קבועה באותו בלוק דיטר. למעשה 16 רמות הסף של מטריצת הספים יכולות לתת אינדיקציה ל-17 רמות אפור קבועות על פני המטריצה ואמנם גם 17 הבלוקים השכיחים ביותר בתמונות הלימוד והביקורת יחד היו אלו המאופיינים על ידי רמת אפור קבועה.



שרטוט 5.7 - השכיחות היחסית של הבלוקים בתמונות הדיטר כפונקציה של מספר הבלוקים השונים השכיחים ביותר.

Fig. 5.7 - The relative frequency of the blocks in dither images as a function of the number of the most frequent different blocks.

שיטת קידוד בלוק דיטר על ידי צופן באורך קבוע מתבססת על אחזקת מילון של  $M=2^N$  בלוקי דיטר כאשר כל בלוק מיוצג על ידי צרוף של  $N$  סיביות. כאשר יש לקודד בלוק מתמונת הדיטר יש לחפש במילון את הבלוק בעל הקירבה הגדולה ביותר על פי מידת מרחק מסוימת והקוד יהיה  $N$  הסיביות המייצגות את הבלוק הקרוב ביותר.

בשיטה זו קצב האינפורמציה עבור בלוקים בגודל  $n \times m$  יהיה

$$r = \frac{\log_2 M}{n \cdot m} = \frac{N}{n \cdot m} \text{ bit/pel} \quad (5.1)$$

ב[26] נבחנה גישה זו של מילונים כאשר מידת המרחק שבה היה שימוש הוא מרחק Hamming. עבור שני בלוקים בינריים  $B, \hat{B}$ , מוגדר מרחק Hamming ביניהם באופן הבא:

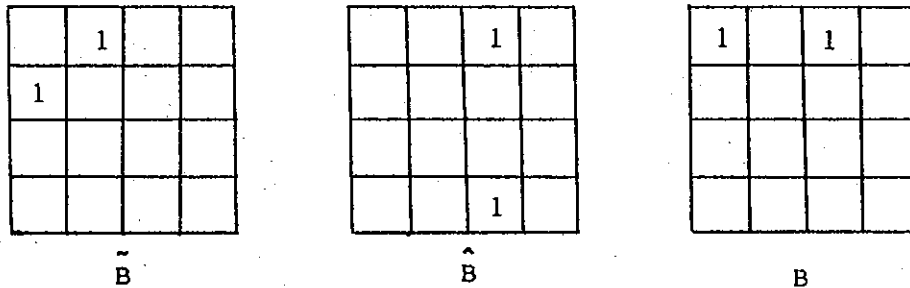
$$d_H(B, \hat{B}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \delta_H(b_{ij}, \hat{b}_{ij}) \quad (5.2)$$

כאשר

$$\delta_H(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \neq y \\ 0 & \text{if } x = y \end{cases} \quad (5.3)$$

כאשר  $b_{ij}$  ו-  $\hat{b}_{ij}$  הינם האלמנטים של  $B$  ו-  $\hat{B}$  בהתאמה.

השימוש במידת מרחק זו בהקשר של תמונות דיטרי אינו אופטימלי כיוון שאינו משקף היטב את רגישות העין להבדל בין שני בלוקי דיטר. בשרטוט 5.8 מתוארים שלושה בלוקי דיטר  $B, \hat{B}$  ו-  $\tilde{B}$ . אם נחשב את מרחקי Hamming בין  $\hat{B}$  ו-  $\tilde{B}$  ל-  $B$  נקבל  $d_H(B, \tilde{B})=4$ ,  $d_H(B, \hat{B})=2$ . על פי מידת מרחק זו הבלוק הקרוב ביותר מבין  $\tilde{B}, \hat{B}$  ל-  $B$  הוא  $\hat{B}$  למרות שטובייקטיבית נראה שדווקא  $\tilde{B}$  הוא הקרוב ל-  $B$ .



שרטוט 5.8 - דוגמה לבלוקי דיטר לצורך השוואת מידות מרחק.

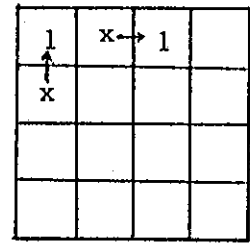
Fig. 5.8 - Dither blocks example for distance measure comparison.

אחת ממידות המרחק שנותנת ביטוי טוב יותר לרגישות טובייקטיבית זו היא שיטת ההתאמה המביאה למינימום של ה city block distance (או ל- chess board distance מינימלי) [39], [40]. בשיטה זו מרחק בין שני בלוקים הוא טכום

המרחקים בין כל שני פיקסלים בעלי ערך '1' שהותאמו זה לזה משני הבלוקים. המרחק בין שני פיקסלים הוא מרחק ה-city block המוגדר באופן הבא:

$$\delta_{CB}(b_{ij}, \hat{b}_{kl}) = |i-k| + |j-l| \quad (5.4)$$

כאשר  $b_{ij}$  ו- $\hat{b}_{kl}$  הינם שני פיקסלים בעלי ערך '1' ב  $B$  וב  $\hat{B}$  שהותאמו זה לזה. בשרטוט 5.9 מתוארת ההתאמה בין הפיקסלים שערכם '1' ב  $B$  לאלו שערכם '1' ב  $\hat{B}$  המביאה ל city block distance מינימלי בין שני הבלוקים. בדוגמה זו מקבלים  $d_{CB}(B, \hat{B})=2$  בעוד  $d_{CB}(B, \tilde{B})=5$ .



שרטוט 5.9 - ההתאמה בין פיקסלים של  $B$  ו- $\hat{B}$  (הפיקסלים שערכם '1' ב  $\hat{B}$  מסומנים ב 'x').

Fig. 5.9 - Matching between pixels of  $B$  and  $\hat{B}$  (the pixels with '1' value in  $\hat{B}$  are denoted with 'x').

אחת האינטרפטציות למידת מרחק זו היא "כמות האנרגיה" שיש להשקיע על מנת להעביר בלוק בינרי מצורתו המקורית לצורה שניה שאליה נמדד המרחק. על פי הקשר זה המרחק בין שני פיקסלים צריך להיות המרחק האוקלידי ביניהם אך לשם הפשטות משתמשים במרחק ה-city block. כפי שראינו השימוש במידת מרחק זו משקף טוב יותר מרחק טובייקטיבי בין שני בלוקים בינריים אולם מימוש מעורר מספר בעיות. אחת מהן היא מספר ההתאמות שיש לבדוק כדי למצוא את ההתאמה המביאה למרחק מינימלי, על מנת למצוא את המרחק בין שני בלוקים בינריים המכילים  $n$  פיקסלים שערכיהם '1' - יש לבדוק  $n!$  התאמות שונות. בעיה אחרת היא הישוב המרחק בין שני בלוקים המכילים מספר שונה של פיקסלים שערכיהם '1', כפי שמודגם בשרטוט 5.10 א. לבעיה זו מוצעים כמה פתרונות. אחד מהם היא הכפלת פיקסלים בבלוק בו חסרים פיקסלים כמודגם בשרטוט 5.10 ב. פיתרון שני הוא השמטת פיקסלים בבלוק בו יש עודף פיקסלים ותשלום "קנס" קבוע עבור כל פיקסל שהושמט כמודגם בשרטוט 5.10 ג. פיתרון נוסף הוא הכפלת כל הפיקסלים בשני הבלוקים כך שנקבל שני בלוקים בעלי מספר זהה של פיקסלים כמודגם ב 5.10 ד.

		1	
	1		1
	x	x	

5.10 א.

		1	1
	1	1	
	x	x	x
	x	x	x

5.10 ד.

	1		1
	x	x	

5.10 ג.

		1	
	1		1
	x	x	

5.10 ב.

שרטוט 5.10 - הכפלות והשמטות פיקסלים כאשר מספר הפיקסלים שערכם '1' בשני הבלוקים אינו שווה (הפיקסלים שערכם '1' בבלוק השני מסומנים ב 'x').

Fig. 5.10 - Pixel multiplication and omission in the case of unequal number of '1' value pixels in two blocks (the pixels with '1' value in the other block are denoted with 'x').

עד כאן תוארה שיטה לקביעת מרחק בין בלוקי דיטר המועדפת על פני מרחק Hamming עקב התאמה טובה יותר לשיפוט הסובייקטיבי. סיבה נוספת לכך שמרחק Hamming אינו מתאים היא עקב השחזור המבוצע במקרים האדפטיביים, במקרים אלו חשובה תוצאת השחזור של בלוקי הדיטר ולא דווקא בלוקי הדיטר הבינריים עצמם. לפיכך מידת המרחק השנייה שנבדקה היא מרחק בין הבלוקים המשוחזרים. מידת מרחק זו מוגדרת כדלהלן: יהיו  $\hat{S}$  ו-  $\tilde{S}$  בלוקי שחזור הדיטר של הבלוקים  $\hat{B}$  ו-  $\tilde{B}$  בהתאמה אזי

$$d_R(\tilde{B}, \hat{B}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (\tilde{s}_{ij} - \hat{s}_{ij})^2 \quad (5.5)$$

כאשר  $\tilde{s}_{ij}$  ו-  $\hat{s}_{ij}$  הינם אלמנטים של  $\tilde{S}$  ו-  $\hat{S}$  בהתאמה. יש להדגיש כי המרחק או השגיאה נמדדים בין בלוקי השחזור ולא בין בלוק השחזור לבלוק רמות האפור המקורי.

בוצעו מספר ניסויים להשוואת מידות המרחק השונות עם מילונים בגודל 32, 64, 16 ו-8 בלוקים שכיחים ביותר. בטבלה 5.2 מסוכמות תוצאות ההשוואה בין גדלי המילון השונים עבור גירסת הדיטר של התמונה  $I_1$  כאשר המילון הוא של הבלוקים

השכיחים ביותר על פי הסטטיסטיקה הממוצעת של 5 תמונות הלימוד. קצב האינפורמציה חושב על פי נוסחה 5.1, כלומר:  $r = N/16 \text{ bit/pel}$ . השורה "לא טיפוסיים" מציינת כמה מבין כלל הבלוקים של התמונה לא נמצאו בין  $2^N$  הבלוקים השכיחים ביותר של תמונות הלימוד.

$M=2^N$ גודל המילון	64	32	16	8
קצב האינפורמציה $r=\text{bit/pel}$	0.375	0.313	0.25	0.188
מסי בלוקים לא טיפוסיים, בסוגריים באחוזים	231 (1.4)	686 (4.1)	1509 (9.2)	9327 (57)
סכום מרחקי CB (city block)	552	1911	4748	42034
מרחק MSE בין השחזורים	10.5	33.3	83.6	749.9
סכומי מרחקי Hamming	254	803	1887	14146

טבלה 5.2 - השוואה בין גדלי מילון שונים ומידות מרחק שונות לדחיסת בלוקי הדיטר עבור תמונת הדיטר של  $I_1$ .

Table 5.2 - Comparison for different dictionary sizes and different distance measures for dither block compression of the dither image of  $I_1$ .

השורות עבור מרחקי CB ו-Hamming מכילות את סכום מרחקי הבלוקים של כל התמונה ואילו השורה עבור מרחק MSE מכילה את המרחק הממוצע לפיקסל בין שתי התמונות.

בחינת התוצאות הסובייקטיביות של מידות המרחק השונות העלתה את ההבחנות הבאות:

מילון של 64 בלוקים - אין כמעט הבדלים בין תמונות הדיטר שנדחסו עם מידות המרחק השונות לבין תמונת הדיטר של המקור.

מילון של 32 בלוקים - הבדלים קלים ביותר בין תמונות הדיטר השונות לבין תמונת הדיטר המקורית, ניתן לאמר כי איכות התמונות שנדחסו על ידי המילון דומה לזו של תמונת הדיטר המקורית. מבדיקה של קטעי תקריב (zoom) של תמונות הדיטר אין עדיפות ברורה לשימוש במידת מרחק מסוימת על פני האחרות.

מילון של 16 בלוקים - הבדלים קטנים אך מורגשים בין התמונות השונות לבין תמונת הדיטר המקורית. בבדיקת קטעי תקריב של התמונות ניתן להבחין כי



השימוש במידת מרחק ה- CB ואף מידת מרחק ה MSE של השחזור נתן תוצאות טובות במעט מאלו של השימוש במרחק Hamming.

מילון של 8 בלוקים - איכות כל התמונות הייתה גרועה, התופעה המתקבלת דומה לזו של קוונטיזציה גסה בתמונות רגילות. ניתן לאמר כי התמונות אינן קבילות אף כתמונות דיטר.

נבדקו גם תמונות נוספות ביניהן מקבוצת תמונות הדיטר המשמשות כבקורת והתוצאות הסובייקטיביות היו דומות בעיקרן לאלו שתוארו לעיל, כלומר - השימוש במילונים בני 64 ו- 32 בלוקים נתן תוצאות דומות באיכותן למקור, השימוש במילון בין 16 בלוקים נתן תוצאות סבירות עם עדיפות קלה בשימוש במידת מרחק ה CB .

5.2.2 חיפוש מילון בלוקים אופטימלי בשיטה איטרטיבית

ניתן להסתכל על בעיית דחיסת בלוקי הדיטר באמצעות מילון כעל בעיית קוונטיזציה בלוקים או קוונטיזציה וקטורים (VQ-Vector Quantization). נושא זה נבחן כבר על ידי Shannon בהקשר של תורת קצב העוות. בשנים האחרונות חלה התעוררות בתחום זה בעיקר עקב השימושים בדחיסת אותות דיבור ותמונות, פורסמו מאמרים ומחקרים רבים בנושאים אלו וסקירה לכך ניתן למצוא ב [27].

התכונה שנדרוש ממילון טוב של בלוקים מייצגים למרחב כלל הבלוקים היא עוות ממוצע מינימלי. אם נגדיר:

$$\hat{B} = q(B) \tag{5.6}$$

כלומר  $\hat{B}$  הוא הבלוק המייצג של  $B$  בהתאם לקוונטיזציה  $q$ . שהגדרנו, אזי העוות הממוצע של הקוונטיזר יהיה:

$$D(q) = E[d(B, \hat{B})] \tag{5.7}$$

כאשר  $d$  היא מידת מרחק אי שלילית בה אנו משתמשים. ביצוע מינימיזציה ל (5.7) דורש את ידיעת הסטטיסטיקה של בלוקי הדיטר  $B$ , אולם במקרה שלנו, כמו במקרים רבים אחרים, לא נמצא מודל סטטיסטי לתאור ההסתברויות. הגישה המעשית לפיתרון בעיית מציאת המילון האופטימלי תהיה שימוש בסדרת לימוד מספיק ארוכה ומציאת מינימום לעוות הממוצע של סדרת הלימוד. במקרה שלנו שמשו כסדרת לימוד בלוקי הדיטר של קבוצת 5 תמונות הלימוד  $I_5 - I_1$ .

קוונטיזר הבלוקים האופטימלי המביא למינימום את העוות הממוצע צריך לקיים שני תנאים הכרחיים.

תנאי 1: בהינתן  $2^N$  בלוקי המילון המייצגים  $\hat{B}$ , המיפוי מכלל הבלוקים  $B$  ל  $\hat{B}$  יהיה מיפוי שיביא למינימום בעוות הקוונטיזציה, כלומר, לכל  $B \in \mathcal{B}$  יש לבחור  $\hat{B}$  כך שנקבל את המינימום

$$d(B, q(B)) = \min_{\hat{B} \in \hat{\mathcal{B}}} d(B, \hat{B}) \tag{5.8}$$

מיפוי זה מ  $B$  ל-  $\hat{B}$  מגדיר חלוקה של מרחב הבלוקים  $\mathcal{B}$ , כאשר קבוצת כל הבלוקים הממופים לאותו בלוק מייצג מהווים מעין תא (cell).

תנאי 2: כאשר נתונים תאי החלוקה, אזי עבור כל תא שהבלוק המייצג שלו הוא  $\hat{B}$  לא קיים אף בלוק מייצג אחר  $\tilde{B}$  כך ש:

$$E[d(B, \hat{B}) | q(B) = \hat{B}] > E[d(B, \tilde{B}) | q(B) = \hat{B}] \quad (5.9)$$

שני תנאים אלה הינם המפתח לאלגוריתם למציאת מילון או קוונטיזציית בלוקים אופטימלית. גישה כזו הוצעה כבר על ידי Lloyd [29] עבור קוונטיזציה סקלרית והורחבה על ידי Buzo, Linde ו-Gray [28] לקוונטיזצייה וקטורית או קוונטיזציית בלוקים. האלגוריתם לתיכנון VQ נודע על פי שמם של שלושת האחרונים - אלגוריתם ה-LBG. העובדה שניתן לבצע אופטימיזציה למיפוי, כלומר לחלוקה, כאשר נתונים  $2^N$  הבלוקים המייצגים וכן לבצע אופטימיזציה לבלוקים המייצגים כאשר נתונה החלוקה היא הבסיס לאלגוריתם האיטרטיבי - אלגוריתם ה-LBG. בדומה לאלגוריתם האחרון מוצע להלן אלגוריתם איטרטיבי לתיכנון לחכנון מילון שיתאים למקרה הבינרי:

(0) אתחול: קבל את המילון ההתחלתי  $\tilde{A}_0$  בן  $2^N$  הבלוקים המייצגים  $\tilde{A}_0 = \{\tilde{B}_i; i=1 \dots 2^N\}$ .

קבל את ההסתברויות האמפיריות של בלוקי הדיטר מתמונות הלימוד -  $p(B)$ .

קבע את  $\epsilon$  - סף השיפור בעוות ( $\epsilon \geq 0$ )

קבע  $m=0$  ו-  $D_{-1} = \infty$ .

(1) חפש חלוקה למינימום עוות: בהנתן  $\tilde{A}_m = \{\tilde{B}_i; i=1 \dots 2^N\}$

מצא חלוקה למינימום עוות  $\pi(\tilde{A}_m) = \{\pi_i; i=1 \dots 2^N\}$  אם  $B \in \pi_i$  או  $d(B, \tilde{B}_i) \leq d(B, \tilde{B}_1)$  לכל  $i$ .

(2) חישוב העוות:

$$D_m = \sum_{B \in B} p(B) \min_{\tilde{B}_i \in \tilde{A}_m} d(B, \tilde{B}_i)$$

אם  $(D_{m-1} - D_m) / D_m \leq \epsilon$  עצור

ו-  $\tilde{A}_m$  הוא מילון הבלוקים המייצג הסופי.

(3) חפש את המילון האופטימלי לחלוקה הנוכחית:

עבור החלוקה  $\pi(\tilde{A}_m)$ :

עבור כל  $\pi_i$  חפש את הבלוק המייצג  $\tilde{B}_i$ :

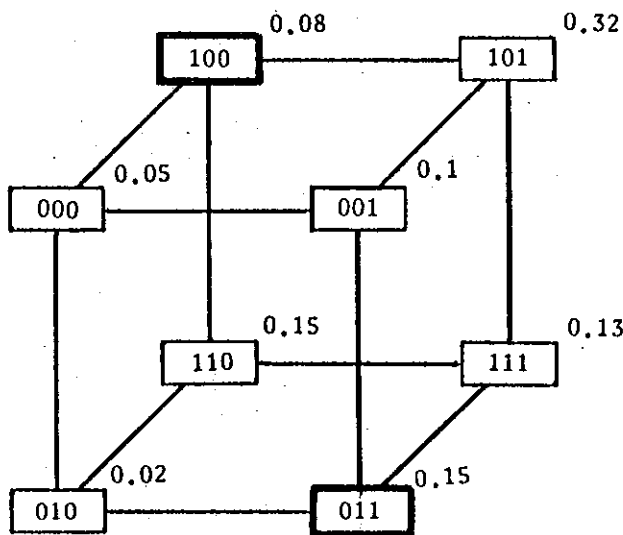
$$\text{אם } \tilde{B} \in B \text{ ואם } \hat{B} \in B \text{ לכל } \tilde{B} \in \pi_i \text{ ו-} \hat{B} \in \pi_i \text{ אזי } \sum_{\tilde{B} \in \pi_i} p(B)d(\tilde{B}, B) \leq \sum_{\hat{B} \in \pi_i} p(B)d(\hat{B}, B)$$

אזי  $\tilde{B} \rightarrow \hat{B}_i$

וחזור ל (1)  $m+1 \rightarrow m$

### 5.1 דוגמה

בדוגמה זו תומחש הפעולה האיטרטיבית של האלגוריתם על וקטורים בינריים בני 3 סיביות כאשר מילון הוקטורים המייצגים מכיל 2 וקטורים ומידת המרחק היא מרחק Hamming. בשרטוט 5.11 מתוארים 8 הוקטורים בצורה מרחבית כאשר ליד כל וקטור מצוינת הסתברות הופעתו. בצורת תאור זו מרחק Hamming בין שני וקטורים הוא מספר הקשתות המינימלי המפריד בין שני קודקודים המייצגים וקטורים בינריים.

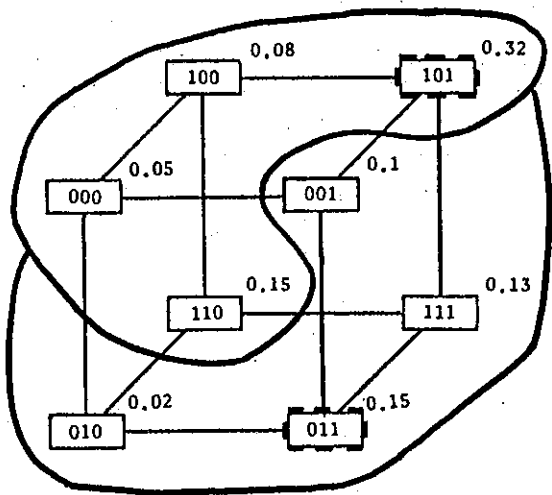


שרטוט 5.11 - דוגמה להפעלת אלגוריתם ה-LBG על וקטורים בינריים - שלב התחול.

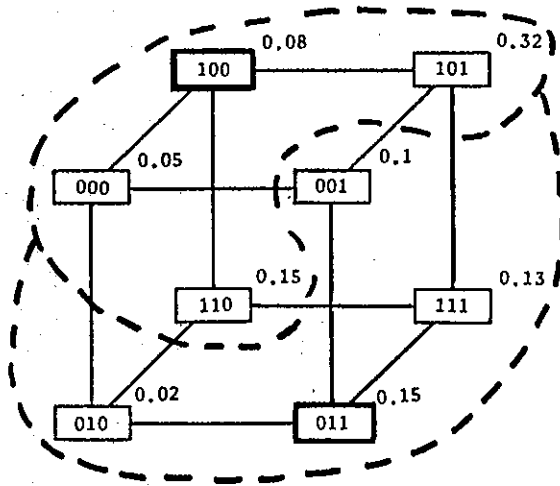
Fig. 5.11 - Example for the activation of the LBG algorithm - initialization stage.

שני הוקטורים המהווים את המילון ההתחלתי הינם 100 ו- 011 והם מסומנים בשרטוט 5.11 בהדגשה. החלוקה האופטימלית לאחר הפעלת שלב (1) באלגוריתם עבור וקטורים אלה מתוארת בשרטוט 5.12 א. לאחר שלב זה העוות הממוצע יהיה:  $D=0.32+0.05+0.15+0.13+0.1+0.02=0.77$

מפעילים את שלב (3) באלגוריתם ומוציאים כי הוקטורים המייצגים האופטימליים לחלוקה הקודמת הינם 101 ו- 011 המסומנים בהדגשה בשרטוט 5.12 ב.



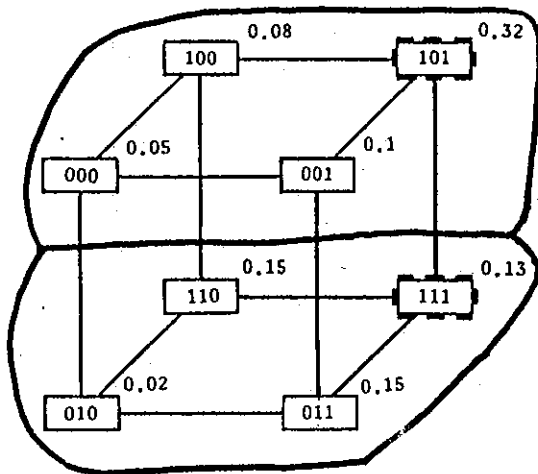
ב 5.12



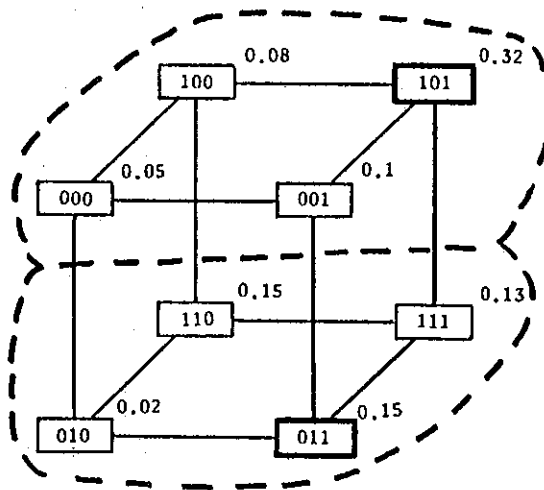
א 5.12

שרטוט 5.12 - איטרציה ראשונה באלגוריתם.

Fig. 5.12 - First iteration of the algorithm.



ב 5.13



א 5.13

שרטוט 5.13 - איטרציה שניה באלגוריתם.

Fig. 5.13 - Second iteration of the algorithm.

בשרטוט 5.13 מתוארת הפעלת איטרציה נוספת של האלגוריתם כאשר ב- 5.13 א מתוארת אחת מהחלוקות האופטימליות עבור שני הוקטורים המייצגים.

העוות הממוצע יהיה:  $D=0.08+0.1+2\cdot 0.05+0.13+0.02+2\cdot 0.15=0.73$

וניתן לראות כי קיימת הפחתה בעוות ביחס לאיטרציה הקודמת.

הוקטורים המייצגים הטובים ביותר עבור שלב זה הינם 101 ו- 111 המסומנים בהדגשה בשרטוט 5.13 ב.

החלוקה שתבוצע באיטרציה השלישית עבור וקטורים מייצגים אלו תהיה דומה לזו שבשרטוט 5.13 א.

העוות הממוצע יהיה:  $D=0.08+0.1+2\cdot 0.05+0.15+0.15+2\cdot 0.02=0.62$

מאחר שקיבלנו חלוקות זהות בשתי האיטרציות האחרונות גם הוקטורים המייצגים יהיו זהים באיטרציות האחרונות ובפעם הבאה שיחושב העוות נקבל שוב  $D=0.62$ . מאחר שאין שינוי ביחס לעוות הקודם האלגוריתם יעצר עם וקטורים מייצגים 101 ו- 111 ומיפוי או חלוקה כפי שמתואר בשרטוט 5.13 ב.

קיימות מספר נקודות להשוואה בין אלגוריתם ה LBG המקורי לבין האלגוריתם המוצע עבור המקרה הבינרי:

1. בשני המקרים כל צעד באלגוריתם מוריד את העוות הממוצע או משאירו ללא שינוי.
2. המילון הסופי שהוא תוצאת האלגוריתם אינו בהכרח האופטימלי. באלגוריתם ה LBG קיימים מספר תנאים מתמטיים המבטיחים אופטימום מקומי [30]. במקרה הבינרי עקב הדיסקרטיזציה הגסה אין למקומיות את המשמעות הרגילה כבמקרה הרציף.
3. באלגוריתם ה LBG עקב מרחב הוקטורים הרציף וקטור מייצג אופטימלי של חלוקה מטוימת הוא מרכז הכובד (centroid) של החלוקה. במקרה הבינרי מידת מרחק מוגדרת רק מוקטור בינרי לוקטור בינרי ולכן למרכז הכובד אין כלל משמעות. הפועל היוצא מכך - בצעד (3) של האלגוריתם יש לסרוק את כל הוקטורים הבינריים על מנת למצוא את האופטימלי עבור חלוקה ולא ניתן לחשב את מרכז הכובד של החלוקה.
4. בשני האלגוריתמים המילון הסופי תלוי במידה רבה בבחירת המילון ההתחלתי. עבור אלגוריתם ה LBG - קיימים כמה אופני בחירת מילון התחלתי שלא יסקרו כאן בהרחבה, בהם:
  - א. מילון התחלתי אקראי.
  - ב. מילון התחלתי הכולל את  $2^N$  הוקטורים הראשוניים של סדרת הלימוד.
  - ג. מילון המהווה קוונטיזר יוניפורמי.
  - ד. שיטת ה"פיצול" ("splitting").

עבור האלגוריתם הבינרי ניתן להתאים את שיטות א-ב בעוד ל ג-ד אין את אותה משמעות במרחב הנדון לעומת המרחב הרציף שאליה מותאמות שיטות אלה במיוחד. שיטה ב אינה מועדפת עבור אלגוריתם ה LBG המקורי [28] כיוון

שברוך כלל קיימת קורלציה גבוהה בין וקטורים רצופים ולכן  $2^N$  הבלוקים הראשונים לא יהיו מספיק מפוזרים במרחב.

5. בשני האלגוריתמים קיימת בעיה של תאים ריקים, כלומר, באיזו שהיא איטרציה של האלגוריתם עלולים לקבל חלוקה שאין בה וקטורים. הפיתרונות המוצעים ב[28] הינם:

א. השמטת התא והוקטור המייצג שלו והמשך האלגוריתם. בכך אין פגיעה בתוצאה הסופית של העוות.

ב. הצבת הוקטור המייצג מהאיטרציה הקודמת כוקטור מייצג לתא הריק.

ג. הרצה מחדש של האלגוריתם עם מילון התחלתי שונה.

בוצעו מספר הרצות של האלגוריתם עבור הסטטיסטיקה של 5 תמונות הלימוד כאשר מידת המרחק בה היה שימוש היא מרחק MSE בין בלוקי השחזור של הבלוקים הבינריים.

נבדקו גדלי מילון של 64, 32 ו-16 ועבור כל אחד מגדלי המילון נבדקו שלוש אפשרויות למילונים התחלתיים:

א. מילון של הבלוקים השכיחים ביותר בתמונות הלימוד.

ב. מילון של הבלוקים השכיחים ביותר בתמונות הביקורת.

ג. מילון של בלוקים אקראיים (נוסו שני מילונים עבור כל גודל מילון).

תוצאות העוות הממוצע של המילונים השונים מרוכזות בטבלה 5.3. בכל גדלי המילון בהם המילון ההתחלתי היה של הבלוקים השכיחים ביותר של תמונות הלימוד התבצעה איטרציה אחת בלבד של האלגוריתם והמילון הסופי היה גם המילון ההתחלתי - כלומר, גם לא היה שינוי בעוות הממוצע.

בגדלי המילון בהם המילון ההתחלתי היה של הבלוקים השכיחים ביותר של סדרות הביקורת התבצעו שתי איטרציות עבור מילונים בגודל 64 ו-16 ושלוש איטרציות עבור 32. כפי שניתן לראות מטבלה 5.3 עבור גדלי מילון

של 32 ו-16 בלוקים המילון הסופי נתן עוות ממוצע נמוך יותר מזה של המילון המכיל את הבלוקים השכיחים ביותר של תמונות הלימוד. מסתבר אם כן כי המילון של  $2^N$  הבלוקים השכיחים ביותר אינו בהכרח המילון האופטימלי.

כאשר המילונים ההתחלתיים היו מילונים אקראיים התבצעו בין 8 איטרציות (למילון בגודל 16) ל-17 איטרציות (למילון בגודל 64). תוצאות המילון הסופי גרועות בהרבה מאלו של המילונים הסופיים הקודמים אם משווים מילונים בגודל זהה.

מספר הבלוקים שבמילון		64	32	16
בלוקים במילון ההתחלתי	עוות			
שכיחים ביותר מתמונות הלימוד	מילון התחלתי	26.7	73.3	132.5
	מילון סופי	26.7	73.3	132.5
שכיחים ביותר מתמונות הביקורת	מילון התחלתי	32.1	74.9	139.4
	מילון סופי	29.1	67.6	128.8
אקראיים (1)	מילון התחלתי	2534.4	4008.9	4506.9
	מילון סופי	166.1	179.6	271.7
אקראיים (2)	מילון התחלתי	1761.9	2148.5	4629.8
	מילון סופי	103.1	125.9	433.8

טבלה 5.3 - עוות ממוצע לפיקסל לפי מידת MSE לגדלי מילון שונים עבור מספר מילונים התחלתיים וסופיים של אלגוריתם LBG הבינרי.

Table 5.3 - Average distortion per pixel with MSE measure for different dictionary sizes for number of initial and final dictionaries of the binary LBG algorithm.

טיפול בתאים ריקים: תחילה נוסחה הגישה של השארית הבלוק המייצג של החלוקה כבלוק המייצג לאיטרציה הבאה אולם הובחן כי חלוקות כאלה נותרו ריקות עד לסיום האלגוריתם. הגישה השניה שנוסחה היתה לקיחת בלוק מייצג חדש - במקרי המילונים האקראיים נבחר בלוק חדש בצורה אקראית ובמקרים של הבלוקים השכיחים נבחר הבלוק השכיח ביותר מבין הבלוקים השכיחים שעדיין לא השתתפו במילון, במילים אחרות כשהיה צורך "נשלף" הבלוק השכיח הבא "ממאגר" הבלוקים השכיחים.

במקרים בהם המילון ההתחלתי היה של הבלוקים השכיחים של תמונות הלימוד לא היו כלל תאים ריקים.

במקרים בהם המילון ההתחלתי היה של הבלוקים השכיחים של תמונות הביקורת היה מספר בודד (2 למילון של 64 ו-1 למילונים של 32 ו-16) של תאים ריקים במהלך האלגוריתם אך אף לא תא ריק בסיום.

במקרים בהם המילון ההתחלתי היה של בלוקים אקראיים היה מספר רב יחסית של תאים ריקים, גם במהלך האלגוריתם וגם במילון הסופי. עבור מילונים סופיים בגודל 64 למשל היו במקרה אחד 16 תאים ריקים ובמקרה השני 12 תאים ריקים. עבור המילונים בגודל 16 היה בסיום תא ריק אחד בלבד.



עובדה זו של המצאות תאים ריקים תרמה לעוות הממוצע הגבוה של המילונים הסופיים. נוספה לכך העובדה שהבלוקים שייצגו תאים שאינם ריקים לא היו מספיק מוצלחים.

נקודה מעניינת נוספת שהתגלתה היא חוסר הרגישות בבחירת סף השיפור בעוות -  $\epsilon$ . ניתן היה לבחון את  $\epsilon$  מספיק קטן (0.01% בהרצות אלו) ואפילו כ-0 והאלגוריתם הגיע לידי עצירה, זאת מכיוון שבכל המקרים המילונים בשתי האיטרציות האחרונות היו זהים ולכן גם לא היה שיפור בעוות הממוצע. עקב הדיסקרטיזציה הגסה של המרחב הבינרי שבו אנו מטפלים לא קיימת בעיית ההתכנסות שקיימת במרחב הרציף ומכאן שהאלגוריתם יעצור לאחר מספר סופי של איטרציות.

מבדיקת תוכנו של מילון 16 הבלוקים הטוב ביותר שנמצא עולה כי 15 מהבלוקים המייצגים שלו הינם מבין רשימת 16 השכיחים ביותר של תמונות הלימוד ובלוק נוסף הוא ה-17 בסדר השכיחויות. עובדה זו מטבירה את הקרבה בתוצאות הסופיות בין מילון זה למילון של 16 השכיחים ביותר. מילון 32 הבלוקים הטוב ביותר שנמצא כולל 26 בלוקים מייצגים מבין 32 השכיחים ביותר ועוד 6 בלוקים הנמצאים בתחום 33-66 בסדר השכיחויות של בלוקי תמונות הלימוד.

מילון 64 הבלוקים הטוב ביותר שנמצא כולל את 64 הבלוקים השכיחים ביותר של תמונות הלימוד.

מסתבר אם כן כי הבלוקים השכיחים ביותר לא תמיד מהווים את המילון האופטימלי - עבור סטטיסטיקה מסוימת זו של תמונות הלימוד ועבור מידת המרחק בה השתמשנו. למרות זאת בחירה אינטואיטיבית זו של מילון הכולל את הבלוקים השכיחים ביותר הינה מספיק טובה שכן כפי שראינו המילונים הטובים ביותר שנמצאו חופפים במידה רבה את המילונים המורכבים מהבלוקים השכיחים ביותר.

## 5.2.3 קידוד באורך משתנה ללא עוות

כפי שנאמר בפתיחת סעיף 5.2.1 התפלגות בלוקי הדיטר אינה אחידה. ראשית, מספר הבלוקים השונים המופיע בתמונה הוא מצומצם, ושנית - השכיחות של הבלוקים המופיעים אינן שוות. ב [26] נעשה שימוש רק בעובדה הראשונה לדחיסת תמונת הדיטר. בטעיף זה נראה כי בשיטת קידוד פשוטה למדי באורך משתנה ניתן לבצע דחיסה משמעותית נוספת של בלוקי תמונת הדיטר.

הגישה ב [26] הייתה לבצע מעבר מכין על תמונת הדיטר ולזהות את הבלוקים השונים בתמונה. לאחר מכן אורגן מילון שכלל את הבלוקים השונים של התמונה. מילון זה שודר למשחזר ובהמשך תהליך הקידוד היה משותף למקודד ולמשחזר. קידוד בלוקי תמונה הדיטר נעשה על ידי ציון האינדקס המתאים לבלוק מתוך המילון. חישוב קצב האינפורמציה על פי [26] היה כדלהלן: נסמן ב  $C_D$  את מספר הבלוקים השונים בתמונת דיטר בגודל  $N \times M$  פיקסלים ובלוקים בגודל  $n \times m$  פיקסלים. שידור המילון צורך  $C_D \cdot n \cdot m$  bit וביחס לתמונה בגודל  $M \times N$ :  $C_D \cdot n \cdot m / (N \cdot M)$  bit/pel.

שידור בלוק צורך  $\lceil \log_2 C_D \rceil$  bit וביחס למספר הסיביות בבלוק:  $\lceil \log_2 C_D \rceil / (n \cdot m)$  bit/pel. טך הכל קצב האינפורמציה הוא:

$$r = \frac{C_D \cdot n \cdot m}{N \cdot M} + \frac{\lceil \log_2 C_D \rceil}{n \cdot m} \text{ bit/pel} \quad (5.10)$$

תוצאות הדחיסה של שיטה זו מופיעות כאמור בטבלה 5.1.

בשיטות דחיסה עם קוד באורך משתנה מקצים מילות קוד ארוכות לאלמנטים שהסתברות הופעתם נמוכה ומילות קוד קצרות לכאלה שהסתברותם גבוהה. בשיטה המוצעת נסדר תחילה את בלוקי הדיטר של התמונה המקודדת לפי סדר שכיחותם ונמספרם, כאשר הבלוק השכיח ביותר יקבל את האינדקס 1 הבא אחריו 2 וכך הלאה. בשלב השני נחלק את הבלוקים המסודרים לקבוצות על פי השיטה המתוארת בנספח ב. כל קבוצה תמנה  $2^k$  בלוקים או אינדקסים כאשר  $k$  מספר שלם אי שלילי. לכל קבוצה יוקצו סיביות שתקראנה prefix bits - כאשר לקבוצה הראשונה (הכוללת את הבלוקים השכיחים ביותר) תוקצה סיבית prefix יחידה, לקבוצה הבאה אחריה שתי סיביות prefix וכך הלאה. בתוך כל קבוצה יוקצו לבלוקים או לאינדקסים השונים סיביות שתקראנה data bits. לקבוצה המונה  $2^k$  בלוקים יוקצו  $k$  data bits לזיהוי הבלוק בתוך הקבוצה.

נדגים את אופן הקידוד והפיענוח בדוגמה הבאה:

דוגמה 5.2:

נניח כי הקצאת סיביות ה prefix וה data שהתקבלה עבור סטטיסטיקה מסוימת היא כדלהלן:

	אורך קוד כולל			תחום האינדקסים של הבלוקים הממוינים
	prefix bits	data bits	prefix+data	
קבוצה 1	0	x	2	1 - 2
קבוצה 2	1 0	xx	4	3 - 6
קבוצה 3	1 1 0	xxx	6	7 - 14
קבוצה 4	1 1 1 0	xxxxx	9	15 - 46
קבוצה 5	1 1 1 1	xxxxxxx	10	47 - 100

אם ברצוננו להצפין את הבלוק בעל האינדקס 5 (שהוא החמישי בסדר השכיחות) יש לשדר צירוף prefix bits של 10' כיוון שהבלוק שייך לקבוצה 2. צירוף ה- data bits נקבע על פי מיקום האינדקס בתוך הקבוצה, אם נגדיר את הקצאת ה- data bits בסדר הבינרי הרגיל אזי עבור הקבוצה השניה הכוללת את האינדקסים 3-6 נקבל:

00 - 3

01 - 4

10 - 5

11 - 6

כלומר עבור הבלוק בעל האינדקס 5 יש לשדר צירוף data bits של 10'. הקוד הבינרי שישודר במקרה זה הוא בן 4 סיביות: 1010.

הצופן שתואר לעיל הוא צופן פרפיקסי - אם נבנה את העץ הבינרי המכיל את מילות הקוד של הצופן קל לראות כי כל מילות הקוד תמצאנה על עלי העץ, כלומר, אף מילת קוד אינה רישא (prefix) של מילת קוד אחרת. מכאן גם שהצופן הוא חד-פענח (Uniquely Decodable). צופן זה אינו הצופן האופטימלי כיוון שהאופן בו נבנה (ראה גם נספח ב) אינו מבטיח אופטימליות כמו שצופן Huffman מבטיח. לעומת זאת זהו צופן פשוט ונוח ליישום. עדיפותו העיקרית על פני צופן Huffman היא בכך שהאינפורמציה הנוספת הדרושה למפענח לצורך פענוח מילות הקוד, כלומר, המיפוי ממילת קוד מסוימת לאינדקס המתאים, קטנה יותר.

לאחר שנבנה הצופן המתאים עבור התמונה במפענח, הצפנת התמונה תעשה בשני שלבים: שידור המילונים הדרושים למפענח לצורך הפיענוח ושידור מילות הקוד המצפינות את בלוקי הדיטר של התמונה. למפענח משודרים שני סוגי מילונים:

1. מילון מקדים.

2. מילון בלוקי הדיטר המופיעים בתמונה, מסודרים בהתאם לשכיחותם.

המילון המקדים מכיל שני סוגי מידע:

1. מספר הבלוקים השונים בתמונה.
  2. רשימה של כמות ה data bits שהוקצתה לכל קבוצה.
- על פי מידע זה "יודע" המפענח כמה בלוקי מילון עליו לקרוא וכן כיצד להקצות את מילות הקוד - prefix+data bits לבלוקים השונים.
- גודל המילון המקדים: בתמונה בגודל 512x512 לכל היותר 128x128<sup>14</sup> בלוקים שונים לכן ניתן לקודד את מספר הבלוקים השונים ב-14 bits. על פי שיטת החלוקה לקבוצות (נספח ב) ההסתברות הכוללת של הבלוקים בקבוצה ה- k היא בקרוב 2<sup>-k</sup>. ההסתברות המינימלית לקבוצה היא 2<sup>-14</sup> (קבוצה הכוללת בלוק בודד עם הסתברות מינימלית) מכאן שמספר הקבוצות הוא 14 לכל היותר. מעשית ניתן להגדיל את ההסתברות המינימלית לקבוצה ובכך להקטין את מספר הקבוצות. בכל התמונות שקודדו מספר הקבוצות לא עלה על 10. ההקצאה של מספר ה data bits של כל קבוצה ניתנת לקידוד על ידי 4 סיביות כך שחלק זה של המילון המקדים תופש 14x4 bits.
- סך כל הסיביות במילון המקדים הוא 14+14x4=70 bits. כמות מידע זו ביחס לתמונה בגודל 512x512 היא 2.7·10<sup>-4</sup> bit/pel ועקב זניחות כמות מידע זו לא ניקחה בחשבון בהמשך.

גודל מילון בלוקי הדיטר: גם כאן גודל המילון הוא C<sub>D</sub>·n·m bits וביחס לתמונה בגודל MxN: C<sub>D</sub>·n·m/(N·M) כמו ב [26].

כמות האינפורמציה להצפנת בלוקי הדיטר: נסמן ב L(B) את מספר הסיביות הכולל (prefix+data) של מילת הקוד עבור הבלוק B. מספר הסיביות הממוצע לקידוד

בלוק יהיה:  $\sum_{B \in \mathcal{B}} p(B) \cdot L(B)$  וביחס למספר הסיביות בבלוק:

$$\frac{1}{n \cdot m} \sum_{B \in \mathcal{B}} p(B) \cdot L(B) \text{ bit/pel}$$

סך הכל קצב האינפורמציה בהזנחת המילון המקדים הוא:

$$r = \frac{C_D \cdot n \cdot m}{N \cdot M} + \frac{1}{n \cdot m} \sum_{B \in \mathcal{B}} p(B) \cdot L(B) \text{ bit/pel} \quad (5.11)$$

במקרה שלנו התמונות היו בגודל 512x512 ובלוקי הדיטר בגודל 4x4 ולכן:

$$r = 2^{-14} C_D + 2^{-4} \sum_{B \in \mathcal{B}} p(B) \cdot L(B) \quad (5.12)$$

בטבלה 5.4 מסוכמות תוצאות הדחיסה עבור 5 תמונות הלימוד. בעמודה הראשונה נתונות האנטרופיות האמפיריות של 5 התמונות. האנטרופיה האמפירית היא אורך הקוד האידיאלי שניתן להשיג בקידוד בלוקי הדיטר כאשר מתייחסים אליהם כמקור חסר זיכרון, כלומר מניחים אי תלות בין הבלוקים המקודדים. האנטרופיה חושבה על פי הנוסחה:

$$H_B \triangleq H(\mathbf{B}) = - \sum_{\substack{B \in \mathbf{B} \\ p(B) \neq 0}} p(B) \log_2 p(B) \quad (5.13)$$

ואנטרופיה עבור פיקסל בודד חושבה על פי:

$$H = \frac{1}{n \cdot m} H_B \quad (5.14)$$

מהתוצאות שבטבלה ניתן להוכיח כי מוצדקת הזנחת האינפורמציה של המילון המקדים (2.7  $10^{-4}$  bit/pel) ביחס לאינפורמציה הכללית -  $x$ . כמו כן ניתן לראות כי הצופן המוצע לקידוד בלוקי הדיטר יחסית יעיל - קצב אינפורמציה הבלוקים היה בין 1.6% ל- 4.2% מעל האנטרופיה האמפירית עבור התמונות השונות ובממוצע ב 2.8% מעל האנטרופיה.

תמונה מספר	אנטרופיה אמפירית לפי (5.14)	מס' הבלוקים השונים $C_D$	אינפי קידוד הבלוקים	אינפי המילון	$x$ לפי (5.12)
$I_1$	0.257	132	0.261	0.008	0.269
$I_2$	0.311	293	0.318	0.018	0.336
$I_3$	0.237	208	0.247	0.013	0.260
$I_4$	0.210	79	0.217	0.005	0.222
$I_5$	0.228	140	0.233	0.009	0.242
ממוצע 5 התמונות	0.248	170	0.255	0.011	0.266

טבלה 5.4 - תוצאות דחיסת 5 תמונות הדיטר שהופקו מתמונות הלימוד, כל קצבי האינפורמציה נתונים ב- bit/pel.

Table 5.4 - Compression results for the 5 dither training images, all the rates are in bit/pel.

אם נשווה את התוצאות המתקבלות בשיטת הקידוד באורך משתנה לקידוד באורך קבוע נוכל להוכיח בכוחה של שיטת הקידוד הראשונה. קידוד אינפורמציה הבלוקים באורך קבוע יהיה במוצע  $0.5 \text{ bit/pel}$  והקצב הכללי  $x$  המחושב לפי (5.10) יהיה במוצע  $0.511 \text{ bit/pel}$  לעומת ממוצע של  $0.266 \text{ bit/pel}$  עבור קידוד באורך משתנה, כלומר, דחיסה ביחס כפול כמעט של שיטת הקידוד באורך משתנה.

קידוד התמונות עם מילון יחיד

אחת השיטות שבהן ניתן להמנע משדור האינפורמציה של המילון היא החזקת מילון יחיד וקבוע שישמש את כל תמונות הדיטר. מילון זה והקצאת מילות הקוד הקשורה אליו ימצאו הן במקודד והן במפענח. בדרך כלל בונים מילון בזה על פי סטטיסטיקה "מייצגת" של המקור אותו יש לקודד. במקרה שלפנינו הסטטיסטיקה שעל פיה נבנה המילון היא סטטיסטיקה ממוצעת של 5 גירסאות הדיטר של תמונות הלימוד  $I_5 - I_1$ . בטבלה 5.5 נתון קצב האינפורמציה הממוצע בקידוד 5 תמונות הלימוד על פי המילון המשותף ביחס לאנטרופיה של תמונות אלו. יש להעיר כאן כי האנטרופיה הנוספת הניתנת בטבלה זו היא האנטרופיה של הסטטיסטיקה הממוצעת להבדיל ממוצע האנטרופיות שחושב בשורה התחתונה של טבלה 5.4. עקב הקונוקסיות של פונקציית האנטרופיה - גבוהה האנטרופיה הממוצעת ממוצע האנטרופיות.

תמונות דיטר	אנטר' אמפירית ממוצעת	ממוצע האנטר' האמפיריות	קצב אינפ' ממוצע	סטיה מהאנטר' הממוצעת	סטיה מממוצע האנטר'
לימוד	0.288	0.248	0.294	+2.0%	+18.5%
ביקורת	0.298	0.255	0.362	+21.5%	+41.9%

טבלה 5.5 - תוצאות הדחיסה של תמונות הלימוד והביקורת באמצעות מילון יחיד. (כל קצבי האינפורמציה נתונים ב-bit/pel).

Table 5.5 - Compression results for the training and testing images - compression with single dictionary (all the rates are in bit/pel).

על מנת להעריך את התאמת המילון והקצאת מילות הקוד גם עבור תמונות מחוץ לתמונות הלימוד ניבדקה דחיסת 5 תמונות הביקורת. ראוי לציין כי עבור קידוד תמונות הביקורת שונתה במעט הקצאת סיביות ה data וה prefix מכיוון שקיימים מספר בלוקים (שמספרם מצומצם יחסית) המופיעים בתמונות הדיטר של תמונות הביקורת אך לא באלה של תמונות הלימוד. עקב כך הוסף צירוף

prefix bits מיוחד וכן הוקצו 16 סיביות data המתארות את 16 ערכי הבלוק. מהתוצאות שבטבלה ניתן לראות כי הושגה דחיסה עבור תמונות הדיטר של תמונות הביקורת אך הסטיה מעל האנטרופיה היא גבוהה ביחס לסטיית תמונות הלימוד מהאנטרופיה שלהן. דבר זה מעיד כי הקצאות מילות הקוד לבלוקים השונים מותאמת לסטטיסטיקה של תמונות הלימוד שעל פיה בוצעה ההקצאה ואילו עבור הסטטיסטיקה של תמונות הביקורת הקצאה זו כבר פחות יעילה.

מסקנה נוספת שניתן להסיק מניסוי זה - קצב האינפורמציה הממוצע של תמונת הלימוד נמוך יותר כאשר קודדו עם מילונים נפרדים גם כאשר הוספנו את אינפורמציה שבשידור המילון (0.266 לעומת 0.294 bit/pel). גם עובדה זו מדגישה את העדיפות שיש לקידוד באמצעות מילון ומילות קוד מותאמות.

כדי להפחית את השפעת השוני בין הסטטיסטיקה של תמונות דיטר כלשהן לסטטיסטיקה של תמונות הלימוד וכן על מנת להפוך את שיטת הקידוד לכללית יותר עבור תמונות דיטר ועבור כל בלוקי הדיטר האפשריים מוצעת ההקצאה הבאה של סיביות prefix ו- data :

תחום האינדקסים של הבלוקים הממונים	אורך קוד כולל	prefix+data	data bits	prefix bit	קבוצה
1-16	5	xxxx	0	0	קבוצה 1
כל השאר	17	xx...x	16 data bits	1	קבוצה 2

בשיטה זו מצפינים על ידי קוד קצר (1+4 bits) את 16 הבלוקים השכיחים ביותר מתמונות הלימוד, שהם כאמור הבלוקים המאופיינים על ידי רמת אפור קבועה. ועל ידי קוד ארוך (1+16 bits) את כל שאר בלוקי הדיטר האפשריים. בשיטה זו תוצאות הדחיסה היו 0.398 bit/pel בממוצע עבור תמונות הלימוד ו- 0.421 bit/pel בממוצע עבור תמונות הביקורת. מקבלים כי יחסי הדחיסה מאוזנים הרבה יותר אך גם הסטיה מממוצע האנטרופיות האמפריות גבוהה יותר: 60% ו-65% עבור תמונות הלימוד והביקורת בהתאמה.

לעומת החסרונות הללו של שיטת המילון היחיד למספר תמונות ביחס לשיטת המילון והקידוד המותאמים לסטטיסטיקת התמונה, ישנה עדיפות לשיטה הראשונה מבחינה זו שנחסך המעבר המכין שעל פיו מחושבת סטטיסטיקת הבלוקים ומוקצות מילות הקוד לבלוקים השונים.

5.2.4 קידוד על פי בלוק קודם

בתמונת הדיטר קיימת קורלציה גבוהה למדי בין בלוקי דיטר סמוכים זה לזה. עובדה זו מאפשרת דחיסה נוספת של תמונת הדיטר. ישנן כמה גישות לניצול הקורלציה הגבוהה, גישה אחת מוצעת ב [26] ועיקרה - שימוש בגודל משתנה של בלוקי דיטר לצורך הקידוד. לדוגמה, באיזורים שהינם יחסית גדולים ובהם רמת האפור כמעט קבועה על פני האזור נקודת בלוקים בגודל  $16 \times 16$  (כלומר 16 בלוקי דיטר זהים בגודל  $4 \times 4$ ), בעוד שבאיזורים בעלי פרטים מרובים נקודת בלוקים קטנים יותר, למשל  $4 \times 4$  או  $2 \times 2$ . מימוש של שיטת קידוד אדפטיבית כזו נסקר בספרות עבור תמונות שתי רמות המתקבלות מהשוואה לטף קבוע, שיטה זו ניתנת להתאמה גם עבור תמונות דיטר.

שיטה נוספת שתוצע כאן היא קידוד בלוק דיטר בהתאם למצב בלוק הדיטר הסמוך אליו. שיטה זו עקרונית דומה לשיטה ג' שתוארה בסעיף 5.1 - קידוד על פי מודל מרקובי, אלא ששם הקידוד היה של פיקסל בודד בהתאם למצבם של ארבעה פיקסלים סמוכים ואילו בשיטה שלהלן יקודד בלוק דיטר בהתאם למצב בלוק הדיטר הסמוך. גם במקרה שלפנינו הבלוק שמגדיר מצב הינו בלוק שכבר קודד וערכיו הבינריים ידועים למפענח.

האנטרופיה המרקובית של בלוק דיטר בגודל  $m \times n$  הינה :

$$H_B^M = - \sum_{l=0}^{m \cdot n - 1} p(Q_l) \sum_{B \in \mathcal{B}} p(B/Q_l) \log_2 p(B/Q_l) \quad (5.14)$$

כאשר:  $Q_l$  הוא מצב הבלוק הסמוך שעל פיו מקודד הבלוק B .

$p(Q_l)$  היא ההסתברות של המצב  $Q_l$  .

$p(B/Q_l)$  היא הסתברות ההופעה של הבלוק B כאשר המצב הוא  $Q_l$  .

על מנת להגדיר מצב  $Q_l$  נפרוש את הבלוק B (שאבריו  $b_{ij}$ ) לוקטור בינרי שאבריו  $b^k$ , כאשר :

$$0 \leq i, j \leq 3, k = 4i+j, b^k = b_{ij} \quad \text{א} \quad (5.15)$$

$$l = \sum_{k=0}^{15} 2^k \cdot b^k \quad \text{ב} \quad (5.15)$$

את נוסחה (5.14) ניתן להציג גם בצורה הבאה:

$$H_B^M = - \sum_{l=0, B \in \mathcal{B}}^{2^{n \cdot m} - 1} p(B, Q_l) \log_2 p(B/Q_l) \quad (5.16)$$



וזוהי למעשה האנטרופיה המותנה, כלומר :  $H_B^M \triangleq H(B/Q)$

ב (5.13) הגדרנו  $H_B \triangleq H(B)$  ואם נשתמש באי השוויון :

$$H(B/Q) \leq H(B) \tag{5.17}$$

הרי שמתקיים :  $H_B^M \leq H_B$  , כלומר באופן תיאורטי ניתן לקודד את בלוקי הדיטר בשיטה המרקובית בצורה לא פחות טובה ואולי גם יותר יעילה מאשר בשיטה הישירה.

האנטרופיה המרקובית לפיקטל תהיה :

$$H^M = \frac{1}{m \cdot n} H_B^M \tag{5.18}$$

במקרה שלפנינו היה שימוש בבלוקי דיטר בגודל 4x4 , כמו כן הבלוק הסמוך שעל פיו יקודד הבלוק הנוכחי היה הבלוק הקודם מבחינת כוון הסריקה (ראה גם שרטוט 3.3). נסמן ב  $B(k)$  את הבלוק הנוכחי וב  $B(k-1)$  את הבלוק הקודם ונקבל כי האנטרופיה המרקובית למקרה זה הינה:

$$H_B^M = - \sum_{\substack{B(k) \in B \\ B(k-1) \in B}} p(B(k), B(k-1)) \log_2 p(B(k)/B(k-1)) \tag{5.19}$$

והאנטרופיה המרקובית לפיקטל תהיה:

$$H^M = 2^{-4} H_B^M \tag{5.20}$$

האנטרופיה המרקובית לפיקטל נבדקה עבור 5 גירסאות הדיטר של תמונות הלימוד, אנטרופיות אלו נתונות בעמודה הראשונה של טבלה 5.6. ניתן לראות כי בממוצע האנטרופיה המרקובית היא כמחצית מהאנטרופיה הרגילה שנתונה בטבלה 5.4. למרות האנטרופיה הנמוכה עבור מודל הבלוקים המרקובי לא יהיה שיפור משמעותי מבחינת קידוד התמונות בשיטת המילון. אמנם בשיטה זו האנטרופיה נמוכה אך כמות האינפורמציה שנידרשת לשידור או החזקת המילון גבוהה, זאת משתי סיבות:

א. במילון עבור המודל המרקובי יש להחזיק זוגות של ערכי בלוקים, הערך האחד עבור בלוק קודם -  $B(k-1)$ , והשני עבור בלוק נוכחי -  $B(k)$  , כלומר 32 סיביות עבור המצב והבלוק המועמד לקידוד.

ב. המספר הממוצע של הזוגות השונים בתמונה גדול בהרבה ממספר הבלוקים השונים בתמונת הדיטר. מספר הזוגות השונים הוא אוסף הבלוקים

$p(B(k), B(k-1)) > 0$  . נטמן מספר זה ב  $C_D^M$  ואז גודל המילון לתמונה יהיה:

$$2 \cdot C_D^M \cdot m \cdot n \text{ bit}$$

$$\frac{2 \cdot C_D^M \cdot m \cdot n}{M \cdot N} \text{ bit/pel}$$

או :

ערכי  $C_D^M$  עבור תמונות הלימוד נתונים בטבלה 5.6. במקרה שלפנינו גודל

מילון ממוצע עבור תמונות אלו יהיה  $0.154 \text{ bit/pel}$  . עתה גם אם נקודד את תמונות הדיטר עצמן במידת יעילות אופטימלית (כלומר  $0.125 \text{ bit/pel}$  בממוצע) נקבל קצב אינפורמציה ממוצע של כ-  $0.279 \text{ bit/pel}$  . מכאן שלמרות שהוגדלה הסיבוכיות הן באופן בנית המילון והן באופן הקידוד לא שופר יחס הדמיטה.

תמונה מס' $I_i$	אנטרופיה מרקובית אמפירית לפי (5.20)	מס' זוגות הבלוקים השונים $C_D^M$	אינפורמציה הקידוד ללא שמוש במילון מתואם	אנטרופיה אמפירית בשיטת ההפרשים	מס' הבלוקים השונים בשיטת ההפרשים
$I_1$	0.123	974	0.251	0.204	338
$I_2$	0.183	2571	0.472	0.350	1207
$I_3$	0.128	1584	0.291	0.233	621
$I_4$	0.088	542	0.206	0.161	275
$I_5$	0.101	635	0.229	0.183	363
ממוצע 5 התמונות	0.125	1261	0.281	0.226	525

טבלה 5.6 - אנטרופיות וקצבי אינפורמציה בשיטות קידוד הבלוקים על פי בלוק קודם.

Table 5.6 - Entropies and rates for block encoding referring to previous block.

שיטת קידוד אחרת, פשוטה יותר, שנבדקה היא שיטה שאינה משתמשת במילון המותאם לתמונה ולכן נחטכת האינפורמציה שבשידור המילון. בשיטה זו משודרת

מילת קוד קצרה (סיבית prefix יחידה) כאשר הבלוק הנוכחי זהה לקודם וקוד ארוך יותר הכולל סיביות prefix ו- data כאשר אין זהות בין הבלוק הנוכחי לקודם. ניתן לתאר שיטה זו באופן הבא:

אורך כולל			B(k) - המקודד
prefix bits	data bits	prefix + data	
0		1	$B(k) = B(k-1)$
1 0	xxxx	6	$B(k) \neq B(k-1)$ , שיירך ל 16 השכיחים
1 1	<u>xx...x</u> 16 data bits	18	$B(k) \neq B(k-1)$ , אינו מ 16 השכיחים

הקצאת סיביות ה prefix הנ"ל מוצדקת רק כאשר שכיחות הבלוקים הזחים הרצופים גבוהה יחסית. ואמנם מסתבר כי בתמונות בעלות פעילות ממוצעת ונמוכה ההסתברות לכך גבוהה מ  $1/2$  (בתמונות בעלות פעילות גבוהה ההסתברות לכך היא כ  $1/3$  ועבורן יש לבדוק את הקצאת סיביות ה prefix המתאימה). קיצבי האינפורמציה של שיטה זו נתונים בטבלה 5.6 בעמודה המצוינת "אינפורמציה הקידוד ללא שימוש במילון מתואם". ניתן להבחין כי הדחיסה הממוצעת המושגת בשיטה זו במעט פחות טובה מזו שהושגה בסעיף הקודם ללא הסתמכות על בלוק קודם אך עם מילון מתואם (0.266 bit/pel) אך טובה הרבה יותר מהשיטה המקבילה שאינה מסתמכת על בלוק קודם וללא מילון מתואם (0.398 bit/pel).

שיטת קידוד נוספת שנבדקה בהקשר זה היא מעבר לסדרת ההפרשים מודולו 2 בין הפיקסלים של שני בלוקים סמוכים. כלומר במקום לקודד את סדרת הבלוקים:  $\dots B(k-1), B(k), B(k+1) \dots$  ניצור סדרה חדשה של בלוקים  $\dots \tilde{B}(k-1), \tilde{B}(k), \tilde{B}(k+1) \dots$  כך שעבור כל  $k \geq 1$  ערך כל פיקסל ב  $\tilde{B}(k)$  יתקבל על ידי פעולת EXCLUSIVE OR בין שני ערכי הפיקסלים המתאימים ב  $B(k)$  וב-  $B(k-1)$ . כאתחול לכל קבוצת 4 שורות מקודדת נגדיר  $\tilde{B}(0) = B(0)$ . האנטרופיות האמפיריות וכן מספר הבלוקים השונים המתקבל לאחר הפעלת השיטה על תמונות הדיטר של תמונות הלימוד נחונים בשתי העמודות האחרונות שבטבלה 5.6. לאחר שהפעלנו את השיטה שתוארה לעיל אופן הקידוד האפשרי של התמונה החדשה הוא אחד מאלו שנסקרו בסעיף הקודם. אם נפעיל את שיטת הקידוד באמצעות המילון המותאם חישוב קצב האינפורמציה יעשה על פי נוסחה (5.12). קצב האינפורמציה הממוצע האופטימלי שנקבל עבור שיטה זו יהיה של כ  $0.26 \text{ bit/pel}$ , כלומר השיפור בקצב האינפורמציה ביחס לסעיף הקודם אינו משמעותי.

אחת המסקנות הנוספות מהנתונים בטבלה 5.6 לעומת אלו שבטבלה 5.4 היא שקיימת עדיפות לשיטות המסתמכות על בלוק קודם בעיקר בתמונות שאינן פעילות דוגמת  $I_5, I_4$  לעומת קילקול ביחס הדחיסה בתמונות פעילות דוגמת  $I_2$ .

### 5.3 טיכוס לפרק 5

בתחילת פרק זה סקרנו מספר גישות לקידוד של תמונת הדיטר. המוטיבציה לשימוש בקידוד בלוקים של תמונת הדיטר ולא קידוד פיקסלים בודדים היא העובדה שכל הגישות שנסקרו מסתמכות על ערכי הספים, כלומר, על מיקום הפיקסל ביחס למטריצת הדיטר. מכאן שגישות הדחיסה הללו לא יתאימו לשיטות הדיטר האדפטיביות בהן הסף תלוי לא רק במיקומו במטריצת הדיטר, אלא גם בתוכן התמונה שעל פיו מבוצעת האדפטציה.

שיטות הדחיסה שנבדקו בעבודה זו היו:

א. שיטת דחיסה עם עוות וקוד באורך קבוע.

ב. שיטות דחיסה ללא עוות וקוד באורך משתנה.

חלק מהשיטות שנבדקו היו מסובכות יחסית ומתאימות יותר לצרכי איחסון מאשר לשידור/קליטה בזמן אמיתי.

בשיטת הדחיסה עם עוות נבדקו שלוש מידות מרחק בין בלוקים בינריים:

1. מרחק Hamming.

2. מרחק City Block.

3. מרחק MSE בין השחזורים.

נמצא שבקידוד של תמונות דיטר רגילות (ללא אדפטציה) מספיקים 32 בלוקים שונים לייצוג כלל הבלוקים האפשריים בתמונה, כאשר גם עם 16 בלוקים ניתן לקבל איכות סבירה. עבור המקרה של ייצוג באמצעות 16 בלוקים נתנו שתי מידות המרחק האחרונות תוצאות טובות במעט ממידת מרחק Hamming. הבלוקים המייצגים במקרים אלו היו הבלוקים השכיחים ביותר. הבלוקים הללו היו כאלו המאופיינים על ידי רמת אפור קבועה באותו בלוק.

הבלוקים המייצגים בשיטת דחיסה זו יכולים להחשב כתוכן של מילון. הגישה האינטואיטיבית בספרות ובעבודה זו לבחירת מילון "טוב" היתה בחירת הבלוקים השכיחים ביותר מתמונות דיטר שהיו מעין תמונות לימוד.

הוצע אלגוריתם איטרטיבי לתכנון מילון אופטימלי עבור קידוד הבלוקים. שיטה זו היא הסבה של אלגוריתם ה-LBG עבור המקרה הבינרי שלפנינו. עבור שיטת הדיטר הרגילה נמצאו מילונים עדיפים על המילון המכיל את הבלוקים השכיחים ביותר, אם כי השיפור בעוות הממוצע היה יחסית קטן. כל המילונים שנמצאו נבדקו מבחינת התאמתם גם לגבי תמונות ביקורת ונמצא כי הינם מתאימים לדחיסת תמונות אלו.

בדחיסת תמונות הדיטר ללא עוות וקוד באורך משתנה הוצעה שיטת קידוד המותאמת לסטטיסטיקת התמונה. שיטה זו נתנה יחסי דחיסה טובים מאוד ( $0.266 \text{ bit/pel}$  בממוצע) אך היא מסובכת ואינה מתאימה לדחיסת תמונות דיטר בזמן אמיתי. שיטות קידוד אחרות, פשוטות יותר, שהוצעו הסתמכו על סטטיסטיקה מייצגת של מספר תמונות לימוד או קידוד על פי בלוק קודם (כלומר הנחת מודל מרקובי). שיטות אלה נתנו יחסי דחיסה טובים למדי והן ניתנות לשימוש בזמן אמיתי.

האנטרופיות המרקוביות האמפיריות שנמצאו היו נמוכות מאוד, אולם שיטות הדחיסה על פי בלוק קודם שהופעלו היו עדיין רחוקות מהשגת קצב האינפורמציה האופטימלי עבורן.

בעבודה זו נבדקו כאמור שתי שיטות דחיסה: האחת עם עוות וקוד באורך קבוע והשניה ללא עוות וקוד באורך משתנה. ניתן גם לשלב בין שתי השיטות, כלומר, לבצע דחיסה עם עוות ולקבל תמונה עם מספר מצומצם של בלוקים מייצגים ואחר לבצע לתמונה שהתקבלה דחיסה עם צופן באורך משתנה.

למשל, כאשר מקודדים את תמונת הדיטר של התמונה  $I_1$  באמצעות מילון 16 הבלוקים הטוב ביותר שהתקבל בסעיף 5.2.2 (השימוש הוא במידת מרחק MSE בין השחזורים) מקבלים אנטרופיה אמפירית של 0.22 bit/pel, לעומת אנטרופיה אמפירית של 0.257 bit/pel בתמונת הדיטר המקורית.

קצב האינפורמציה שהתקבל בקידוד תמונת הדיטר שעברה דחיסה עם עוות (באמצעות מילון 16 הבלוקים שהוזכר לעיל) הוא 0.225 bit/pel, לעומת קצב אינפורמציה של 0.269 bit/pel עבור תמונת הדיטר המקורית. בשני המקרים הקידוד הוא באמצעות צופן באורך משתנה המותאם לסטטיסטיקת התמונה על פי השיטה שתוארה בסעיף 5.2.3.

דוגמה נוספת: כאשר משתמשים בשיטת הקידוד המסתמכת על בלוק קודם, ללא מילון מתואם לסטטיסטיקת התמונה, לקידוד תמונת הדיטר שעברה דחיסה עם עוות מקבלים קצב אינפורמציה של 0.159 bit/pel, לעומת 0.251 bit/pel עבור תמונת הדיטר המקורית.

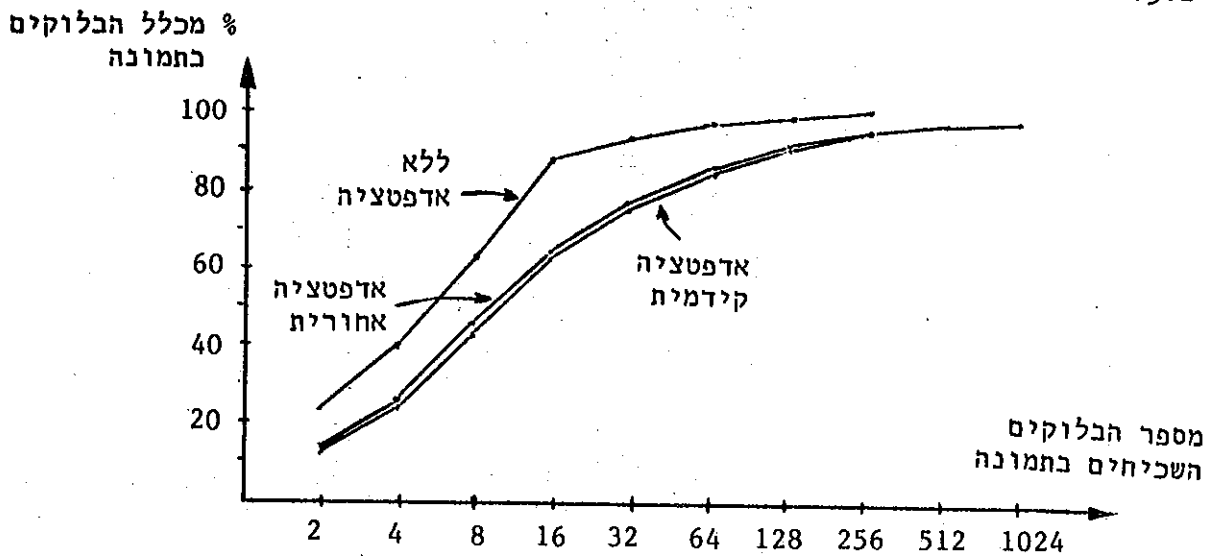
קצבי האינפורמציה שהובאו לעיל מדגימות את הפוטנציאל הרב שסמון בשילוב של שתי השיטות: דחיסה עם עוות הנותנת תמונת דיטר שאינה שונה בהרבה מהמקורית אך עם מספר קטן של בלוקים מייצגים ולאחר מכן קידוד באמצעות צופן באורך משתנה המותאם לסטטיסטיקת התמונה שהתקבלה.

פרק 6: דחיסת בלוקי הדיטר עבור הסכמות האדפטיביות

6.1 קידוד באורך קבוע עם עוות

שיטות הקידוד והדחיסה שהוצגו בסעיף הקודם ניתנות ליישום גם עבור בלוקי הדיטר שמתקבלים בשני המקרים האדפטיביים: האדפטציה הקידמית והאדפטציה האחורית. על מידת התאמתן של שיטות קידוד אלו לדחיסת בלוק הדיטר בסכימות האדפטיביות נעמוד בסעיף זה.

גם כאן הוכנה סטטיסטיקת לימוד של בלוקי הדיטר אשר התקבלו לאחר הפעלת תהליכי הדיטר האדפטיביים על 5 תמונות הלימוד  $I_5-I_1$ . בשרטוט 6.1 מתואר גרף ההסתברות המצטברת של בלוקי הדיטר המסודרים בסדר שכיחות יורד. לצורך ההשוואה משורטט גם הגרף עבור סכימת הדיטר הלא אדפטיבית כפי שנלקח משרטוט 5.1.



שרטוט 6.1 - השכיחות היחסית של הבלוקים בתמונות הדיטר של השיטות האדפטיביות בהשוואה לדיטר הלא אדפטיבי (עבור תמונות הלימוד).

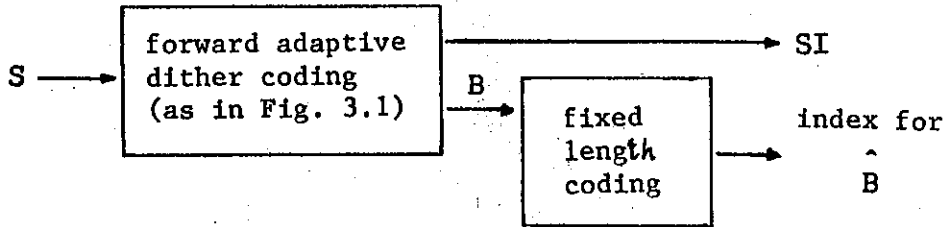
Fig. 6.1 - The relative frequency of the blocks in the adaptive schemes compare to the non-adaptive dither (for the training images).

השוואת העקומות מלמדת כי פילוג הבלוקים במקרים האדפטיביים הוא אחיד יותר מאשר במקרה הלא אדפטיבי, כלומר ההסתברויות לקבלת בלוקים שכיחים קטנה יותר ביחס למקרה הלא-אדפטיבי. לדוגמה - במקרה הלא אדפטיבי 16 הבלוקים השכיחים ביותר מהווים 89% מכל הבלוקים לעומת 63-65% במקרים האדפטיביים.

מבדיקת תוכן 16 הבלוקים השכיחים ביותר עולה כי 14 מהם עבור האדפטציה הקידמית ו-13 באדפטציה האחורית הינם בלוקים המאופיינים על ידי רמת אפור קבועה ביחס לספים של אותו בלוק (לעומת כל ה - 16 במקרה הלא אדפטיבי).

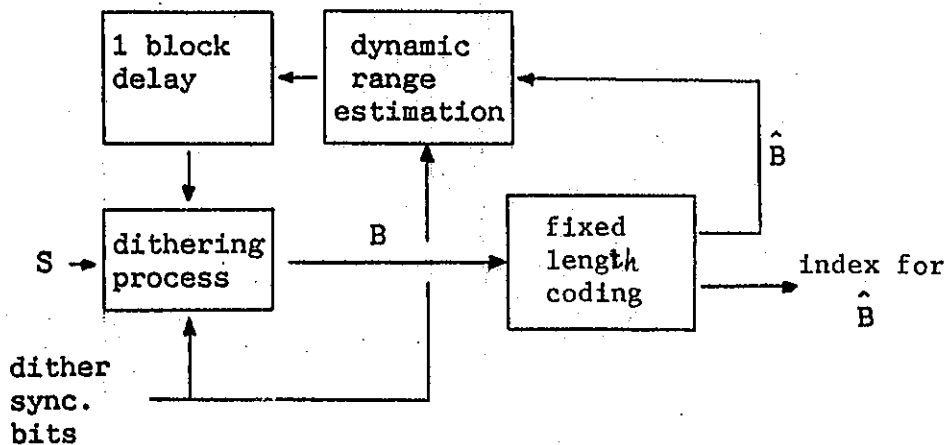
קידוד תמונת הדיטר עם עוות וצופן באורך קבוע יעשה על ידי מילון בצורה דומה לזו שהוצגה בסעיף 5.2.1. במקרים האדפטיביים מידת המרחק שבה נשתמש

היא בין השחזורים כיוון שעתה הפלט הסופי אינו תמונת הדיטר הבינרית אלא שחזור תמונה זו. סכימת הקידוד עבור האדפטציה הקידמית באמצעות מילון מתוארת על ידי תרשים הבלוקים שבשרטוט 6.2. כאשר  $\hat{B}$  הא הבלוק ה"קרוב" ביותר ל-  $B$  על פי מידת המרחק שצוינה לעיל. סכימת השיחזור תהא דומה לזו של המשחזר שבשרטוט 3.1 בתוספת מילון שימיר את האינדקס המציין את  $\hat{B}$  לבלוק הבינרי  $\hat{B}$ .



שרטוט 6.2 - מבנה המקודד לדחיסת בלוקי דיטר עבור האדפטציה הקידמית.  
 Fig. 6.2 - Encoder diagram for dither block compression for the forward adaptation.

סכימת הקידוד עבור האדפטציה האחורית תהיה שונה במקצת. בשיטת האדפטציה האחורית אין לדחוס את הבלוקים הבינריים שבמוצא המקודד שבשרטוט 3.2 כיוון שהעוות שיוצרת הדחיסה יגרום לחוסר התאמה בין המקודד למשחזר בשיערוך התחום הדינמי. בסכימת הקידוד הדרושה (שרטוט 6.3) יש לקודד את הבלוקים הבינריים,  $B$ , של תהליך הדיטר ולהשתמש בתוצאות הקידוד,  $\hat{B}$ , לצורך שיערוך התחום הדינמי.



שרטוט 6.3 - מבנה המקודד לדחיסת בלוקי דיטר עבור האדפטציה האחורית.  
 Fig. 6.3 - Encoder diagram for dither block compression for the backward adaptation.

סכימת השחזור תהא דומה לזו שבשרטוט 3.2 כאשר גם עבור משחזר זה יש לחוסיף מילון להמרת האינדקס המציין את  $\hat{B}$  לבלוק הבינרי  $\hat{B}$ .

א. קידוד בלוקי הדיטר עבור האדפטציה הקידמית

עבור מקרה זה נבדקו מילונים בגדלים שונים כאשר תכולת המילון היא  $M=2^N$  הבלוקים השכיחים ביותר שהתקבלו כתוצאה מהפעלת תהליך הדיטר עם האדפטציה הקידמית על תמונות הלימוד. שגיאות ה MSE, RMSE, ו- MAE, שהתקבלו עבור דחיסת התמונה  $I_1$  נתונות בטבלה 6.1. שגיאות אלו נמדדו בין תמונת השיחזור למקרה האדפטיבי שעברה דחיסת בלוקים עם עוות לבין תמונת המקור וכן בין הראשונה שהוזכרה לבין תמונת השיחזור הרגילה למקרה האדפטיבי.

$M=2^N$ גודל המילון	512	256	128	64
r-bit/pel קצב האינפורמציה	0.563	0.5	0.438	0.375
MSE בין השחזור עם דחיסה לבין המקור	81.2	83.3	87.8	98.3
RMSE בין השחזור עם דחיסה לבין המקור	9.0	9.1	9.4	9.9
MAE בין השחזור עם דחיסה לבין המקור	6.0	6.0	6.1	6.3
MSE בין השחזור עם דחיסה לבין השחזור ללא דחיסה	1.0	4.0	9.4	20.4

טבלה 6.1 - שגיאות הדחיסה והשחזור עבור האדפטציה הקידמית לתמונה  $I_1$ .  
 Table 6.1 - Compression and reconstruction errors for the forward adaptation for the image  $I_1$

אחת מהתוצאות שהתקבלו בפרק 3 היתה ששגיאת ה MSE בין השיחזור למקרה הדיטר האדפטיבי לתמונת המקור  $I_1$ , היתה 80.6. מתוצאה זו ומהטבלה שלהלן ניתן לצפות בתכונה מעניינת של תהליך הקידוד-שחזור. תכונה זו היא האדיטיביות של עוות ה- MSE עקב הדחיסה - לשגיאת ה- MSE בין השיחזור הרגיל למקור. כלומר בקירוב די טוב מתקיים:



$$MSE(\hat{S}, S) = MSE(S, \tilde{S}) + MSE(\tilde{S}, \hat{S}) \quad (6.1)$$

כאשר  $S$  היא תמונת המקור,  $\tilde{S}$  שחזור מתמונת הדיטר  $B$  למקרה האדפטיבי ו-  $\hat{S}$  שיחזור מתמונת הדיטר  $\hat{B}$  כאשר  $\hat{B}$  היא הגירסה הדחוסה של  $B$ .

עובדה זו מעידה כי העוות הנוצר עקב הדחיסה ניצב לשגיאת שיחזור הדיטר. כיוון שמתוך:

$$E(s-\hat{s})^2 = E(s-\tilde{s})^2 + E(\tilde{s}-\hat{s})^2 \quad \text{א (6.2)}$$

מקבלים:

$$E(s\tilde{s}) + E(\tilde{s}\hat{s}) - E(\tilde{s})^2 - E(s\hat{s}) = 0 \quad \text{ב (6.2)}$$

כלומר:

$$E(s-\tilde{s})(\tilde{s}-\hat{s}) = 0 \quad \text{ג (6.2)}$$

כאשר  $s-\tilde{s}$  היא שגיאת השחזור לפיקסל ו-  $\tilde{s}-\hat{s}$  העוות הנגרם כתוצאה מהדחיסה.

התוצאות הסובייקטיביות של שחזור תמונת הדיטר הדחוסה עבור גדלי המילון השונים הושושו לשיחזור הדיטר הרגיל. עבור מילונים בני 512 ו- 256 בלוקים לא ניתן להבחין בין תמונת הדיטר הדחוסה לשחזור הרגיל. עבור מילון בן 128 בלוקים איכות השיחזור עם הדחיסה היתה קרובה מאוד לאיכות השחזור הרגיל. עבור מילון בן 64 בלוקים האיכות המתקבלת היתה מעט פחות טובה מאיכות השיחזור הרגיל. התוצאות הסובייקטיביות שלעיל חזרו על עצמן גם כאשר קודדו תמונות חביקות על פי מילון הבלוקים השכיחים של תמונות הלימוד. מומלץ לפיכך להשתמש במילון בגודל  $M=128$  עבור דחיסת בלוקי הדיטר המתקבלים בשיטת האדפטציה הקידמית.

### ב. קידוד בלוקי הדיטר עבור האדפטציה האחורית

חבדיקות שנערכו עבור האדפטציה הקידמית בוצעו גם עבור האדפטציה האחורית. שיערוך התחום הדינמי בשיטה זו בוצע על פי שלושת הבלוקים השכנים (ראה טעיף 3.2). התוצאות המקבילות עבור גדלי מילון 128, 256, 512 מפורטות בטבלה 6.2 מתוצאות פרק 3 מקבלים ששגיאת ה MSE בין השיחזור בשיטת האדפטציה האחורית לבין תמונת המקור  $I_1$ , היא 108.9. מתוצאה זו ומהטבלה שלהלן ניתן לראות שלא מתקיים הקרוב שנוסחה (6.1). ומכאן שגם לא מוצדקת הנחת הניצבות

הנובעת מ (6.2) . הסיבה לכך מתבררת מתוך עיון במבנה המערכת שבשרטוט 6.3: תהליך הדחיסה קשור לתהליך האדפטציה בקשר של היזון חוזר כאשר שני התהליכים משפיעים זה על זה בצורה הדדית. כלומר עוות שמקורו בדחיסה משנה את שיערוך התחום דינמי ואת תהליך האדפטציה עבור התמונה כולה. מכאן שלא ניתן לדון, כפי שדנו קודם, בקשר שבין בלוק דיטר מסוים בתמונת הדיטר שלא עברה דחיסה לבין הבלוק המקביל לו בגירסת הדיטר הדחוסה.

$M=2^N$ גודל המילון	512	256	128
r-bit/pel קצב האינפורמציה	0.563	0.5	0.438
MSE בין השחזור עם דחיסה לבין המקור	110.5	111.0	121.6
RMSE בין השחזור עם דחיסה לבין המקור	10.5	10.5	11.0
MAE בין השחזור עם דחיסה לבין המקור	6.7	6.7	6.8
MSE בין השחזור עם דחיסה לבין השחזור ללא דחיסה	35.0	57.0	69.3

טבלה 6.2 - שגיאות הדחיסה והשחזור עבור האדפטציה האחורית לתמונה  $I_1$ .  
 Table 6.2 - Compression and reconstruction errors for the backward adaptation for the image  $I_1$ .

מבחינת התוצאות הטובות ביותר דמו באיכותן התמונות ששוחזרו מתוך הקידוד באמצעות 512 ו-256 בלוקים שכיחים ביותר לשחזור ללא עוות הדחיסה. התמונה ששוחזרה מתוך קידוד באמצעות 128 בלוקים כבר היתה באיכות גרועה.

ג. חיפוש מילון בלוקים אופטימלי

חישוב השגיאה ומציאת מילון אופטימלי במקרים האדפטיביים לא תבוצע בצורה זהה לזו שבמקרה הרגיל, הלא אדפטיבי. השוני נובע מהעובדה שבמקרים האדפטיביים יש להתחשב בגודל התחום דינמי עבור כל בלוק שבסדרת הלימוד. זאת מכיוון שתחום דינמי גדול מגדיל באופן ריבועי את השגיאה הריבועית הממוצעת כאשר מחושב העוות בין שני שחזרי בלוקים. בעיה זו נפתרת על ידי

שיקלול של שגיאת השחזור . כלומר, במקום לאפיין בלוק בינרי רק על ידי שכיחותו בסדרת הלימוד, נאפיינו גם על פי התחום הדינמי:  $\Delta(B)$ . מכיוון שגודל התחום הדינמי משפיע באופן ריבועי וכן עקב המיצוע שנעשה בחישוב העוות, נשתמש בביטוי  $\Delta^2(B)$  - כלומר, עבור בלוק  $B \in \mathcal{B}$  יהיה ממוצע ריבוע התחום הדינמי, כפי שחושב אמפירית מביצוע תהליך הדיטר עם האדפטציה על תמונת הלימוד.

למידת המרחק בין בלוק  $B$  לבלוק המייצג שלו  $\tilde{B}$ , שבה נשתמש, נקרא WMSE (Weighted MSE). מידת המרחק תוגדר באופן הבא:

$$d_W(B, \tilde{B}) = \frac{1}{\Delta_N} \cdot \overline{\Delta^2(B)} \cdot d_R(B, \tilde{B}) \quad (6.3)$$

כאשר  $d_R$  מוגדר בנוסחה (5.5) ו-  $\Delta_N$  קבוע נירמול מתאים. על מנת להשתמש באלגוריתם ה-LBG הבינרי שתואר בסעיף 5.2.2 עבור המקרים האדפטיביים יש לבצע את השינויים הבאים:  
א. בצעד (2) חישוב העוות המשוקלל יעשה על פי הנוסחה:

$$D_m = \sum_{B \in \mathcal{B}} p(B) \cdot \overline{\Delta^2(B)} \cdot \min_{\tilde{B}_i \in \mathcal{A}_m} d(B, \tilde{B}_i)$$

ב. בצעד (3) הבלוק  $\tilde{B}$  שיבחר לייצג את החלוקה  $\pi_1$  יהיה זה שיקיים:

$$\sum_{B \in \pi_1} p(B) \cdot \overline{\Delta^2(B)} \cdot d(\tilde{B}, B) \leq \sum_{B \in \pi_1} p(B) \cdot \overline{\Delta^2(B)} \cdot d(\hat{B}, B)$$

אדפטציה קידמית: עבור סוג זה של אדפטציה בוצעו כמה הרצות של האלגוריתם האיטרטיבי עבור גדלי מילון של 64, 128, 256 בלוקים מייצגים. עבור כל מקרה כזה נבדקו שתי אפשרויות למילון התחלתי: מילון של הבלוקים השכיחים ביותר שהתקבלו מתמונות הלימוד ומילון של הבלוקים השכיחים ביותר שהתקבלו מתמונות הביקורת. בארבע השורות הראשונות של טבלה 6.3 נתונות תוצאות העוות המשוקלל לפיקסל עבור המקרים שצויינו לעיל מהתוצאות רואים כי בכל המקרים הושג שיפור בעוות ביחס לעוות של המילון ההתחלתי כלומר גם כאן מילון הבלוקים השכיחים ביותר אינו המילון האופטימלי. אם נקח את המילון של הבלוקים השכיחים ביותר מתמונות הלימוד כבסיס למידת השיפור אזי השיפור הבולט ביותר הושג עבור מילון בגודל 128 - כ 15%. עבור מילונים בגודל 64 ו- 256 השיפור היה יחסית קטן - כ 5%.

מספר הבלוקים שבמילון		256	128	64
בלוקים במילון ההתחלתי	עוות			
שכיחים ביותר מתמונות הלימוד	מילון התחלתי	7.6	21.8	42.7
	מילון סופי	7.3	18.6	42.3
שכיחים ביותר מתמונות הביקורת	מילון התחלתי	11.9	25.2	44.6
	מילון סופי	9.2	20.3	41.0
עוות MSE כללי בהנחת אדיטיביות		121.3	132.6	155.0
תוספת ביחס לשחזור ללא דחיסה		+ 6.4%	+16.3%	+36.0%

טבלה 6.3 - עוות ממוצע לפיקסל לפי מידת WMSE לגדלי מילון שונים עבור מספר מילונים התחלתיים וסופיים למקרה של אדפטציה קידמית.

Table 6.3 - Average distortion per pixel with WMSE measure for different dictionary sizes for number of initial and final dictionaries for the case of forward adaptation.

יש לזכור כי במקרה של האדפטציה הקידמית עוות ה WMSE שמקורו בדחיסה מתווסף בקרוב לשגיאת ה- MSE בין השחזור (ללא דחיסה) לתמונה המקורית. שגיאת ה- MSE הממוצעת בין שחזורי 5 תמונות הלימוד לתמונות הלימוד המקוריות היתה 114.0. מתוצאה זו ומחנחת האדיטיביות שבנוסחה (6.1) רשומות בשתי השורות האחרונות של טבלה 6.3 השגיאה הכללית בין המקור לבין השחזור שלאחר הדחיסה והתוספת של העוות המשוקלל ביחס לשגיאת השחזור כאשר אין דחיסה (כלומר ביחס ל-114.0).

אדפטציה אחורית: עבור מקרה זה לא ניתן לתכנן מילון אופטימלי באמצעות הגישה הפשוטה של אלגוריתם ה- LBG, זאת עקב המבנה השונה של המערכת עם האדפטציה האחורית. מכיוון שבמערכת שבשרטוט 6.3 קיים חוג סגור של קידוד באמצעות מילון ואדפטציה של תחומים דינמיים. הרי שמוצא המילון קובע את האדפטציה ומשפיע על ערכו של הבלוק הבא המועמד לקידוד. כלומר הסטטיסטיקה של הבלוקים B נקבעת בין היתר על פי תוכן המילון שאמור להיות מתוכנן בהתאם לסטטיסטיקה זו.

בעיה זו לא נפתרה במסגרת עבודה זו אך קיימים לה פתרונות תת אופטימליים. בספרות מתוארים מספר מקרים שהינם אנלוגיים למקרה שנדון לעיל.

ב [31] מדווח על ניסיון למציאת מילון אופטימלי למערכת קידוד אותות דיבור בשיטת Gain Adaptive VQ. במקרה בו האדפטציה להגבר הייתה אחורית הורץ אלגוריתם ה LBG נשמשתמשים במודל של המערכת עם חוג סגור. כלומר מבצעים איטרציה של האלגוריתם עם סדרת לימוד אחר כך המילון מוחזק קבוע ומחושבת סטטיסטיקה חדשה מבוצעת עוד איטרציה של האלגוריתם וחוזר חלילה. הבעיה שנצפתה ב [31] היא שהעוות לא ירד בצורה מונוטונית מאיטרציה לאיטרציה כמו באלגוריתם ה LBG הרגיל אלא היו מקרים שבהם היתה עליה בעוות. מכאן שההתכנסות אינה מובטחת וכן לא ניתן להשתמש בתנאי העצירה של אלגוריתם ה-LBG הרגיל (סף של  $\epsilon$  בשיפור העוות).

גישה דומה ננקטה ב [32] עבור קידוד אותות דיבור בשיטת Vector Predictive Coding אלא ששם נמצא באופן ניסויי כי האלגוריתם התכנס. כמו כן נבדקה ב [32] שיטה לתכנון מילון כאשר משתמשים במודל של המערכת עם חוג פתוח, כלומר, סטטיסטיקת סדרת הלימוד מחושבת פעם אחת ואחריה מבוצעות איטרציות של אלגוריתם ה-LBG עד להתכנסותו. התוצאות עבור השיטה האחרונה היו פחות טובות מאשר עבור השימוש באלגוריתם ה-LBG בחוג סגור כאשר הסטטיסטיקה נקבעת מחדש לכל איטרציה.

6.2 קידוד באורך משתנה ללא עוות

שיטות הדחיסה שנבדקו בסעיף 5.2.3 הופעלו גם על תמונות הדיטר שהתקבלו בשיטות האדפטיביות.

א. קידוד התמונות עם מילון מותאם לכל תמונה

בטבלה 6.4 מסוכמות תוצאות הדחיסה הממוצעות עבור 5 תמונות בדיטר שהתקבלו מהפעלת תהליכי הדיטר האדפטיביים על תמונות הלימוד.

סוג האדפטיביות	ממוצע מס' המפירות	ממוצע מס' הבלוקים השונים	אינפ' קידוד הבלוקים	אינפ' המילון	r עבור ה-bit map
קידמית	0.367	543	0.376	0.033	0.409
אחורית	0.363	536	0.373	0.033	0.406

טבלה 6.4 - תוצאות הדחיסה הממוצעות עבור 5 תמונות הדיטר בשיטות האדפטיביות, כל קצבי האינפורמציה נתונים ב bit/pel.

Table 6.4 - Average compression results for 5 dither images in the adaptive schemes, all the rates in bit/pel.

קצב האינפורמציה - r, הוא סכום אינפורמצית המילון ואינפורמצית קידוד הבלוקים על פי נוסחה (5.12). בשיטת האדפטיביות הקידמית יש להוסיף את אינפורמצית הצד שהיא 0.25 bit/pel, כך שהאינפורמציה הממוצעת הכללית לתמונה היא 0.659 bit/pel.

את שיטת דחיסת הבלוקים שהופעלה כאן עבור האדפטיביות הקידמית ניתן להשוות לשיטת הדחיסה שמקורה ב [11] והופעלה ב [12] ו- [13]. על פי התוצאות המדווחות ב [13] דחיסת ה bit map של התמונה I<sub>1</sub> היתה של 0.45 bit/pel לעומת 0.4 bit/pel בשיטת קידוד הבלוקים עם המילון המותאם המוצעת כאן, כלומר הושג שיפור של כ 10% בדחיסת ה-bit map.

מהתוצאות שבטבלה 6.4 ניתן להוכיח כי ממוצע אנטרופיות ה bit map וכן המספר הממוצע של הבלוקים השונים בתמונה עבור שני סוגי האדפטיביות קרוב למדי.

כמו כן מחשוואת התוצאות שבטבלה 6.4 לשורה התחתונה של טבלה 5.4 ניתן לראות כי מספר הבלוקים השונים בתמונה הוא פי 3 והאנטרופיה האמפירית עלתה ב 50% ביחס לסכימת הדיטר הרגילה.

ב. קידוד התמונות עם מילון יחיד

גם כאן בונים מילון על פי תמונות הדיטר של תמונות הלימוד בהנחה שהסטטיסטיקה של תמונות הדיטר הינה סטטיסטיקה מייצגת של כלל תמונות הדיטר שהתקבלו בסכמות האדפטיביות. בטבלה 6.5 נתונות תוצאות הדחיסה עבור שתי הסכמות האדפטיביות עבור תמונות הלימוד והביקורת. טבלה זו הינה הטבלה המקבילה לטבלה 5.5 שהתקבלה עבור סכמת הדיטר הרגילה.

תמונות דיטר	אנטרופיה	ממוצע	קצב	סטיה	סטיה
	אמפירית	האנטר' האמפיריות	אינפ' ממוצע	מהאנטר' הממוצעת	מממוצע האנטר'
אדפטציה קידמית- לימוד	0.388	0.367	0.396	+ 2.1%	+ 7.9%
אדפטציה קידמית- ביקורת	0.428	0.410	0.457	+ 6.8%	+11.5%
אדפטציה אחורית- לימוד	0.376	0.363	0.383	+ 1.9%	+ 5.5%
אדפטציה אחורית- ביקורת	0.401	0.387	0.420	+ 4.7%	+ 8.5%

טבלה 6.5 - תוצאות הדחיסה של תמונות הלימוד והביקורת באמצעות מילון יחיד עבור השיטות האדפטיביות.

Table 6.5 - Compression results for the training and testing images for the adaptive schemes - compression with a single dictionary.

מחשוואת הסטיות של קצבי האינפורמציה בקידוד התמונות בסכמות האדפטיביות לסטיות המקבילות עבור סכמת הדיטר הרגילה ברור כי הפעם סטטיסטיקה תמונות הלימוד מייצגת בצורה מוצלחת הרבה יותר את הסטטיסטיקה כללית.

הדבר נובע מהעובדה שסטטיסטיקת בלוקי הדיטר עבור המקרה הרגיל (הלא אדפטיבי) תלויה במידה מרובה בסטטיסטיקה של רמות האפור בתמונה, כלומר בהיסטוגרמת התמונה. במקרים האדפטיביים, לעומת זאת, תהליך הדיטר מתבצע על תחום דינמי צר יחסית והתוצאה לא תהיה מושפעת מהיסטוגרמת התמונה באותה מידה. מכאן שבמקרים האדפטיביים שינויים בסטטיסטיקת רמות האפור בתמונה לא יגרמו לשינויים גדולים בסטטיסטיקת בלוקי הדיטר ולכן הסטטיסטיקה של תמונות הדיטר שהתקבלו מתוך תמונות הלימוד תיצג בצורה טובה גם תמונות אחרות.

ג. קידוד על פי בלוק קודם

שיטת הקידוד המסתמכת על בלוק קודם וללא שימוש במילון מתואם נבדקה גם עבור המקרים האדפטיביים. בסעיף 5.2.4 אחת מהמסקנות לגבי שיטה זו היתה כי יש לבדוק את ההסתברויות לקבלת בלוקים זהים רצופים ובהתאם לכך להקצות את סיביות ה prefix. בשיטות האדפטיביות פעילות תמונות הדיטר גבוהה ביחס לשיטה הרגילה ולכן ההסתברות הנזכרת קטנה יותר. ואמנם מבדיקת הדחיסה המושגת באמצעות שיטה זו הקצאת סיביות ה prefix שנתנה את התוצאות הטובות ביותר היתה שונה מזו שבסעיף 5.2.4. ההקצאה היתה ההקצאה הבאה:

prefix bits	data bits	אורך כולל prefix+data	מאפיין הבלוק המקודד - B(k)
10		2	$B(k)=B(k-1)$
0	xxxx	5	B(k), B(k) ≠ B(k-1) שייך ל-16 השכיחים
11	<u>xx...x</u> 16 data bits	18	B(k), B(k) ≠ B(k-1) אינו מ-16 השכיחים

תוצאות הדחיסה הממוצעות ל 5 תמונות הדיטר עבור שני אופני האדפטציה ניתנות בטבלה 6.6. כמו כן ניתנים בטבלה זו ממוצע האנטרופיות המרקוביות האמפיריות עבור תמונות אלו והמספר הממוצע של זוגות בלוקים שהתקבלו. כפי שניתן לחווכח ממוצע האנטרופיות המרקוביות נמוך ביחס לאנטרופיות הרגילות שבטבלה 6.4. לעומת זאת מספר זוגות הבלוקים גדול מאוד וקידוד באמצעות מילון מתואם יצריך כמות אינפורמציה יחסית גבוהה.

כמו כן ניתן לראות כי קצב האינפורמציה הממוצע בשיטת הקידוד הפשוטה שמוצעת הוא כפליים ויותר מהאנטרופיה.

גם בשיטת קידוד זו יש לזכור כי עבור האדפטציה הקידמית קצב האינפורמציה שנתון בטבלה הוא של ה bit map בלבד. אם מוסיפים את אינפורמצית הצד (0.25 bit/pel) מקבלים קצב אינפורמציה ממוצע של 0.807 bit/pel עבור קידוד 5 תמונות הלימוד בשיטת האדפטציה הקידמית לתהליך הדיטר.



סוג האדפטציה	ממוצע האנטרופיות המרקוביות האמפיריות	ממוצע מס' זוגות של בלוקים שונים	ממוצע אינפ' הקידוד ללא שימוש במילון מתואם
קידמית	0.241	4767	0.557
אחורית	0.257	4389	0.558

טבלה 6.6 - ממוצע האנטרופיות וקצבי אינפורמציה בשיטת קידוד הבלוקים על פי בלוק קודם עבור השיטות האדפטיביות.

Table 6.6 - Average entropies, and rates for block encoding referring to previous block for the adaptive schemes.

### 7. מודל לחישוב אנטרופיית חבליקים המתחבלים בשיטת הדיטר עם אדפטציה

ב[12] הראו באופן תאורטי כי שגיאות ה- RMSE וה- MAE של השחזור יחסיות לתחום הדינמי של תמונת המקור. כלומר ככל שיצומצם התחום בו מפולגים הספים ויותאם לתחום הדינמי של רמות האפור באותו בלוק כך ישופרו מדדי ה- RMSE וה- MAE. גם מבחינת התוצאות הסובייקטיביות יש שיפור ניכר באיכות התמונה המשוחזרת בשיטות האדפטיביות לעומת השחזור הרגיל. שיפור זה אינו מושג חינם, התשלום עליו הוא בהגדלת קצב האינפורמציה הדרוש לשידור או לאיחסון תמונת הדיטר. מקור הגדלת קצב האינפורמציה הוא כפול: א. שידור אינפורמציה צד בשיטת הדיטר עם האדפטציה הקידמית. ב. אנטרופיית ה- bit map של תמונות הדיטר בשיטות האדפטיביות גבוהה מזו של השיטה הרגילה הלא-אדפטיבית. בפרק זה נבחן מודל לחישוב אנטרופיית חבליקים של ה- bit map כאשר משתמשים בשיטת הדיטר עם האדפטציה. כלומר נבדוק את התלות של אנטרופיית חבליקים בהקטנת או הגדלת התחום הדינמי ( $M_1 - M_0$  שבפרקים 2 ו- 3) בו מפולגים ספי הדיטר.

#### 7.1 תיאור המודל ונוסחאות האנטרופיה

עבור כל בלוק  $s$  בגודל  $4 \times 4$  בתמונה ניתן לרשום את ערכי הפיקסלים בצורה הבאה:

$$s_{ij} = \mu + W_k \quad (7.1)$$

כאשר  $k$  ( $0 \leq k \leq 15$ ) הוא מספרו הסידורי של סף הדיטר המתאים לקואורדינטות  $i, j$ . נניח כי  $W_k$  משתנים אקראיים בעלי ממוצע 0, בלתי תלויים הדדית, ובעלי פילוג זהה (i.i.d).  $\mu$  הוא קבוע לכל בלוק בתמונה ולפי (7.1) וההנחה לגבי  $W_k$  ערכו של  $\mu$  הוא ממוצע ערכי הפיקסלים  $s_{ij}$ . נסמן ב-  $f_W$  את פונקציית צפיפות ההסתברות (probability density function) של  $W$ . וב-  $F_W$  את פונקציית פילוג ההסתברות (probability distribution function) של  $W$ .

אם נפלא את הספים  $t(k)$  באופן אחיד כך שמרכזם  $\mu$  נקבל כי ערכיהם:

$$t(k) = c \cdot (k - 7.5) + \mu \quad (7.2)$$

כאשר  $k$  נקבע על פי מיקום האינדקסים  $i, j$  שב (7.1) ו-  $c$  הוא פרמטר הקובע את ההפרש בין שני ספים עוקבים (וכן את גודל התחום בו מפולגים הספים).

לאחר ביצוע תהליך הדיטר מקבלים:

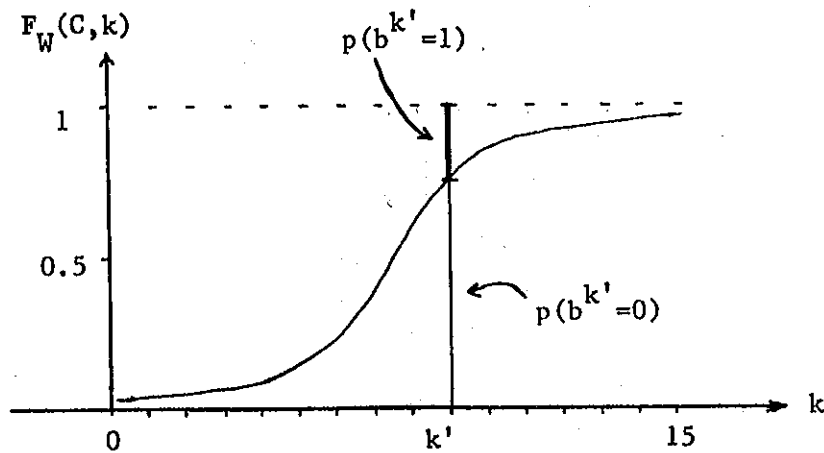
$$b^k \triangleq b_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{if } s_{ij} < t(k) \equiv W_k < C(k-7.5) \\ 1 & \text{if } s_{ij} \geq t(k) \equiv W_k \geq C(k-7.5) \end{cases} \quad (7.3)$$

אם  $f_W$  או  $F_W$  נתונים אזי ניתן לחשב את ההסתברויות  $p(b^{k=1})$ ,  $p(b^{k=0})$ .

$$p(b^{k=0}) = p(W^k < C(k-7.5)) = F_W(C(k-7.5)) \triangleq F_W(C, k) \quad \text{א.} \quad (7.4)$$

$$p(b^{k=1}) = p(W^k \geq C(k-7.5)) = 1 - F_W(C, k) \quad \text{ב.} \quad (7.4)$$

בשרטוט 7.1 מומחשת התלות של ההסתברויות  $p(b^k)$  במספרו הסידורי של הסף,  $k$ , עבור פונקצית פילוג הסתברות טיפוטית.



שרטוט 7.1 - ההסתברויות  $p(b^k)$  עבור פונקצית פילוג הסתברות טיפוטית.  
 Fig. 7.1 - The probabilities  $p(b^k)$  for a typical probability distribution function.

נפרוש בלוק בינרי B בגודל 4x4 לוקטור בינרי:  $b^0 \dots b^{15}$ . ואז האנטרופיה לבלוק תהיה בהתאם לנוסחה (5.13):

$$H_B = - \sum_{b^0 \dots b^{15}} p(b^0 \dots b^{15}) \log_2 p(b^0 \dots b^{15}) \quad (7.5)$$

כאשר הסיכום נעשה על פני כל  $2^{16}$  הצירופים הבינריים של הוקטור  $b^0 \dots b^{15}$ . כיוון שהנחנו ש  $w^k$  בלתי תלויים הדדית גם  $b^k$  בלתי תלויים הדדית והאנטרופיה של הוקטור הבינרי (או הבלוק הבינרי) היא סכום האנטרופיות של

הפיקסלים הבינריים  $b^k$  . נסמן ב  $H^k$  את האנטרופיה של הפיקסל  $b^k$  ואז את (7.5) ניתן לרשום כך:

$$H_B = \sum_{k=0}^{15} H^k = -\sum_{k=0}^{15} [p(b^{k=0}) \log_2 p(b^{k=0}) + p(b^{k=1}) \log_2 p(b^{k=1})] \quad (7.6)$$

$$= -\sum_{k=0}^{15} [F_W(C, k) \log_2 F_W(C, k) + (1 - F_W(C, k)) \log_2 (1 - F_W(C, k))]$$

ניתן להראות כי לצורך חישוב  $H^k$  עבור מספר פילוגים שונים של  $W$  (גאמה, לפלט, גאוסי), שינוי בפרמטר  $C$  (שאותו אנו קובעים) שקול לשינוי בטעיית התקן (standard deviation) של  $F_W$  . בנספח ג מודגמת השקילות עבור פילוג גאוסי, כלומר אם  $W_1 \sim N(0, \sigma)$   $W_2 \sim N(0, a\sigma)$

$$F_{W_1}(C/a, k) = F_{W_2}(C, k) \quad \text{אזי}$$

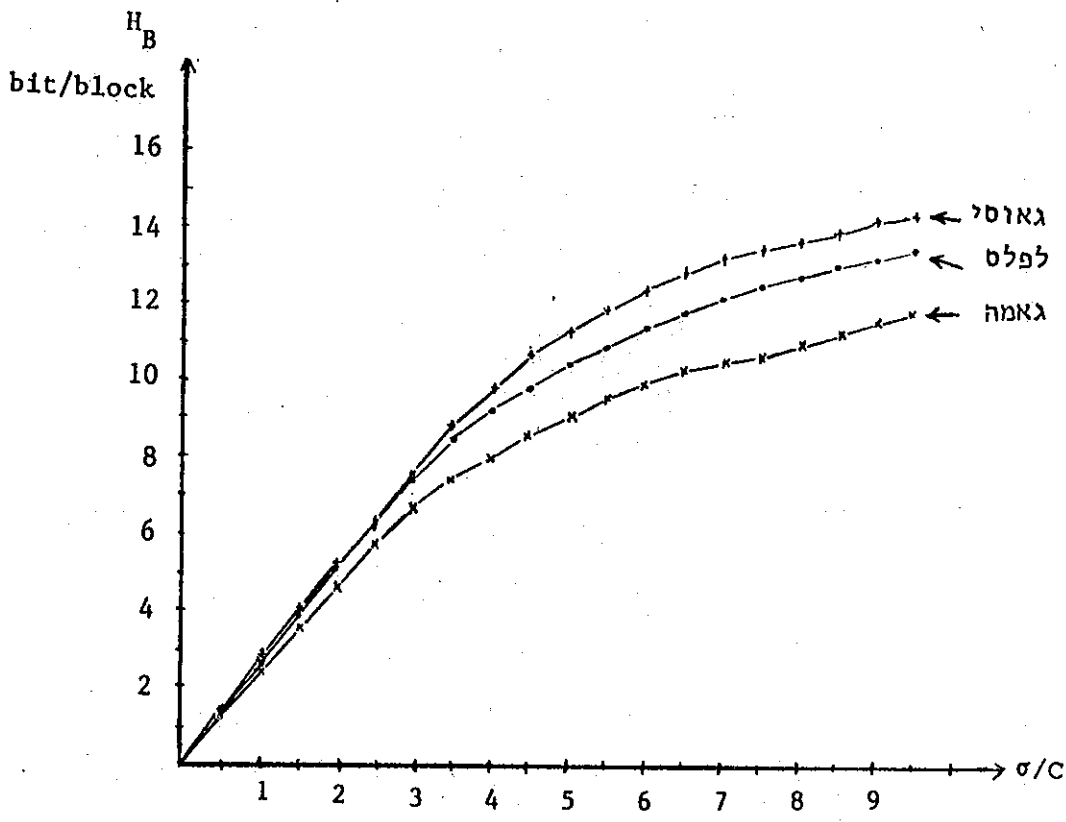
### 7.2 אנטרופיית הבלוקים במודל כפונקציה של השונות

על מנת לעמוד על השפעת אופי הפילוג והשונות שלו על אנטרופיית הבלוקים בוצעה בדיקה נומרית של האנטרופיה על פי נוסחה (7.6) . הפילוגים שנבדקו היו שלושה פילוגים שונים באופיים: גאמה, לפלט וגאוסי . פונקציות צפיפות ההסתברות לפילוגים אלה נתונות להלן .

$$f_W(w) = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{8\pi\sigma}|w|} e^{-\frac{\sqrt{3}|w|}{2\sigma}} \quad \text{פילוג גאמה:}$$

$$f_W(w) = \frac{1}{\sqrt{2\sigma}} e^{-\frac{\sqrt{2}|w|}{\sigma}} \quad \text{פילוג לפלט:}$$

$$f_W(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{w^2}{2\sigma^2}} \quad \text{פילוג גאוסי:}$$



שרטוט 7.2 - אנטרופיית הבלוקים במודל כפונקציה של סטיית התקן ( $\sigma$ ) עבור שלושה פילוגים.

Fig. 7.2 - The blocks entropies in the model as a function of the standard deviation ( $\sigma$ ) for three distribution functions.

בשרטוט 7.2 ניתנות עקומות האנטרופיה עבור שלושת הפילוגים כפונקציה של סטיית התקן או שורש השונות  $\sigma$ , כאשר הפרמטר  $C$  הוחזק כקבוע. מתוך השקילות שהוזכרה לעיל ניתן לקבל את אותן עקומות על ידי  $\sigma$  קבוע ושינוי של  $C$ . מתוך העקומות שבשרטוט ניתן להסיק כמה מסקנות חשובות:  
 א. בתחום בו אנו פועלים (פיזור לא גדול ואנטרופיה עד 8 bit/block או 0.5 bit/pel) אין הבדלים משמעותיים באנטרופיות עבור סוגי הפילוג השונים.  
 ב. בתחום זה האנטרופיה עולה באופן ליניארי בקרוב עם עליית  $\sigma$ .

התחום בו אנו מעוניינים לפעול הוא תחום בו היחס  $\sigma/C$  לא גדול נובע מסיבות הקשורות לשחזור רמות האפור מתוך תמונת הדיטר. הדיוק המושג על ידי שיטת השחזור "voting process" הוא עד כדי יחידה אחת מ-32 ולכן השימוש בספים

הפרושים בתחום דינמי קטן מ 32 רמות אפור כמעט ולא ישפר את שגיאות ה MAE וה RMSE. ב[13] למשל התחום הקטן ביותר במילון היה של 64 רמות אפור. אם נבחן לדוגמה ערך יחסית קטן לתמונות של  $\sigma=6$  ותחום ספים של 32 (כלומר  $C=2$ ), נקבל יחס של  $\sigma/C=3$ . ערך זה על פי שרטוט 7.2 הוא עדיין בתחום הליניארי שבו גם אין כמעט הבדלים בין הפילוגים השונים. הקטנת תחום הספים ל 16 ( $C=1$ ) לא תשפר כמעט את השגיאות אך תגדיל את היחס ל  $\sigma/C=6$  ונקודה זו כבר חורגת מהתחום הליניארי בו רצוי לפעול.

יתר על כן הקטנת C מגדילה את ההסתברות שרמות אפור מבלוק המקור יהיו מחוץ לתחום הספים. לדוגמה עבור הנחת פילוג גאוסי ויחס של  $\sigma/C=8$  ההסתברות לכך היא מעל 0.3. מכיוון שרמות האפור המשוחזרות מוגבלות לתחום בו מפולגים הספים הרי ככל שתגדל ההסתברות להמצאות רמות אפור מחוץ לתחום הספים תגדל גם שגיאת השחזור הממוצעת.

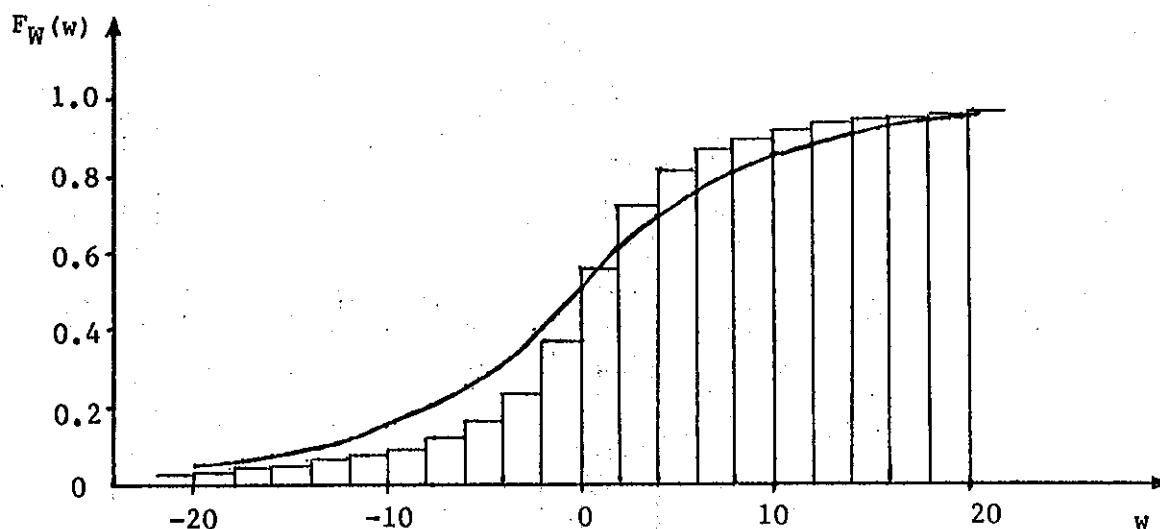
בתחום בו אנו מעוניינים לפעול קיים יחס ליניארי בין הקטנת C, כלומר הקטנת תחום הספים, לעליית האנטרופיה. על פי המודל שפותח ב [12] קיים יחס ליניארי בין הקטנת תחום הספים להקטנת שגיאות ה- MAE וה RMSE. בצורה זו ניתן לקשור בין האנטרופיה לבין שגיאת השחזור: כלומר - אם אנו משיגים שיפור יחסי מסויים (עקב הקטנת תחום הספים) הרי שיפור זה ילווה בהגדלת האנטרופיה באותו יחס.

### 7.3 השוואות תוצאות המודל לתוצאות המתקבלות מתמונות

על מנת לבדוק את מידת ההתאמה של המודל לתמונות אמיתיות בוצעו מספר בדיקות.

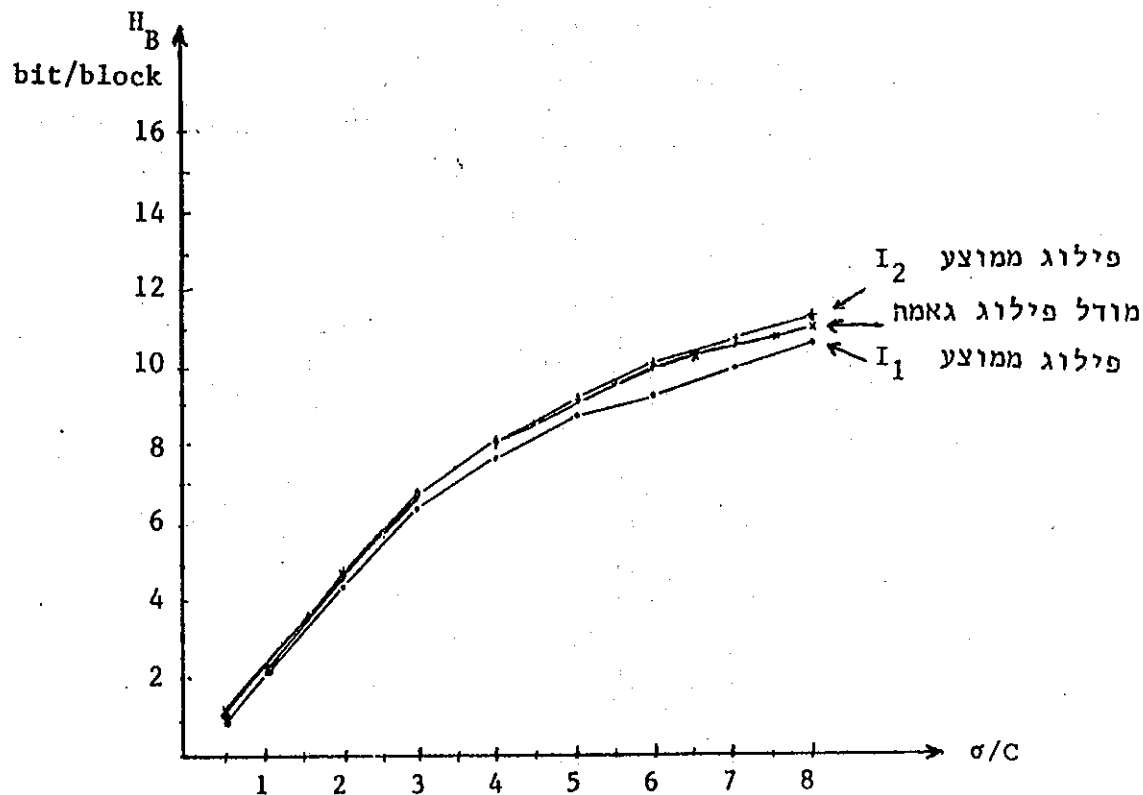
בבדיקה הראשונה חושבה פונקציית פילוג ההסתברות הממוצעת  $F_W$  בתמונה. הדבר נעשה על ידי חישוב הממוצע בכל בלוק  $4 \times 4$  בתמונה, חישוב W על פי נוסחה (7.1) באופן הבא:  $W = s - \mu$ , (כלומר אין התחשבות במיקומו של הפיקסל בתוך הבלוק) ולבסוף חישוב ההסתברות האמפירית של W. פונקציית פילוג ההסתברות של  $F_W$  עבור התמונה  $I_1$  מתוארת בשרטוט 7.3.

מתוך פונקציית פילוג ההסתברות הממוצעת שהתקבלה חושבו אנטרופיות הבלוקים על פי נוסחה (7.6) עבור מספר ערכים של C. האנטרופיות שהתקבלו עבור התמונות  $I_1$  ו-  $I_2$  מופיעות בשרטוט 7.4 והן מושוות לאנטרופיות שהתקבלו בהנחת פילוג גאמה (ראה שרטוט 7.2). ראוי לציין כי ערכי C עבור כל עקומה המתאימה לתמונה מנורמלים לפי ערכו של  $\sigma$  - סטיית התקן של אותה תמונה. משרטוט 7.4 ניתן לראות כי האנטרופיות המתקבלות מתוך פונקציית הפילוג הממוצעת של התמונה קרובות לאלו שמתקבלות בהנחת פילוג גאמה.



שרטוט 7.3 - פונקציית פילוג ההסתברות הממוצעת  $F_W(w)$  עבור התמונה  $I_1$  (תאור על ידי מדרגות) בהשוואה לפונקציית פילוג ההסתברות של פילוג גאמה עם אותה שונות (עקומה רציפה).

Fig. 7.3 - Average probability distribution function  $F_W(w)$  for the image  $I_1$  (stair case) compared to gamma probability distribution function with the same variance (continuous curve).



שרטוט 7.4 - השוואת אנטרופיית הבלוקים המתקבלת מהפילוג הממוצע בתמונות לאנטרופיית הבלוקים המתקבלת מהמודל (פילוג גאמה).

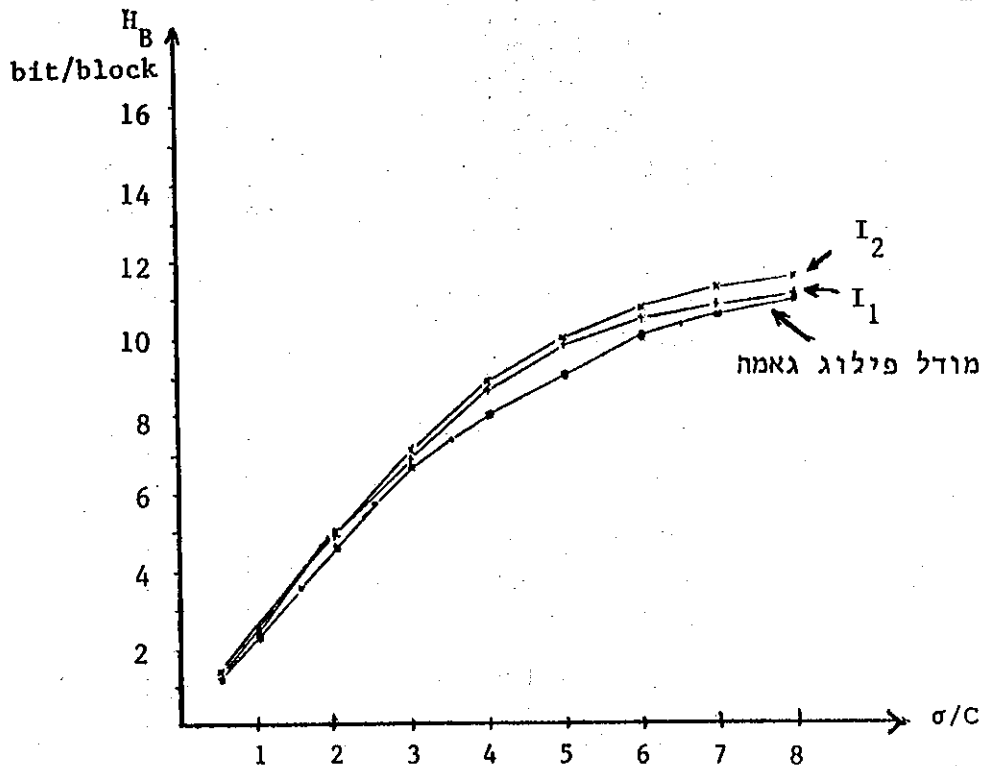
Fig. 7.4 - The blocks entropy obtained from the images average probability distribution function compared to the blocks entropy obtained from the model (gamma distribution).

הבדיקה השניה שבוצעה במטרה לבדוק את התאמת המודל כללה ביצוע תהליך דיטר על התמונות עצמן.

הניסויים שבוצעו היו הבאים:

בכל ניסוי נבחר מראש קבוע שנסמנו  $const$ , עבור כל בלוק  $4 \times 4$  בתמונה חושבו הממוצע  $\mu$  והשונות  $\sigma$ , לאחר מכן נקבע הפרמטר  $C$  כך שיתקיים היחס  $\sigma/C = const$  ספי הדיטר נקבעו בהתאם לנוסחה (7.5), בוצע תהליך הדיטר ונבדקה אנטרופית הבלוקים.

תוצאות האנטרופיות שהתקבלו בסימולציות עבור שתי התמונות  $I_1$  ו-  $I_2$  ומספר ערכים של הקבוע  $const$  מתוארות בשרטוט 7.5. תוצאות אלו מושוות לאנטרופיות שהתקבלו בהנחת פילוג גאמה למודל (ראה שרטוט 7.2).



שרטוט 7.5 - השוואת אנטרופית הבלוקים של תמונות לאנטרופית הבלוקים המתקבלת מהמודל (פילוג גאמה).

Fig. 7.5 - Images blocks entropy compared to the blocks entropy obtained from the model (gamma distribution).

כפי שניתן להוכיח משרטוט 7.5 עבור התחום בו דנו קודם (אנטרופית בלוקים עד  $8 \text{ bit/block}$ ) קיימת התאמה טובה מאוד בין אנטרופיות בלוקי הדיטר של התמונות לבין האנטרופיות שחושבו עבור המודל.

כלומר המודל מתאר בצורה אמינה למדי את הקשר שקיים בין גודל התחום הדינמי בו פרושים הספים ופיזור רמות האפור בבלוק לבין אנטרופית הבלוקים המתקבלת לאחר הפעלת תהליך הדיטר.

שיטת הדיטר האדפטיבית שתוארה לעיל, והוצעה לצורך בדיקת ההתאמה של המודל, שונה מהשיטה הקודמת שמקורה ב[12] וב[13] והנסקרת בסעיף 2.2.3. בשיטה



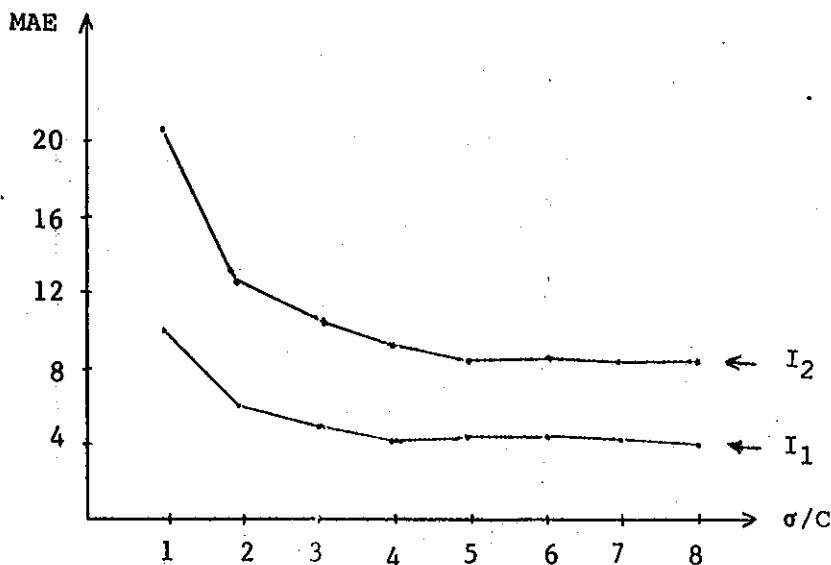
החדשה האדפטציה ופילוג הספים מבוצעים על פי הממוצע והשונות של רמות האפור בבלוק 4x4, להבדיל מפילוג ספים על פי ערכי המינימום והמקסימום, כפי שהוצע ב[12] וב [13].

על מנת לבדוק את ביצועי השיטה האדפטיבית החדשה נעשה שחזור לרמות האפור באמצעות "תהליך ההצבעה", כאשר למשחזר ידועים ערכי  $\mu$  ו- $\sigma$  של כל בלוק וכן ידוע ערכו הקבוע  $const$  שעבורו הוחלט מראש לכל ניסוי. הערך המשוחזר לכל פיקסל יחושב בהתאם לנוסחה (2.8) אלא שכאן יש להשתמש ב  $\hat{M}_0$  וב  $\hat{M}_1$  כדלהלן:

$$\hat{M}_0 = \mu - 8C = \mu - \frac{8\sigma}{const} \quad (7.7)$$

$$\hat{M}_1 = \mu + 8C = \mu + \frac{8\sigma}{const}$$

בוצעו מספר ניסויים כאלו עם מספר ערכים של  $const$  (כלומר של  $\sigma/C$ ) ושגיאת ה-MAE עבור התמונות  $I_1$  ו- $I_2$  משורטטת בשרטוט 7.6.



שרטוט 7.6 - שגיאת ה-MAE של השחזור כפונקציה של היחס  $\sigma/C$  בו היה שמוש באדפטציה.

Fig. 7.6 - The reconstruction MAE as a function of the ratio  $\sigma/C$  that has been used in the adaptation.

שתי תופעות בולטות מובחנות מהשרטוט:

א. בתחום הנמוך של ערכי  $\sigma/C$  (הערכים בהם  $\sigma/C < 4$ ) שגיאת השחזור יורדת באופן משמעותי עם הגדלת היחס  $\sigma/C$  (כלומר עם הקטנת תחום פילוג הספים).

ב. מעבר לערכים אלה של  $\sigma/C$  אין כמעט שיפור בשגיאת השחזור למרות שמקסימום את תחום פילוג הספים.

מבחינת האיכות הטוביקטיבית היו השחזורים שהתקבלו עבור הערכים  $\sigma/C = 4, 5, 6$  טובים מאוד באיכותם ועבור הערכים  $\sigma/C = 2, 3, 7, 8$  במעט פחות טובים.

תוצאות אלו מאשרות את הדיון הקודם שנערך בסופו של סעיף 7.2. כלומר, בתחום בו קיים יחס ליניארי בין האנטרופיה ל  $\sigma/C$  קיימת ירידה בשגיאת השחזור עם צמצום תחום פילוג הספים, צימצום גדול מדי של תחום פילוג הספים כבר לא יועיל מהסיבות שפורטו בסעיף 7.2.

ממסקנות אלו עולה כי עבור השיטה המוצעת רצוי לפעול עם יחס של  $\sigma/C=4$  לקבלת תמונות באיכות טובה, שכן הגדלת היחס אינה משפרת את איכות התמונות אך לעומת זאת מגדילה את אנטרופיית הבלוקים (ראה שרטוט 7.4). כמו כן ניתן לקבל תמונות באיכות במעט פחות טובה תוך שימוש ב  $\sigma/C=2, 3$  אך באנטרופיית בלוקים נמוכה יותר.

אם משווים את איכות התמונות המתקבלות בשיטת האדפטציה שהוצעה בפרק זה לשיטת האדפטציה הקידמית הרגילה (עבור התמונה  $I_1$  בשיטה הרגילה  $MAE=5.9$  ואנטרופייה לבלוק  $H_B=5.9$ ) - איכות התמונות בשיטה החדשה שבוצעה היא טובה יותר עבור ערכי  $\sigma/C=3, 4$  ואיכות דומה מתקבלת עבור שימוש ב  $\sigma/C=2$ .

אם משווים את אנטרופיות הבלוקים בין שתי השיטות מקבלים כי עבור שימוש ב-  $\sigma/C=2.5$  האנטרופיות שוות בקרוב. מכאן עולה כי לשיטה שהוצעה בפרק זה עדיפות קלה על פני שיטת האדפטציה הקידמית הרגילה.

## 8. סכום מסקנות וכווננים להמשך המחקר

### סכום ומסקנות

- כפי שצוין במבוא, למחקר זה מספר מטרות:
- הצעת שיטה אדפטציה אחורית עבור תהליך הדיטר.
  - שיפור איכות התמונות המשוחזרות מתמונות הדיטר תוך שמירה על קצב אינפורמציה נמוך.
  - דחיסת תמונת הדיטר הבינרית.

גישת האדפטציה האחורית, כלומר-מנגנון אדפטציה ללא אינפורמציה צד- הוכחו כאפשריים לביצוע. שיטות האדפטציה שנבדקו בפרק 3 נתנו תוצאות באיכות בינונית ומעט פחות טובה מאשר שיטת האדפטציה עם אינפורמציה צד. החיסכון ביחס לשיטת האדפטציה הקידמית הוא של  $0.25 \text{ bit/pel}$ . איכות תמונות השחזור בשיטה המוצעת היתה טובה מזו של השחזור ללא אדפטציה שגם הוא בעל קצב אינפורמציה דומה  $-1 \text{ bit/pel}$ .

בפרק 4 נבדקה האפשרות של פרוק התמונה לשני מרכיבים. הסכמה הפשוטה של קידוד מרכיב התדרים המרחביים הנמוכים בשיטת האדפטציה האחורית לתהליך הדיטר וקידוד נפרד לתדרים המרחביים הגבוהים לא נתנה תוצאות טובות. לעומת זאת כאשר היתה התחשבות בשגיאה שנגרמת בקידוד ושחזור מרכיב התדרים הנמוכים על ידי קידודה יחד עם מרכיב התדרים הגבוהים התקבלו תוצאות באיכות טובה למדי. קצב האינפורמציה היה סך הכל  $0.85 \text{ bit/pel}$  כאשר בוצע קידוד Huffman. לרמות הייצוג של מרכיב התדרים הגבוהים, ו- $1 \text{ bit/pel}$  ללא קידוד Huffman. בסכמות שהוצעו ונבדקו, תהליך הקידוד בוצע למעשה על  $2 \times 2$  פיקסלים של תמונת המקור כאשר מנוצלת היתרות שקיימת בתמונות בגודל  $512 \times 512$ . הסיבוביות בסכמות אלה נובעת מהצורך לבצע שחזור בשלב הקידוד וכן קוונטיזציה לא אחידה.

פרקים 5 ו-6 עסקו בדחיסת בלוקי הדיטר הבינריים, הראשון עבור תמונות דיטר רגילות והשני עבור תמונות הדיטר למקרים האדפטיביים. סיכום ביניים לפרק 5 ניתן למצוא בסעיף 5.3. עיקרי פרק זה: שימוש במידות מרחק בין בלוקי דיטר המשקפות את רגישות מערכת הראיה, תיכנון מילון בלוקים מיצגים על פי הגישה הנהוגה בתחום ה-VQ - הסבת אלגוריתם ה-LBG למקרה הבינרי, ולבסוף קידוד על ידי צופן באורך משתנה.

יחסי הדחיסה שהושגו בקידוד התמונות על ידי צופן באורך קבוע היו: 1:3 עבור תמונות דיטר רגילות ו- 1:2 לתמונות דיטר בשיטות האדפטיביות. יחסי הדחיסה שהושגו בקידוד התמונות על ידי צופן באורך משתנה היו: 1:4, 1:1.8, 1:2.5 עבור תמונות דיטר רגילות, תמונות דיטר עם אדפטציה קידמית ותמונות דיטר עם אדפטציה אחורית, בהתאמה.

כווננים להמשך המחקר

עבור שיטת האדפטציה האחורית ניתן לבנות טבלאות גדולות יותר המקבלות כקלט את כל 16 הפיקסלים הבינריים בבלוק. כן ניתן לקבוע את תוכן הטבלאות ואופן השיערוך בהתאם לסטטיסטיקת לימוד ולא על פי השיקולים שפורטו בפרק 3 שבעבודה.

שיפור שניתן להוסיף לשיטת פרוק התמונה למרכיבי התדר הוא קידוד של מרכיב התדרים הגבוהים על פי מרכיב התדרים הנמוכים, דבר זה יכול להתבטא בהקצאת סיביות או שינוי בערכי הייצוג עבור מרכיב התדרים הגבוהים מתוך מידע שקיים במרכיב התדרים הנמוכים.

עבור דחיסת בלוקי הדיטר הבינריים הוזכרו בפרקים 6,5 מספר הצעות לשיפור, העיקריות שבהן הן:

א. קידוד על ידי צופן באורך משתנה לתוצאת הדחיסה של שיטת המילון עם הבלוקים המייצגים.

ב. תכנון מילון עבור מינימום עוות למקרה של האדפטציה האחורית. אחת האפשרויות היא הפעלת אלגוריתם ה-LBG בחוג סגור, כפי שמתואר ב [32].

ג. שיטת קידוד יעילה שתנצל את האנטרופיה המרקובית הנמוכה הקיימת בקידוד על פי בלוק קודם.

נספח א - נוסחאות לחישוב שגיאת השחזור ולחישוב ההסתברויות האמפיריות

א.1. - מדדים להערכת טיב השחזור

עבור תמונת מקור  $s$  ותמונת שחזור  $\hat{s}$  בגודל  $N \times N$  המדדים האובייקטיביים שנקבעו להערכת טיב השחזור היו:

1. השגיאה האבסולוטית הממוצעת - MAE - Mean Absolute Error

$$MAE = \frac{1}{N^2} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} |s_{ij} - \hat{s}_{ij}| \quad (A.1)$$

2. השגיאה הריבועית הממוצעת - MSE - Mean Square Error

$$MSE = \frac{1}{N^2} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} (s_{ij} - \hat{s}_{ij})^2 \quad (A.2)$$

3. שורש השגיאה הריבועית הממוצעת - RMSE - Root MSE

$$RMSE = [MSE]^{1/2} \quad (A.3)$$

א.2. חישוב ההסתברויות האמפיריות של בלוקי הדיטר

נשתמש באופרטור הספירה:  $c(\cdot|\cdot)$

$c(x|y)$  יציין את מספר הפעמים שהופיע האלמנט  $x$  בסדרה  $y$ .

1. ההסתברות האמפירית של בלוק  $B$  בתמונה בינרית  $B$  בעלת  $N_B$  בלוקי דיטר תהיה.

$$p(B) = \frac{1}{N_B} c(B|B) \quad (A.4)$$

2. ההסתברות המשותפת האמפירית של שני בלוקי דיטר סמוכים  $B(k-1)$  ו-  $B(k)$

$$p(B(k-1), B(k)) = \frac{1}{N_B} c((B(k-1), B(k)) | B) \quad (A.5)$$

3. ההסתברות המותנה האמפירית עבור שני בלוקי דיטר סמוכים

$$p(B(k)/B(k-1)) = \frac{c((B(k-1), B(k)) | B)}{c(B(k-1) | B)} \quad (A.6)$$

נספח ב - שיטת לקידוד הבלוקים על ידי צופן באורך משתנה

אופן החלוקה לקבוצות בשיטת קידוד הבלוקים המוצעת דומה במידת מה לקידוד Fano [37]. אם המקור כולל  $N$  בלוקים שונים, ראשית מסדרים וממספרים את הבלוקים בסדר יורד של שכיחותיהם, כלומר:

$$p(B_1) \geq p(B_2) \geq \dots \geq p(B_N)$$

מוצאים  $k \geq 0$  כך ש  $1=2^k$  וכן:

$$p(B_1) + \dots + p(B_1) \leq 0.5 \leq p(B_{1+1}) + \dots + p(B_N)$$

מחלקים את הבלוקים לשתי קבוצות  $A_1, A_0$  כך ש:

$$A_0 = \{B_1, \dots, B_1\}$$

$$A_1 = \{B_{1+1}, \dots, B_N\}$$

מקצים לכל הבלוקים שבקבוצה  $A_0$  סיבית prefix שערכה 0 ו-  $k$  סיביות data בהתאם למספרם הסידורי של הבלוקים.

מבצעים שלב נוסף של חלוקה כאשר הפעם מחלקים את  $A_1$ . נסמן ב-  $1-p_1$  את ההסתברות  $\text{Prob}(B \in A_1) = 1-p_1$  ומוצאים  $m$  כך ש  $n=2^m$  וכן:

$$p(B_{1+1}) + \dots + p(B_{1+n}) \leq 0.5(1-p_1) \leq p(B_{1+n+1}) + \dots + p(B_N)$$

מחלקים את  $A_1$  לשתי קבוצות  $A_{10}, A_{11}$  כך ש:

$$A_{10} = \{B_{1+1}, \dots, B_{1+n}\}$$

$$A_{11} = \{B_{1+n+1}, \dots, B_N\}$$

מקצים לכל הבלוקים שבקבוצה  $A_{10}$  רת שתי סיביות ה- prefix 10 ו-  $m$  סיביות data.

ממשיכים בחלוקות עם הקבוצה  $A_{11}$ .

בנקודה זו נעיר כי אם בשלב מסוים הסתברויות הקבוצות אינן מאוזנות ניתן לבדוק אפשרות נוספת של חלוקה. למשל אם בחלוקה הראשונה מתקיים

$$p(B_1) + \dots + p(B_1) < p(B_{1+1}) + \dots + p(B_N)$$

אזי חלוקה אפשרית נוספת היא על ידי הגדרת  $1_1=2^{k+1}$  ואז:

$$\tilde{A}_0 = \{B_1, \dots, B_{1_1}\}$$

$$\tilde{A}_1 = \{B_{1_1+1}, \dots, B_N\}$$

והפעם יש להקצות  $k+1$  סיביות data לבלוקים שבקבוצה  $\tilde{A}_0$  ותהליך החלוקות ממשיך עם  $\tilde{A}_1$ .

עוצרים את התהליך כאשר הקבוצה האחרונה היא בלוק בודד. מעשית ניתן להגדיר הסתברות מינימלית לקבוצה ובפעם הראשונה שמגיעים לקבוצה שהסתברותה קטנה או שווה להסתברות זו עוצרים את התהליך. סיביות ה- prefix של הקבוצה האחרונה תהיינה בהתאם לסיביות המציינות של A. אם למשל הקבוצה האחרונה היתה A<sub>1111</sub> סיביות ה- prefix תהיינה 1111. מספר סיביות ה- data שנקצה יהיה בהתאם לגודל הקבוצה.

הערה: אם ברצוננו להגדיר מילת סינכרון אזי ניתן לבצע מעין "חלוקה" נוספת. לדוגמה - אם הקבוצה האחרונה היתה A<sub>1111</sub> סיביות ה- prefix של קבוצה זו תהיינה 1110 (סיביות ה- data ישארו כמקודם) ומילת הסנכרון תהיה 11111.

נספח ג - נספח לפרק 7.

השקילות בין שני ב-σ של רמות האפור לשנינוי בתחום פרישת הספים

עבור  $w_1 \sim N(0, \sigma_1)$  וקבוע  $C_1$  עבור הספים מקבלים:

$$F_{W_1}(C_1, k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_1} \int_{-\infty}^{\infty} C_1^{(k-7.5)} e^{-\frac{w_1^2}{2\sigma_1^2}} dw_1 \quad (C.1)$$

עבור אותו פילוג אך עם קבוע  $C_2 = C_1/a$  מקבלים:

$$F_{W_1}(C_2, k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_1} \int_{-\infty}^{\infty} (C_1/a)^{(k-7.5)} e^{-\frac{w_1^2}{2\sigma_1^2}} dw_1 \quad (C.1)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_1} \int_{-\infty}^{\infty} (C_1/a)^{(k-7.5)a} e^{-\frac{(w_2/a)^2}{2\sigma_1^2}} d(w_2/a)$$

כאשר  $w_2 = aw_1$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi} (a\sigma_1)} \int_{-\infty}^{\infty} C_1^{(k-7.5)} e^{-\frac{w_2^2}{2(a\sigma_1)^2}} dw_2 \quad (C.2)$$

$$= F_{W_2}(C_1, k)$$

כאשר  $w_2 \sim N(0, a\sigma_1)$  מפולג גאוסי עם הפרמטרים (C.2)

באופן דומה ניתן להראות שקילות זו גם עבור פילוגים נוספים דוגמת פילוג אחיד, לפלט וגאמה.



נספח ד' - קובץ תמונות הסימולציה

- (D.1) תמונת המקור -  $I_1$ .
- (D.2) שיטות halftone - קיטעי תקריב. מהרביע השמאלי העליון בכוון מחוגי השעון:  
השוואה לטף קבוע.  
תמונת המקור.  
שיטת ה-error diffusion.  
שיטת הדיטר המסודר (מטריצת Bayer).
- (D.3) תוצאות תהליך הדיטר המסודר (מטריצת Bayer).
- (D.4) שחזור מתמונת הדיטר על ידי תהליך ההצבעה (שיטה לא אדפטיבית).
- (D.5) שחזור מתמונת הדיטר - אדפטציה קידמית, 16 תחומים דינמיים.
- (D.6) שחזור מתמונת הדיטר - אדפטציה אחורית, שיערוך התחום הדינמי מכוון הסריקה בלבד.
- (D.7) שחזור מתמונת הדיטר עם אדפטציה אחורית - שיטות לשיערוך התחום הדינמי. מהרביע השמאלי העליון בכוון מחוגי השעון:  
שיערוך מכוון הסריקה בלבד.  
מוצע בין 2 שכנים.  
מינימום/מקסימום בין 2 שכנים.  
מינימום/מקסימום בין 3 שכנים.
- (D.8) השוואה בין השחזורים האדפטיביים למקור. מהרביע השמאלי העליון בכוון מחוגי השעון:  
מקור.  
שחזור מאדפטציה קידמית.  
שחזור מאדפטציה אחורית - שיערוך ע"י מינימום/מקסימום בין 3 שכנים.  
שגיאת השחזור של האדפטציה האחורית.
- (D.9) פירוק התמונה ל HIGH ו-LOW ע"י מיצוע ודצימציה (ראה גם שרטוט (4.7).  
במקודד - קידוד דיטר עם אדפטציה אחורית ל-LOW, קידוד ע"י מספר מצומצם של רמות ייצוג לאות השארית. במשחזר - אינטרפולציה ביליניארית.

(D.10) שיטות פרוק התמונה ל HIGH ו- LOW והשוואה למקור. מהרביע השמאלי העליון בכוון מחוגי השעון:

א. תמונת המקור.

ב. פרוק התמונה ל HIGH ו- LOW ע"י מסנן  $5 \times 5$  ודצימציה. קידוד ע"י מספר מצומצם של רמות ייצוג ל- HIGH ולאות השארית. במשחזר אינטרפולציה ע"י מסנן  $5 \times 5$  ל- LOW. ראה גם שרטוט 4.6.

ג. פרוק ל- HIGH ו- LOW ע"י מיצוע ודצימציה אינטרפולציה ע"י שכפול (Replication) ראה גם שרטוט 4.7.

ד. שגיאת התהליך בגי ביחס למקור.

(D.11) השוואת גדלי מילון שונים לדחיסת תמונת הדיטר. המילונים כוללים את הבלוקים שכיחים ביותר מאוסף תמונות הלימוד, מידת המרחק - city block distance. מהרביע השמאלי העליון בכוון מחוגי השעון:

דיטר ללא דחיסת בלוקים.

מילון של 16 בלוקים.

מילון של 32 בלוקים.

מילון של 64 בלוקים.

(D.12) השוואת מידות מרחק שונות, מילון 16 הבלוקים השכיחים ביותר. מהרביע השמאלי העליון בכוון מחוגי השעון:

דיטר ללא דחיסת בלוקים.

מרחק Hamming.

מרחק MSE בין השחזורים.

מרחק city block.

(D.13) - השוואת גדלי מילון שונים לדחיסת תמונת הדיטר עם אדפטציה קידמית. מילון הבלוקים השכיחים ביותר, מידת המרחק - MSE בין השחזורים. מהרביע השמאלי העליון בכוון מחוגי השעון:

שחזור מאדפטציה קידמית ללא דחיסת בלוקים.

מילון של 64 בלוקים.

מילון של 128 בלוקים.

מילון של 256 בלוקים.

(D.14) - השוואת גדלי מילון שונים לדחיסת תמונת הדיטר עם אדפטציה אחורית. מילון הבלוקים השכיחים ביותר, מידת המרחק - MSE בין השחזורים. מהרביע השמאלי העליון בכוון מחוגי השעון:

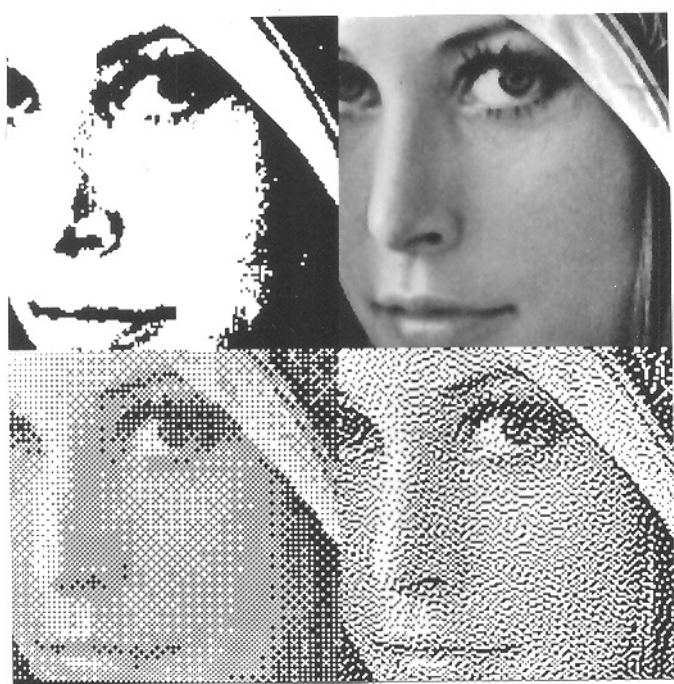
שחזור מאדפטציה אחורית ללא דחיסת בלוקים.

מילון של 128 בלוקים.

מילון של 256 בלוקים.



(D.1)



(D.2)



(D.3)



(D.4)



(D.5)



(D.6)



(D.7)



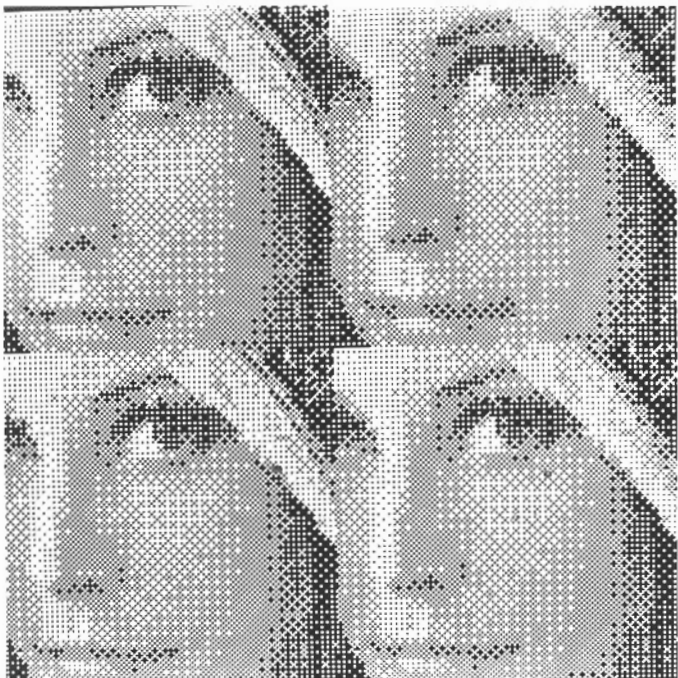
(D.8)



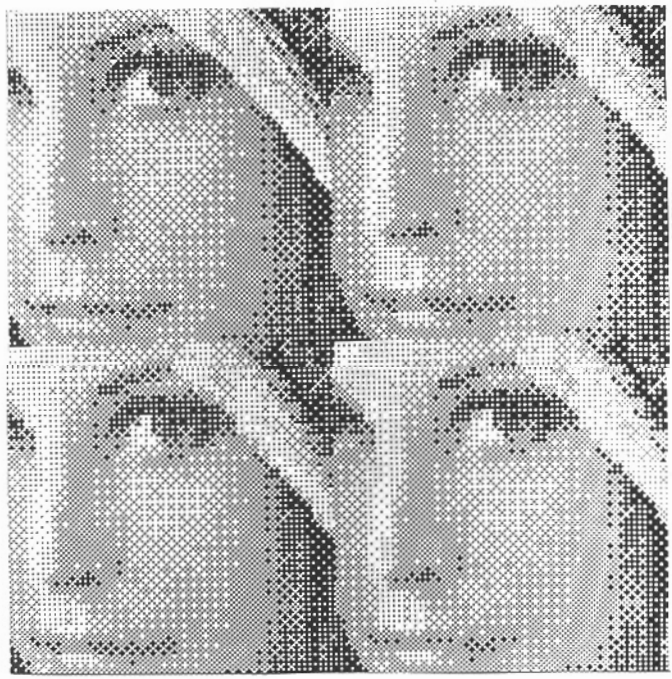
(D.9)



(D.10)



(D.11)



(D.12)





(D.13)



(D.14)

## Reference

- [1] J.C.Stofel, J.F.Moreland, "A Survey of Electronic Techniques for Pictorial Image Reproduction," IEEE Trans. Commun., vol. COM-29, pp. 1898-1925, Dec 1981.
- [2] J.F.Jarvis, C.N.Judice, W.H.Ninke, "A Survey of Techniques for the Display of Continuous Tone Pictures on Bilevel Displays," Computer Graphics and Image Processing, vol 5, pp. 13-40, 1976.
- [3] J.F.Jarvis, C.S.Roberts, "A New Technique for Displaying Continuous Tone Images on Bilevel Display," IEEE Trans. Commun., vol. COM-24, pp. 891-898, 1976.
- [4] M.R.Schroeder, "Images from Computers," IEEE Spectrum, vol. 6, 1969.
- [5] R.Floyd, L.Steinberg, "An Adaptive Algorithm for Spatial Gray Scale," SID Dig. vol. 36, 1975.
- [6] J.O.Roberts, "Picture Coding Using Pseudorandom Noise," IRE Trans. Inform. Theory, vol. IT-8, pp. 145-154, Feb 1962.
- [7] B.Lippel, M.Kurland, "The Effect of Dither on Luminance Quantization of Pictures," IEEE Trans. Commun., vol. COM-19, pp. 879-888, 1971.
- [8] J.O.Limb, "Design of Dither Waveforms for Quantized Visual Signal," Bell Syst. Tech. J., vol. 48, pp. 2555-2582, 1969.
- [9] J.P.Allebach, B.Liu, "Analysis of Halftone Dot Profile and Aliasing in the Discrete Binary Representation of Images," J. Opt. Soc. Am., vol. 67, no. 9, Sep. 1977.
- [10] B.E.Bayer, "An Optimum Method for Two-Level Rendition of Continuous Tone Pictures," IEEE ICC 1973, pp. 26.11-26.15 .
- [11] J.Ziv, A.Lempel, "Compression of Individual Sequences Via Variable Rate Coding," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 24, pp. 530-536, 1978.
- [12] J.Bruck, "Real-Time Image Compression by Gray Level Reconstruction of Dithered Images," M.Sc. thesis, Electrical Engineering Department, Technion - Israel Institute of Technology .
- [13] J.Bruck, "Real-Time Image Compression by Gray Level Reconstruction of Dithered Images," IEEE 14-th National Convention in Israel , Tel-Aviv , March 1985.
- [14] N.S.Jayant, P.Noll, Digital Coding of Waveforms. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1984.
- [15] J.W.Woods, S.D.O'Neil, "Subband Coding of Images," IEEE Trans. ASSP vol. ASSP-34 pp. 1278-1288 ,October 1986.
- [16] P.J.Burt, E.H.Adelson, "The Laplacian Pyramid as a Compact Image Code," IEEE Trans. Commun. , vol. COM-31, pp. 532-540, April 1983.
- [17] D.E.Troxel et al. , "A Two Channel Picture Coding System: Real-Time Implementation," IEEE Trans. Commun. , vol. COM-29 pp. 1841-1848, December 1981.
- [18] D.A.Huffman , "A Method for the Construction of Minimum-Redundancy Codes," Proc. IRE , PP. 1098-1101 , September 1952.
- [19] R.Hunter, A.H.Robinson, "International Digital Facsimile Standards," Proc. IEEE , vol 68, no 7, pp. 854-867, July 1980.
- [20] Yasuhiko Yasuda et al. , "Advances in FAX," Proc. IEEE , pp. 706-730, April 1985.
- [21] C.N.Judice, "Data Reduction of Dither Coded Images by Bit Interleaving," Proc. SID, vol. 17 no. 2 pp. 92-101 , Second Quarter 1976.
- [22] O.Johnsen, A.N.Netravali, "An Extension of the CCITT Facsimile Codes for Dithered Pictures," Bell Syst. Tech. J., vol. 60 no. 3 , pp. 391-404, March 1981.
- [23] A.N.Netravali, F.W.Mounts, J.D.Bayer, "Techniques for Coding Dithered Two-Level Pictures," Bell Syst. Tech. J., vol. 56 no. 5, pp. 809-819, May-June 1977.

- [24] O.Johnsen, "A New Code for Transmission of Ordered Dithered Pictures," Bell Syst. Tech. J., vol. 60 no. 3, pp. 379-390, March 1981.
- [25] C.N.Judice, "Dithervision - A Collection of Techniques for Displaying Continuous Tone Still and Animated Pictures on Bilevel Displays," SID Symposium Digest, 1975.
- [26] C.N.Judice, A.B.White, R.L.Johnson, "Transmission and Storage of Dither Coded Images Using 2-D Pattern Matching," Proc. of the SID ,Vol. 17/2, pp. 85-91, Second Quarter 1976.
- [27] R.M.Gray, "Vector Quantization," IEEE ASSP Magazine pp. 4-29, April 1984.
- [28] Y.Linde, A.Buzo, R.M.Gray, "An Algorithm for Vector Quantizer Design," IEEE Trans. Commun. , vol. COM-28, pp. 84-95, January 1980.
- [29] S.P.Lloyd, "Least Squares Quantization in PCM," Bell Lab. Tech. Note, 1957.
- [30] R.M.Gray, J.C.Kieffer, Y.Linde, "Locally Optimal Block Quantizer Design," Information and Control 45, pp. 178-198, May 1980.
- [31] J.H.Chen, A.Gersho, "Gain Adaptive Predictive Coding for Medium-Rate Speech Coding," IEEE ICC 1985, pp. 1456-1460.
- [32] V.Cuperman, A.Gersho, "Vector Predictive Coding of Speech at 16 Kbits/s," IEEE Trans. Commun. , vol. COM-33, pp.685-696, July 1985.
- [33] R.J.McEliece, "The Theory of Information and Coding," Addison-Wesley Pub. Co., 1977.
- [34] R.C.Gallager, "Information Theory and Reliable Communication," New York Wiley, 1968.
- [35] A.N.Netravali, E.G.Bowen, "Display of Dithered Images," Proc. of the SID, vol. 22/3, pp. 185-190, 1981.
- [36] P.Pirsch, A.N.Netravali, "Transmission of Gray Level Images by Multilevel Dither Techniques," Computers and Graphics, vol 7 (1), pp. 31-44, 1983.
- [37] A.Papoulis, "Probability, Random Variables, and Stochastic Processes," 2nd ed., Chap 15, McCraw Hill, 1984.
- [38] E.J.Delp, O.R.Mitchell, "Image Compression Using Block Truncation Coding," IEEE Trans. Commun., vol. COM-27 pp. 1335-1442, 1979.
- [39] A.Rosenfeld, A.C.Kak, "Digital Picture Processing," 2nd ed., Vol 2 Chap 11, Academic Press New York, 1982.
- [40] G.Borgefors, "Distance Transformations in Arbitrary Dimensions," Computer Vision, Graphics and Image Processing, Vol 27, pp. 312-345, 1984

IMAGE COMPRESSION USING DITHER MATRICES

Research Thesis

Submitted in partial fulfillment of the requirements  
for the degree of Master of Science  
in Electrical Engineering

by

Avi Israel

submitted to the Senate of the Technion - Israel Institute of Technology  
Elul 5747 Haifa September 1987

This research was carried out in the Faculty of Electrical Engineering under the supervision of Prof. David Malah.

My sincere expression of gratitude to Prof. David Malah for his helpful guidance and contribution throughout this work.

I also wish to thank the staff of the Signal Processing Lab. - Yoram Or-Hen, Nimrod Peleg and especially Ziva Avni for their devoted help throughout this work.

The generous financial help of Guttwirth Fellowship Fund. is gratefully acknowledged.

<u>Contents</u>	<u>page</u>
Abstract	1
List of Symbols and Abbreviation	3
<b>Chapter 1 - Introduction</b>	<b>5</b>
<b>Chapter 2 - The Dither Technique</b>	<b>7</b>
2.1 Introduction to Halftone Images	7
2.2 The Ordered Dither Technique and Gray Level Reconstruction	11
2.2.1 The Ordered Dither Technique	11
2.2.2 Reconstruction from the Dithered Image	14
2.2.3 Adaptive Quantization for the Dither Technique	16
<b>Chapter 3 - Adaptive Quantization for the Dither Technique without Side Information</b>	<b>20</b>
3.1 Backward Adaptation for the Dither Technique	20
3.2 Dynamic Range Estimation from Several Neighbour Blocks	28
<b>Chapter 4 - Image Quality Improvement by Separation to Frequency Components and Coding</b>	<b>31</b>
4.1 Techniques for Image Separation to Components and Coding	31
4.2 Dither Coding to the Low Frequencies and Coarse Quantization to the Highs	35
4.3 Quantization of the Residual Signal and the High Frequencies	36
<b>Chapter 5 - Dither Image Compression</b>	<b>41</b>
5.1 Approches to Dither Image Pixels Compression	41
5.2 Dither Blocks Compression	47
5.2.1 Fixed Length Coding with Distortion	47
5.2.2 Optimal Dictionary Search Using Iterative Technique	54
5.2.3 Variable Length Coding without Distortion	62
5.2.4 Coding with Referring to Previous Block	68
5.3 Summary for Chapter 5	72
<b>Chapter 6 - Dither Blocks Compression for the Adaptive Schemes</b>	<b>74</b>
6.1 Fixed Length Coding with Distortion	74
6.2 Variable Length Coding without Distortion	82

<b>Chapter 7 - A Model to Calculate the Entropy of the Blocks Obtained from the Adaptive Schemes</b>	<b>86</b>
7.1 Model Description and Entropy Equations	86
7.2 The Block Entropy in the Model as a Function of the Variance	88
7.3 Comparison of the Results Obtained from the Model to Results Obtained from Real Images	90
<b>Chapter 8 - Summary, Conclusions and Proposals for Further Research</b>	<b>95</b>
<b>Appendix A - Reconstruction Error Equations and Empirical Probability Calculation</b>	<b>97</b>
A.1 Reconstruction Error Equations	97
A.2 Empirical Probability Calculation	97
<b>Appendix B - A Method for Block Coding Using Variable Length Code</b>	<b>98</b>
<b>Appendix C - Appendix for Chapter 7</b>	<b>100</b>
<b>Appendix D - Photographs of Simulations</b>	<b>101</b>
<b>References</b>	<b>110</b>
<b>Abstract in English</b>	<b>I</b>

## **Abstract**

This research deals with compression of images that are generated using dither matrices - dither images.

Dither images are bilevel images which appear to the eye as having multiple gray level. The binary dither image is generated by comparing the original image to position depended thresholds. There are several known methods for partial reconstruction of the grey levels from the binary dither image. In addition, there is a dither technique that adapts the threshold values to the dynamic range of the grey levels and by that improves the quality of the reconstructed images. In this technique side information of 0.25 bit/pel, which provides information about the dynamic range, is transmitted in addition to the binary information (1 bit/pel) of the dither image.

In this research a dynamic range adaptation technique without side information is proposed. By this technique the adaptation is performed only according to the binary information and it is based on the principle of Backward Adaptation. Several versions for this technique have been tested and resulted in reasonable quality of the reconstructed images. In the backward adaptation technique, the side information of 0.25 bit/pel needed by the previous adaptation technique is being saved. Yet, the reconstructed images quality is far better than the quality of the reconstructed images obtained by the non-adaptive method, at the same information rate of 1 bit/pel.

For a further improvement of the reconstructed image quality a method that separates an image in to its low and high spatial frequencies components is applied. The proposed backward adaptive dither technique is then used to encode the low spatial frequencies. This process results in images of excellent quality. Yet, the information rate is still as in the previous methods - 1 bit/pel.

In addition, several methods for the compression of binary dither blocks are proposed and tested. For dither block compression with distortion using fixed length code, several distance measures and dictionary sizes have been tested. Also, an iterative algorithm for optimal dictionary design is tested. The algorithm is based on the known LBG algorithm that was proposed for Vector Quantization ( VQ ). For this compression method the compression ratios that were achieved are 3:1 for regular dither images and 2:1 for dither images generated by the adaptive techniques, without any additional degradation in the image quality.

For lossless dither block encoding with variable length codes several methods have been tested. The compression ratios achieved with these methods are 4:1 for regular dither images, and 1.8:1 and 2.5:1 for dither images with the adaptive schemes - backward and forward, respectively.

From the compression results it has been noted that when adaptation is used in the dither process the amount of information needed to encode the dither blocks is higher than for the regular dither process. In order to evaluate the amount of



information that is needed to encode the dither blocks in the adaptive cases an image model is proposed and investigated. The results obtained from the model have shown a good match with the results obtained from real images.